

Минобрнауки России Федеральное государственное бюджетное учреждение науки ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук (ИЯФ СО РАН)

В.Т. Астрелин

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ИОННЫХ ПУЧКОВ С УЧЕТОМ ВТОРИЧНОЙ ПЛАЗМЫ

ИЯФ 2025-05



НОВОСИБИРСК 2025

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ИОННЫХ ПУЧКОВ С УЧЕТОМ ВТОРИЧНОЙ ПЛАЗМЫ

В.Т. Астрелин, ИЯФ СО РАН

работе рассматриваются особенности B численного моделирования методом "токовых трубок" задач ионной оптики источников с несколькими эмиттерами ионов. Для ионного слоя на поверхности плазмы получены поправки к теории Бома. Они учитывают влияние постоянного фона внешних зарядов и температуру ионов эмитирующей плазмы. Сформулированы граничные условия на поверхности плазмы на потенциал, электрическое поле и начальные параметры эмитированных частиц. Учитывается влияние потерь плазмы на поверхности круглых или щелевых отверстий электродов, через которые источник, на его работу, реализованы плазма входит В соответствующие алгоритмы. Приведены примеры решения задач, в которых достигнута остановка практических И стабилизация положения поверхности плазмы.

Ключевые слова: ионная оптическая система, вторичная плазма, плазменный эмиттер заряженных частиц, дебаевский слой, численное моделирование.

V.T.Astrelin@inp.nsk.su

## Введение

Задачи моделирования источников мощных ионных пучков в последнее время приобретают особую актуальность в связи с получением из них атомарных пучков для нагрева плазмы в ловушках до термоядерных температур [1]. магнитных Ускоряемые ионные потоки обычно эмитируются из плазмы, создаваемой дуговым, высокочастотным или высоковольтным разрядом в газе. При этом формируется самосогласованная оптика источника, включающая электроды и поверхности эмитирующей плазмы, зависящей как от характеристик области ускорения, так и от параметров плазмы. Если в источнике присутствуют несколько плазменных областей, в нем могут возникать встречные потоки частиц, попадающих И на электроды, и в эмиссионную плазму, что также надо учитывать при моделировании.

Ранее работе [2] теоретически в исследовались закономерности эмиссии положительно заряженных ионов из облучаемой встречным электронным плазмы, пучком. Применительно к плоскому биполярному диоду с плазменным были сформулированы граничные анодом условия на эмиссионные потоки, электрические поля и потенциал на поверхности эмиссионной плазмы. Результаты проведенного моделировании при численном использовались анализа источника электронного пучка с термокатодом и со встречным потоком ионов из анодной плазмы [3, 4]. Такой источник применялся для воздействия на плазму газодинамической ловушки ГДЛ через ее выходную магнитную пробку. Для моделирования электрических полей, в которых формируется электронный пучок, были рассчитаны форма поверхности анодной плазмы, установившаяся при воздействии электронного пучка, характеристики ионного потока из нее, и их влияние на электроны пучка.

В источниках ионных пучков при получении атомарного пучка перезарядкой в газе канала транспортировки либо камеры нейтрализации, возникает так называемая вторичная плазма [1], которая при ее расширении может входить в источник навстречу

2

ионному пучку. В таких системах моделирование усложняется тем, что кроме расчета плазменной границы разрядной плазмы, эмитирующей основной пучок ионов, необходимо находить поверхности вторичной профиль плазмы, на которую воздействует ионный пучок. При этом для обеспечения надежной работы источника необходимо задерживать вторичную плазму, запирая электронную эмиссию из нее размещением электродов с отрицательным потенциалом вдоль пути ее течения. Ионные потоки, выходящие при этом из вторичной плазмы навстречу основному пучку, также влияют на оптику источника и их следует учитывать при моделировании. Понятно, что анализ работы таких источников требует разработки алгоритмов и численного моделирования ионно-оптических систем (ИОС) с несколькими эмиттерами ионов на основе разрядной и вторичной электрическими самосогласованными плазмы с полями И эмиссионными характеристиками различными эмиттеров, формами поверхностей потоками частин И плазмы. Теоретической основой для создания таких алгоритмов может служить теория пристеночного слоя плазмы Бома (D.Bohm, 1949) [5], детализированная в обзоре [6] и разрабатываемая далее для учета влияния внешних потоков частиц на эмиссию ионов [2, 4].

Для решения задач расчета ионных плазменных эмиттеров со вторичной плазмой и встречными потоками ИОНОВ автор использует вычислительный код POISSON-2 [7], применяющий при моделировании метод «трубок тока». Расширение этого кода с включением в него алгоритмов расчета формы эмиссионных плазменных поверхностей [8] позволило промоделировать, в трехэлектродный протонов, частности, источник пучка работаюший в режиме прямого ускорения [9] И четырехэлектродный источник интенсивного пучка протонов низкой энергии в режиме ускорение-замедление [10]. Пример расчета отдельной ячейки многощелевого четырехэлектродного источника приведен на Рис.1. [10, Fig.3]. B НИХ были оцененные экспериментов использованы ИЗ параметры эмиссионной и вторичной плазмы. Насколько известно автору, численное моделирование подобных источников протонов и

3

разработка соответствующих вычислительных алгоритмов, учитывающих влияние вторичной плазмы на ИОС, ранее не проводилось. Поэтому представляется необходимым привести теоретических полное описание основ И алгоритмов, позволяющих реализовывать численные модели источников ионов в кодах различных уровней. Отметим, что частично их детальное описание публиковалось ранее в работах [2, 3, 8] и в трудах 4-го и 5-го Крейнделевских семинаров [11, 12].



Рис.1. Формирующая ячейка ИОС источника протонного пучка. *I* – газоразрядная плазма; *II* – вторичная плазма; электроды (слева направо, выделены серым цветом): эмиссионный, ускорительный, задерживающий, выпускающий; X = 0 – плоскость симметрии.

Следует отметить, что в экспериментах, для которых ниже проводилось моделирование, параметры вторичной плазмы не измерялись, а только оценивались различными способами, в том числе по токам из нее на электроды ИОС, учитывая вторичную ион-электронную эмиссию с них. Поэтому одной из целей моделирования представляется определение чувствительности ИОС к погрешности оценок плотности и температуры компонент плазмы. Критерием адекватности моделирования будет также сравнение угловых и пространственных характеристик пучка с их измерениями.

В следующих разделах будет кратко рассмотрена теория и применяемая в POISSON-2 технология задания граничных условий на поверхности эмитирующей ионы плазмы. Они включают поправки к теории Бома, учитывающие ионную температуру и вклад однородного зарядового фона, вызванного внешними пучками. Приводятся модели и алгоритмы учета потерь плазмы при прохождении отверстий в электродах, алгоритм вычисления равновесной формы поверхности эмитирующей плазмы. Дается краткое описание применяемого для расчетов кода и полного набора граничных условий, используемых в нем. Приведены примеры расчета нескольких моделей ИОС с вторичной плазмой.

## Поправки к критерию Бома

## Уравнение Пуассона в ионном слое вторичной плазмы с внешним потоком частиц

Ниже мы рассмотрим вторичную плазму, поверхность которой облучается внешним потоком положительных ионов с энергией, значительно превышающей тепловую энергию компонентов плазмы. Такая ситуация возникает в источниках ионных пучков, где на поверхность вторичной плазмы попадает ускоренный ионный пучок из разрядной плазмы. Потенциал вторичной плазмы близок к потенциалу выходного заземленного электрода, через который плазма входит в источник, а эмитирующий ионы пучка плазменный электрод источника находится под высоким положительным потенциалом. В этом случае можно считать, что распределение плотности тока и объемного заряда ионов пучка вблизи поверхности и в ионном слое вторичной плазмы не зависят от распределения потенциала в нем.

Следуя работам [6, 12], рассмотрим переходной слой толщиной  $d >> r_D$ , прилегающий к поверхности вторичной

5

плазмы и находящийся между плазмой и областью ускорения ионов, в одномерном приближении. Положим потенциал плазмы равным нулю, а потенциал границы слоя равным  $\phi_0 < 0$ . Этот слой, начинающийся во вторичной квазинейтральной плазме с плотностью n<sub>0</sub>, содержит так называемый столкновительный предслой, где формируется ионный поток, и дебаевский слой, через который поток проходит далее в униполярный слой, и где, ускоряются ионы. Электроны основном, плазмы в с температурой Т<sub>е</sub> отражаются потенциалом дебаевского слоя, в котором имеют больцмановское распределение. Будем считать, что плазма эмитирует поток холодных ионов с массой М, зарядом q > 0, с начальной скоростью v и с плотностью тока  $j = qn_0 v$ . Объемный заряд в переходном слое  $\rho(z)$  состоит из трех электронов, компонент: плотности плотности заряда эмитируемых ионов, и фоновой плотности стороннего заряда ускоренного ионного пучка, которую будем считать однородной в пределах слоя,  $\rho_f = \text{const}$ ,

 $\rho = -(en_0 + \rho_f) \exp(e\varphi/T_e) + j/\sqrt{v^2 - 2q\varphi/M} + \rho_f.$  (1) Здесь  $\varphi(z)$  – распределение потенциала в слое, e – элементарный заряд. Предполагая в дальнейшем решение задачи итерационным методом, величину  $\rho_f$  выразим через полную плотность  $\rho$  на границе переходного слоя, считая ее известной из предыдущей итерации (как и потенциал  $\varphi_0$ ),

 $\rho_f = \rho(z = d) - j/\sqrt{v^2 - 2q\varphi_0/M} + (en_0 + \rho_f)\exp(e\varphi_0/T_e).$ (2) Запишем одномерное уравнение Пуассона

 $d^2 \varphi / dz^2 = 4\pi n_0 [(1 + \eta) \exp(e\varphi / T_e) - v / \sqrt{v^2 - 2e\varphi / M} - \eta], (3)$  где  $\eta = \rho_f / en_0 = \text{const}$ , с граничными условиями в глубине плазмы и на границе слоя,

$$\varphi|_{z \to -\infty} = 0, \ \varphi|_{z=d} = \varphi_0, \ \frac{d\varphi}{dz}|_{z \to -\infty} = 0.$$
 (4)

Умножив уравнение (3) на  $2d\varphi/dz$ , проведем его однократное интегрирование и перепишем правую часть в безразмерных переменных  $\xi = z/d$ ,  $\chi = e\varphi/T_e$ ,  $u = v/(T_e/M)^{1/2}$ :

$$E^{2}/(8\pi n_{0}T_{e}) = \left[ (1+\eta)(\exp(\chi) - 1) + u\sqrt{u^{2} - 2\chi} - u^{2} - \eta\chi \right],$$
(5)

где  $E = -d\varphi/dz$ . Это выражение описывает распределение электрического поля в переходном слое как функцию от потенциала при различных значениях начальной скорости эмитируемых ионов *u* и плотности заряда стороннего ионного пучка  $\eta$ .

Так как правая часть выражения (5) должна быть положительной, ее разложение при малых  $\chi$  сводится к неравенству  $u \ge (1 + \eta)^{-1/2}$  то есть,

$$v \ge (T_e/M(1+\eta))^{1/2}$$
. (6)

Сравнивая его с бомовским критерием [5],  $v \ge C_s = (T_e/M)^{1/2}$ , видим, что минимальная скорость ионов при входе в слой уменьшается с ростом фоновой плотности заряда. Это можно объяснить уменьшением ионно-звуковой скорости за счет увеличения ионной массы при добавлении стороннего ионного пучка при сохранении возмущений компонент плазмы.

## Вклад ионной температуры в ионно-звуковую скорость

Влияние температуры ионов на ионно-звуковую скорость рассматривалось, в частности, Н. Гершковицем (Noah Hershkowitz, 2005) в работе [13]. Для случая конечной температуры ионов, сопоставимой с электронной, выражение для ионно-звуковой скорости имеет следующий вид:

$$C_{\rm s} = [(T_{\rm e} + \gamma T_i)/M]^{1/2}, \tag{7}$$

где  $\gamma$  – постоянная адиабаты для ионов. Эту формулу, полученную в двухжидкостном гидродинамическом приближении, легко понять, если учесть, что скорость звука в среде равна  $C_s = \sqrt{(\partial P/\partial \rho_{pl})_{\gamma}}$ , где  $P = P_e + P_i$  – давления компонент плазмы,  $\rho_{pl} = \rho_e + \rho_i \approx MN/V$  – удельная масса плазмы. В (7) учтено, что для электронов колебания происходят изотермически,  $P_eV = NT_e = \text{const}$ , а для ионов – адиабатически,  $P_iV^{\gamma} = \text{const}$ . Принимая также во внимание влияние фоновой плотности заряда (6), можно записать полное выражение для ионно-звуковой скорости

$$C_s^* = [(T_e + \gamma T_i) / M(1 + \eta)]^{1/2}.$$
(8)

В работе [14] было показано, что средняя по функции распределения скорость потока ионов, поступающих в дебаевский пристеночный слой, *равна* ионно-звуковой,  $\langle v \rangle \equiv (1/\langle v^{-2} \rangle)^{-1/2} = (T_e/M)^{1/2}$ . С этой скоростью выходящий на стенку поток сносит возмущения, возникающие в пристеночном слое, так что в плазму они не передаются. В нашем случае критерий, аналогичный бомовскому, можно сформулировать, как

 $\langle v \rangle = C_s^*$ . (9) Это равенство выполняется при генерации ионов в квазинейтральной области плазмы с малыми начальными энергиями. Если же источник плазмы задает сразу начальную направленную скорость ионов, то их скорость в слое может и превышать ионно-звуковую. Сразу отметим, что при  $T_i \ge T_e / 6$ (см. [15], с.79) возмущения, возникающие в пристеночном слое, могут сильно затухать по механизму Ландау, хотя их фазовая скорость значительно превышает тепловую скорость ионов.

Конечно же, такое рассмотрение не является строгим, но при  $T_i < T_e$  для основной массы ионов можно ожидать выполнения тенденций, описываемых выражениями (8, 9).

#### Электрическое поле на поверхности плазмы

Выразим ионно-звуковую скорость (8) в безразмерном виде  $u^* = C_s^* / \sqrt{T_e/M} = \sqrt{(1 + \gamma T_i/T_e)/(1 + \eta)}$ , (10) и на Рис.2 по формуле (5) для  $u = u^*$  приведем распределение электрического поля в плазме и ее ионном слое по потенциалу  $-e\varphi/T_e$ . при  $\gamma = 5/3$  для нескольких значениях  $\eta$  и  $T_i/T_e$ . Здесь кривая 1 описывает бомовский случай холодных ионов без сторонних зарядов. На рисунке кружком выделена характерная точка с потенциалом  $e\varphi = -4 T_e$ , где  $E^2/8\pi \approx n_0 T_e$ . В ней плотность электронов плазмы убывает до  $n_e \sim 0.02 n_0$ , так что можно считать, что этот потенциал соответствует границе плазмы, за которой начинается униполярный слой, содержащий только ионы и в котором электронами можно пренебречь. Отметим, что при выводе формул (5) – (10) малости сторонних зарядов  $\eta$  и температуры ионов  $T_i/T_e$  не предполагалось. Как следует из графиков Рис.2, электрическое поле на поверхности плазмы возрастает с ростом и температуры ионов, и плотности внешнего положительного заряда. Такое поле приводит к установлению равновесной границы плазмы, соответствующей  $e\varphi = -4$   $T_e$ , и запиранию ее электронной плотности. Из Рис.2 также следует, что в приведенных диапазонах изменения  $T_i/T_e$  и  $\eta$  электрическое поле изменяется не более, чем в ~1.25 раза.



Рис.2. Зависимость электрического поля в ионном слое от потенциала:  $I - \eta = 0$ ,  $T_i/T_e = 0$ ;  $2 - \eta = 0$ ,  $T_i/T_e = 0.2$ ;  $3 - \eta = 0$ ,  $T_i/T_e = 0.4$ ;  $4 - \eta = 0.15$ ,  $T_i/T_e = 0$ ;  $5 - \eta = 0.2$ ,  $T_i/T_e = 0$ .

## Установившийся потенциал плазмы

Рассмотрим квазинейтральную плазму с плотностью  $n_i \sim n_e \sim n_0$ , температурами ионов и электронов  $T_i$  и  $T_e$ , генерируемую без добавления внешних зарядов, например, высокочастотным разрядом в газе. В ней устанавливается потенциал  $\varphi_{pl}$  относительно сосуда, в котором она находится. Он определяется условием равенства нулю суммы токов электронов и ионов  $I_e + I_i = 0$ , уходящих на стенки сосуда, или, при  $T_i << T_e$ 

$$I_e = j_e S = -en_0 S \sqrt{T_e/2\pi m} \cdot \exp(-e\varphi_{pl}/T_e), \quad I_i \sim j_B S \cong 0.6en_0 S \sqrt{T_e/M}. \tag{11}$$

Здесь *j<sub>B</sub>* – Бомовская плотность ионного тока, *S* – поверхность плазмы. Для электрон-протонной плазмы ее потенциал относительно прилегающих электродов равен

$$e\varphi_{pl} \cong T_e \ln\left[\sqrt{M/2\pi m}/0.6\right] \approx 3.35T_e \tag{12}$$

Если температура и<br/>онов сопоставима с электронной,  $T_i \leq T_e$ , то

$$e\phi_{pl} \cong T_e \ln\left[\sqrt{(M/2\pi m)/\left(1+\frac{5T_i}{3T_e}\right)}/0.6\right] \approx (2.37-3.35)T_e.$$
 (13)

Бомовский поток ионов  $j_B \approx 0.6en_0[(T_e/(1 + \eta) + \gamma T_i)/M]^{1/2}$ , ускоряясь, весь уходит на стенки, а поток электронов ограничен тормозящим его потенциалом плазмы. Как следствие, экстракция ионов из плазмы через небольшое отверстие с площадью  $s \ll S$  отрицательным потенциалом коллектора практически не влияет на потенциал плазмы [16]. Бомовский ток  $j_B \cdot s$ , ранее уходивший на стенку, теперь выходит в отверстие, а соответствующий ему электронный поток распределяется по стенкам сосуда.

При создании плазмы внешними токами, например, дуговым разрядом в газе, потенциал плазмы будет зависеть от соотношения входящих в нее и выходящих токов и установления их баланса. В численных моделях, как правило, используются данные по потенциалу для конкретного или близкого по постановке эксперимента.

#### Угловое обрезание эмиссионных потоков

При прохождении потока плазмы через транспортные каналы или отверстия и щели в электродах возникают потери, связанные с поглощением частиц на их поверхностях. В случаев дебаевских большинстве толщина слоев плазмы значительно меньше характерных размеров электродов и зазоров ИОС и препятствий, ограничивающих поток. Как правило, на размерах ионы плазмы этих можно считать бесстолкновительными. Это позволяет оценить потери ионов следующим образом. Для начала будем считать, что ионы входящей однородной плазмы имеют максвелловское изотропное распределение скоростей. Влиянием электрического поля на ионы в плазме пока пренебрегаем вплоть до границы дебаевского слоя у поверхностей. При попадании частицы на эту границу считаем, что она будет поглощена поверхностью. Тогда из потока плазмы, входящего в отверстие, или щель, проходит только доля, определяемая телесным углом  $\Omega$ , под которым из эмиссионных точек видно входное отверстие. Считая, что входит поток ионов с хаотической плотностью тока,  $j_i^{0} = en_0(T_i/2\pi M)^{-1/2}$ , оценим поток, дошедший до точек эмиссионной поверхности, как  $j_i = j_i^0 \Omega/2\pi$ . Для случая щелевого отверстия эта формула имеет вид [10]

$$j_i(x,z) = en_0(T_i/2\pi M)^{-1/2} \cdot |\arctan((a-x)/(z_0-z)) + \arctan((a+x)/(z_0-z))|/\pi,$$
(14)

где  $z_0$  – координата входа плазмы в щель шириной 2a, а x и z – координаты эмиссионных точек на поверхности плазмы, -a < x < a.

Соответственно, плотность эмиссионной плазмы уменьшается до  $n = n_0 \Omega/2\pi$ . В больцмановском приближении отсюда можно найти поправку к потенциалу точек внутри и на поверхности плазмы как  $e\Delta \phi \sim T_e \ln(n/n_0)$ . Далее эту поправку можно было бы учесть в уравнениях движения ионов в плазме и граничных условиях на ней при расчете ИОС источника пучка, но, по-видимому, это будет превышением точности самой модели.

Для общего случая анизотропной функции распределения частиц с тепловыми скоростями  $V_{\perp}$  и  $V_{\parallel}$ , (соответствующими температурам  $T_{\perp}$  и  $T_{\parallel}$ ), и с направленной продольной скоростью  $V_0$ , (соответствующей энергии  $E_0$ ), формулы для плотности тока были получены в работах [8, 11, 12]. Здесь функция распределения частиц плазмы по скоростям имеет вид

$$df(\vec{V}) = f(\vec{V})d^{3}\vec{V} = \frac{n_{0}}{\pi^{3/2}V_{\perp}^{2}V_{\parallel}} \exp\left[-\frac{V_{x}^{2}+V_{y}^{2}}{V_{\perp}^{2}} - \frac{(V_{z}-V_{0})^{2}}{V_{\parallel}^{2}}\right] dV_{x}dV_{y}dV_{z} . (15)$$

Вводя обозначения для безразмерных компонент скорости  $s = V_x/V_{\perp}, t = V_z/V_{\parallel}, t_0 = V_0/V_{\parallel},$  запишем формулу для невозмущенного потока плазмы вдоль оси

$$j_{i}^{0} = \frac{en_{0}}{2} \left[ \frac{V_{\parallel}}{\sqrt{\pi}} \exp(-t_{0}^{2}) + V_{0} \left( 1 + \Phi(t_{0}) \right) \right],$$
(16)

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x \exp(-t^2) dt$  – интеграл вероятности. Ниже приведем формулы для распределения по поверхности плазмы нормальной к ней компоненты вектора плотности тока, ограниченной входной апертурой. Здесь  $\varphi$  и  $\theta$  – азимутальные и полярные углы.

Для случая плазмы, проходящей через круглое отверстие (Рис.3), эмиссионный поток частиц с поверхности плазмы в терминах их энергий и температур имеет вид [8, 11]



Рис.3. Эмиссионная апертура: вид сбоку и вдоль оси отверстия. Плазма слева, *n* – вектор нормали к поверхности плазмы.

$$\frac{j_n}{j_i^0} = \frac{2}{T_\perp \sqrt{T_\parallel} \left[ \sqrt{\pi T_\parallel} \exp(-t_0^2) + \pi \sqrt{E_0} \left( 1 + \Phi(t_0) \right) \right]} \times \\
\times \int_0^{\pi} d\phi \int_0^{\theta_{\text{max}}} d\theta \cdot \sin\theta \cdot (n_Y \cos\phi \cdot \sin\theta + n_Z \cos\theta) \times \qquad (17) \\
\times \int_0^{\infty} \exp\left( -E \sin^2\theta / T_\perp - \left( \sqrt{E} \cos\theta - \sqrt{E_0} \right)^2 / T_\parallel \right) \cdot EdE$$

Формула учитывает обрезание функции распределения по углам для частиц, вылетающих через круглое отверстие в металлическом электроде из плазмы. Здесь  $j_i^0|$  - невозмущенная плотность тока вдоль оси,  $\theta_{max}$  – угол, под которым в плоскости угла  $\varphi$  = const виден край диафрагмы, обрезающий поток частиц. Далее эта плотность тока используется при вычислении формы поверхности плазмы.



Рис. 4. Щелевая диафрагма. Плазма слева, *n* - вектор нормали к поверхности.

Для случая щелевой диафрагмы (Рис. 4) формулы для нормальной компоненты плотности тока эмиссии имеют вид

$$j_n = (\vec{j} \cdot \vec{n}) = j_x + j_z =$$

$$= e \int_{-\infty}^{\infty} dV_y \int_0^{\infty} dV_z \int_{tg(\theta_1)V_z}^{tg(\theta_2)V_z} (V_x n_x + V_z n_z) f(\vec{V}) dV_x, \quad (18)$$
где углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , ограничивающие поток, показаны на Рис.4. Здесь раздельно запишем проинтегрированные по  $V_x$  и  $V_y$  выражения для компонент потока  $j_x/j_i^0$  и  $j_z/j_i^0$ :

$$\frac{j_z}{j_i^0} = \frac{\int_0^\infty t \cdot dt \cdot \exp(-(t-t_0)^2) \cdot [\Phi(\alpha_1 t) + \Phi(\alpha_2 t)]}{\exp(-t_0^2) + \sqrt{\pi} t_0 (1 + \Phi(t_0))},$$
(19)

$$\frac{j_{x}}{j_{i}^{0}} = \left[ \exp(-\alpha_{1}t_{0}^{2}) \cdot \left( 1 + \Phi\left(t_{0}/\sqrt{1 + \alpha_{1}^{2}}\right)/\sqrt{1 + \alpha_{1}^{2}}\right) - \exp(-\alpha_{2}t_{0}^{2}) \cdot \left( 1 + \Phi\left(t_{0}/\sqrt{1 + \alpha_{2}^{2}}\right)/\sqrt{1 + \alpha_{2}^{2}}\right) \right] \cdot V_{\perp} / \left\{ 2V_{\parallel} \left[ \exp(-t_{0}^{2}) + \sqrt{\pi}t_{0} \left( 1 + \Phi(t_{0}) \right) \right] \right\}.$$
(20)  
Здесь  $\alpha_{1,2} = tg(\theta_{1,2}) \cdot V_{\perp}/V_{\parallel}$ . Из (18) – (20) можно найти  $j_{n}/j_{i}^{0}$ .

Конечно, при моделировании задач с эмиссионной плазмой методом "частиц в ячейках" плотность эмиссионного тока и его угловое обрезание определяются самим методом. Аналитические формулы (16) – (20) применимы для метода "токовых трубок" даже при небольшом их количестве и максвелловских функций распределения частиц.

#### Начальные скорости эмитированных частиц

Скорость ионов, выходящих с поверхности плазмы, определяется из закона сохранения энергии. Учтем, что в дебаевский слой из зоны ионизации ионы входят с энергией

 $MC_s^{*2}/2 = T_e(1 + \gamma T_i/T_e)/[2(1 + \eta)],$  (15) увеличивая её на  $4T_e/e$  при прохождении дебаевского слоя. Соответственно, скорость ионов, выходящих из плазмы, увеличивается до величины *v*:

$$v \approx \sqrt{T_e (1 + \gamma T_i / T_e) / [M(1 + \eta)] + 8T_e / M}$$
. (16)

Поскольку основная доля начальной энергии ионов набирается в дебаевском слое, можно считать, что начальная скорость ионов, выходящих из него, направлена по нормали к поверхности плазмы.

# Краткое описание алгоритмов пакета POISSON-2

Пакет [7] предназначен для решения двумерных стационарных задач формирования и транспортировки пучков заряженных частиц во внешних и собственных электрических и магнитных полях. В нем используется метод интегральных уравнений вычислением потенциала с И компонент напряженности через поверхностную объемную поля И плотность зарядов, с граничными условиями на поверхностях,

описывающими проводники и диэлектрики, условия симметрии и периодичности для плоского и осесимметричного случаев. Пучки моделируются трубками или лентами тока С центральными траекториями, которые находятся по уравнениям движения в релятивистской форме относительно импульса с применением схемы Бориса. Расчет собственных электрических магнитных полей пучка и внешних полей ведется на И прямоугольной кусочно-однородной сетке. Самосогласование решения по полям и траекториям проводится методом верхней релаксации либо по токам, либо по объемным зарядам и собственным магнитным полям пучков.

Вычисление формы плазменной границы производится смещением ее поверхности итерационным методом с целевой функцией, определяемой моделью плазмы. Как правило [2, 8], с этой целью используется условие на равенство плотности эмиссионного тока, подходящего к поверхности плазмы из плазмы и определяемого ее свойствами, и плотности тока, выходящего с поверхности плазмы в ускорительный зазор электронно-оптической системы (условие неразрывности тока).

# Граничные условия для полей и траекторий в ИОС

Подводя итоги вышеизложенному, перечислим полученный набор граничных условий для решения задачи расчета формирования ионного пучка в ИОС, а также включающих возможности двумерного кода POISSON-2 для осесимметричной и плоской геометрий.

- 1. Условие Дирихле на распределение потенциала на границах электродов, включая постоянные потенциалы;
- Условие Неймана на распределение нормальной производной потенциала по границам, включая постоянную, в том числе важный случай ∂φ/∂n = 0;
- Смешанное условие на потенциал, комбинирующее пп.1 и 2;
- 4. Условия на производную потенциала на границе диэлектриков;

15

- 5. Условия симметрии или антисимметрии относительно осей координат;
- 6. Условия периодичности по границам области для полей и траекторий частиц;
- 7. Возможность задания дополнительной, в общем случае неоднородной, плотности заряда в расчетной области;
- 8. Несколько (до 10) эмиссионных поверхностей (фронтов) для частиц разных типов;
- 9. Несколько (до 10) энергетических подгрупп частиц для каждого из фронтов;
- 10. Несколько (до 10) угловых подгрупп частиц для каждого из фронтов;
- 11. Несколько вариантов типов эмиссии с фронтов: "закон трех вторых" с возможной фоновой плотностью заряда и численным решением в дебаевском и ленгмюровском слоях; заданная плотность тока; заданное распределение токов трубок по эмиттеру; режим "3/2" с наклонным к эмиттеру магнитным полем; инжекция частиц вдоль неоднородного магнитного поля; в варианте кода В.Я. Иванова реализованы также полевая и вторичная эмиссии [17, 18];
- 12. Режим оптимизации геометрии для нахождения равновесных поверхностей эмиссионной и вторичной плазмы с задаваемыми потенциалами поверхностей относительно прилегающих к ним электродов (13), бомовскими плотностями токов (14) и начальными скоростями ионов (16). В равновесном состоянии расчетное электрическое поле на поверхности каждой плазмы должно удовлетворять уравнению (5), что означает корректную сшивку параметров плазмы и поля в униполярной области ускорения ионов на поверхности плазмы. В итерационном процессе оптимизации также выясняется, существует ли равновесие поверхности плазмы при заданных потенциалах электродов и параметрах эмитирующей плазмы

# Алгоритм вычисления равновесного положения поверхности плазмы

По заданным параметрам плазмы и геометрии эмиссионных апертур можно найти распределение по поверхности плазмы плотности тока, подходящего к каждой точке поверхности. Так как она должна быть равна плотности эмиссионного тока, выходящего поверхности, необходимо найти с такую конфигурацию поверхности плазмы, при которой и это условие выполняется. С этой целью применяется итерационный процесс последовательного смещения точек плазменной поверхности так, чтобы эмиссионный ток приближался к току из плазмы алгоритм, ранее описанный в публикациях [11, 19]. Он состоит в следующем:

• Поверхность плазмы в сечении описывается кубичным сплайном с узлами  $(r_i, z_i)$ , распределенными равномерно по одной координате (по R) и заданными по другой (по Z);

• В начале каждой *k*-й траектории проводится сравнение тока в плазме к ней  $j_{pl}$  и самосогласованного тока с неё в области ускорения  $j_{em}$ . Вычисляется сдвиг в нужную сторону,  $\Delta z_k = \alpha L(j_{pl} - j_{em})/j_{pl}$ ,  $\alpha \ll 1$  – параметр, L – диодный зазор. Сдвиг начала каждой траектории распределяется по двум соседним узлам, прилегающим к нему. Сдвиги от всех траекторий у каждого *i*-го узла суммируются и узлы смещаются,  $z'_i = z_i + \Delta z_i$ ;

• Проводится сглаживание каждой линии

 $z_i = (1 - 2\beta)z'_i + \beta(z'_{i-1} + z'_{i+1}), \beta < 0.5;$ 

• Концы линий проверяются на граничные условия и корректируются;

• В новой геометрии поверхностей плазмы находится самосогласованное решение по полям и траекториям, находятся плотности эмитируемых токов, согласованных с граничными условиями ИОС, сопоставляются с токами в плазме, далее цикл повторяется до совпадения токов с точностью 1 – 5%.

### Примеры моделирования источников ионных пучков

Ниже будут представлены примеры расчетов источников ионных пучков с плазменными эмиттерами, проведенные для режимов, в которых электроны разрядной и вторичной плазмы заперты электрическими полями ИОС, а ионная эмиссия определяется параметрами обеих плазм. Это обусловлено, в основном, технологическими требованиями к источникам. Действительно, появление эмиссии электронов с токами, существенно большими ионных, приводит к дополнительному облучению и нагреву электродов ИОС, и неоправданной перегрузке источников питания.

Трехэлектродный источник протонного пучка [9]. Он содержит многощелевую ИОС прямого ускорения с электродом, задерживающим вторичную плазму. Параметры разрядной плазмы, эмитирующей протоны: плотность плазмы  $n \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup>. температуры компонент  $T_e \sim 8$  эВ,  $T_i \sim 2$  эВ, потенциал плазмы относительно эмиссионного электрода  $\phi \sim 20~B$  плотность эмиссионного тока  $j_i \sim 0.28$  A/cm<sup>2</sup>, электрическое поле для остановки плазмы Е ~ 5.4 кВ/см; параметры вторичной:  $n \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e \sim T_i \sim 2 \text{ B}$ ,  $\phi \sim 10 \text{ B}$ ,  $j_i \sim 0.028 \text{ A/cm}^2$ ,  $E \sim 0.2 \text{ kB/cm}$ . Потенциал эмиссионного электрода составлял U<sub>0</sub> = 20 кэВ, задерживающего изменялся в диапазоне U от -1 до - 1.5 кB, выпускающий электрод заземлен. Результат моделирования одной ячейки источника при потенциале задерживающего электрода U = - 1.5 кВ показан на Рис. 5. Величина потенциального барьера, задерживающего электроны плазмы, составила ~ 0.4 кВ. Его увеличение приводит к увеличению угловой расходимости скоростей пучка, уже наблюдающегося на Рис.5. Максимальные углы соответствуют протонам с периферии потока из разрядной плазмы. Средняя угловая расходимость скоростей протонов в выходящем пучке составляет около 0.04 рад. Погонный ток пучка из элементарной ячейки источника составляет ~ 87 мА/см, а ток из вторичной плазмы ~ 11 мА/см с энерговыделением на среднем электроде ~ 17 Вт/см.

Следует отметить, что в этой модели источника не учитывалось поглощение вторичной плазмы на стенках выпускающего электрода. Оно было учтено в последующих версиях кода. Здесь же плотность вторичной плазмы, оцененная по величине тока из нее, фактически относится к ее части, прошедшей через выпускающий электрод.



эмиссионной (слева) и вторичной (справа) плазмы в элементарной ячейке многощелевого трехэлектродного источника протонного пучка.

Изменение потенциала задерживающего электрода оказалось критическим для задержания вторичной плазмы – при U = -1 кВ итерационный процесса вычисления положения ее границы перестал сходиться. Это соответствует наблюдаемому в эксперименте нарушению стабильности работы источника и пробоям при  $U \approx -0.9$  кВ.

Источник протонного пучка в схеме ускорение-замедление [10]. Этот режим работы источника протонного пучка представляется предпочтительным для получения интенсивного пучка протонов низкой энергии. Такой пучок позволяет перезарядкой в водороде генерировать атомарный водородный пучок с большим эквивалентным током, который может быть использован для установок с магнитным удержанием высокотемпературной плазмы – для ее подпитки рабочим веществом, для вращения плазмы, для локального изменения ее параметров. Увеличение тока протонов при ограниченной площади эмиттера достигается увеличением ускоряющего напряжения и плотности эмитирующей плазмы.

В принципе, реализация режима ускорение-замедление в трехэлектродной ИОС возможна при уменьшении потенциала эмиттера протонов и существенном увеличении потенциала второго электрода. Однако, при этом так же существенно возрастает мощность его нагрева током протонов из вторичной плазмы. Для снижения этого тока в ИОС уменьшается сечение щели в выходном заземленном электроде и перед ним устанавливается дополнительный электрод. На него подается небольшой отрицательный потенциал, предназначенный для запирания эмиссии электронов из вторичной плазмы и отбора ионов из нее.

Геометрия четырехэлектродной ИОС была оптимизирована с применением кода PBGUNS [20] без учета токов из вторичной плазмы, которая рассматривалась как область нейтрализации пространственных зарядов вблизи выходного электрода. Приведем параметры ИОС, принятые для моделирования. Разрядная плазма создается дуговым разрядом в водороде с плотностью  $n \sim 2.10^{12}$  см<sup>-3</sup> и температурами  $T_e \sim 3$  эВ,  $T_i \sim 2$  эВ, плотность эмиссионного тока  $j_i \sim 0.32$  А/см<sup>2</sup>. Потенциал плазмы принимался равным потенциалу эмиссионного электрода. Вторичная плазма:  $n \sim 10^{10} - 10^{11}$  см<sup>-3</sup>,  $T_e \sim 5$  эВ,  $T_i \sim 5$  эВ,  $\omega \sim 15$  В,  $i_i \sim 2 - 20$  мА/см<sup>2</sup>. Потенциалы электродов, начиная с эмиссионного: 2, -15, -0.12, 0 кВ.

Результат моделирования ИОС при плотности вторичной плазмы  $n \sim 10^{11}$  см<sup>-3</sup> приведен на Рис.6. Здесь влияние вторичной плазмы противоречиво. С одной стороны, она нейтрализует пространственный заряд проходящего в ней пучка протонов, ограничивая его угловую расходимость. С другой, она не позволяет увеличивать ток пучка, который своим

20

пространственным зарядом будет снижать электрическое поле на поверхности вторичной плазмы ниже необходимого для ее остановки. Увеличение электрического поля потенциалом третьего электрода  $U_3$ , запирающего электроны, приводит к расфокусировке пучка с попаданием его на выпускающий электрод. Потенциал  $U_3 = -0.12$  кВ для ИОС и приведенных параметров эмиссионной и вторичной плазмы, по-видимому, близок к оптимальному. При его увеличении до -0.1 кВ поле на поверхности вторичной плазмы и потенциальный барьер для ее электронов уменьшаются, и плазма преодолевает его. При уменьшении  $U_3$  до -0.15 кВ пучок частично попадает на последний электрод.



Рис.6. Ускорительная ячейка четырехэлектродного источника интенсивного протонного пучка низкой энергии в режиме "ускорение-замедление". І – эмиссионная плазма, II – вторичная плазма; вверху – траектории протонов, внизу – эквипотенциальные линии.

В результате моделирования получены следующие параметры ИОС. Погонный ток пучка протонов из ускорительной ячейки составил  $I_i \sim 93$  мА/см с угловой расходимостью

скоростей  $<\theta^2>^{1/2} \sim 0.007$ . Погонный ток вторичной плазмы составляет  $\sim 0.6$  мА/см, причем  $\sim 44\%$  из него попадает на задерживающий, а остальные 56% — на высоковольтный электрод с выделением 5 Вт/см тепла.

Источник протонного пучка с перестраиваемой энергией частиц. Четырех-электродную ИОС можно использовать в режиме изменения энергии пучка с сохранением его тока. В ней напряжение на участке ускорения (между первыми двумя электродами) сохраняется, а увеличение энергии пучка происходит за счет подъема напряжения между блоками ускорения и задержки вторичной плазмы. Возможна также корректировка потенциала, задерживающего электрода. Пример расчета такого источника приведен на Рис.7.



Рис.7. Ускорительная ячейка источника протонного пучка в режиме перестраиваемой энергии. Обозначения, как на Рис.6.

Здесь ток протонов, выходящих из ячейки с энергией 20 кэВ, равен ~ 78 мА/см, угловая расходимость ~ 0.04 рад. Параметры разрядной плазмы: плотность  $\sim$  $3 \cdot 10^{12}$  $\mathrm{CM}^{-3}$ температуры компонент 3 эВ. Плотность вторичной плазмы  $\sim 8.10^{11}$  см<sup>-3</sup>, температура 5 эВ, выходящий из нее ток протонов задерживающий электрод ~ 5 мА/см. Для получения на максимальных параметров ИОС источника не оптимизирована, но при понижении энергии пучка ниже 16 кэВ угловые скорости протонов возрастают до ~ 0.05 рад и начинаются их потери на выходном электроде. При этом в эксперименте возникают электрические пробои в ИОС. Для пучка с энергией 20 кэВ повышение плотности вторичной плазмы свыше ~  $2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup> приводит к ее проникновению в источник. Возможно, ее можно остановить, увеличив задерживающее напряжение. Это моделированием еще не проверялось.

#### Заключение

Для моделирования источников ионных пучков методом "токовых трубок" сформулирован полный набор граничных условий, используемый для расчетов плазменных эмиттеров и реализованный в коде POISSON-2. Код позволяет моделировать источники с вторичной плазмой, возникающей при получении атомарного пучка нейтрализацией или перезарядкой пучка протонов в газе. Приведены примеры моделирования реальных источников, наблюдается согласование расчетов с проведенными измерениями.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и образования РФ в рамках Госзадания. Автор искренне благодарен И.А. Котельникову, В.И. Давыденко и А.В. Брулю за постановку и полезные обсуждения проведенных расчетов.

# Список литературы

- Н.Н. Семашко, А. Н. Владимиров, В. В. Кузнецов и др. Инжекторы быстрых атомов водорода, М.: Энергоиздат, 1981, (Проблемы управляемого термоядерного синтеза), 168 с.
- [2] Астрелин В.Т.,Котельников И.А. О граничных условиях на поверхности плазменного эмиттера при наличии встречного потока частиц. І. Эмиттер ионов // Физика плазмы. 2017. Т.43. № 2. стр.122–133.
- [3] Астрелин В.Т. Граничные условия в источнике электронного пучка на поверхности анодной плазмы со сверхзвуковым потоком ионов // Известия вузов. Физика.
   2020. - Т. 63, № 10. - С. 80-86. - Библиогр.: 11 назв. -DOI 10.17223/00213411/63/10/80.
- [4] V.T. Astrelin, P.A. Bagryansky, E.I. Soldatkina, D.I. Skovorodin Calculation characteristics of the electron beam injected into the plasma of the open magnetic trap GDT // IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society: Proceedings of 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE), Tomsk, September 14-26, 2020, report S7-P-021005, p.403-407
- [5] Bohm D. Minimum ionic kinetic energy for a stable sheath. in: The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields (National Nuclear Energy Ser. Manhattan Project Technical Section. Division I. Vol. 5. Eds A Guthrie, R K Wakerling) (New York: McGraw-Hill. 1949). PP. 77 – 86.
- [6] И.А. Котельников, В.Т. Астрелин. Теория плазменного эмиттера положительных ионов // УФН, т.185, вып.7, 2015, с.753-771. DOI: 10.3367/UFNr.0185.201507с.
- [7] Астрелин В.Т., Иванов В.Я. Пакет программ для расчета характеристик интенсивных пучков релятивистских заряженных частиц // Автометрия. 1980. № 3. С. 92–99.
- [8] Астрелин В.Т. Особенности решения задач плазменной эмиссионной электроники в пакете прикладных программ POISSON-2 // Успехи прикладной физики.

2013. T.1. №5. C.571–573; <u>https://advance.orion-ir.ru/UPF-13/5/5-r.htm</u>

- [9] V.T. Astrelin, V.I. Davydenko, A.V. Kolmogorov. Numerical Simulation of the Secondary Plasma Surface in the Ion Beam Formation // Известия высших учебных заведений. Физика. Издательство научно-технической литературы. Томск, 2014, том.57, вып. 11/3, с.128-132.
- [10] В.Т. Астрелин, В.И. Давыденко, А.В. Бруль. Численное моделирование многощелевой четырехэлектродной ионно-оптической системы для формирования интенсивного пучка протонов низкой энергии // in: Proceedings of 9th Intern. Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE-2024), Sept 16–21, 2024, Tomsk, Russia, P. 47; doi: 10.56761/EFRE2024.S1-O-024302
- [11] В.Т. Астрелин, И.В. Карпов. Моделирование диода с плазменными границами с учетом эмиссионных характеристик катодной и анодной плазмы. // Труды 4-го международного Крейнделевского семинара "Плазменная эмиссионная электроника", г. Улан-Удэ, 25-30 июня 2012г, Изд-во БНЦ СО РАН, Улан-Удэ, 2012, с.74-80; http://inma.hean.et.m/geoferen.el/proceedings\_of\_co.

 $http://ipms.bscnet.ru/conferenc/krnd\_sem/proceedings\_of\_sem/section\_1/Astrelin\_74-80.pdf$ 

- [12] В.Т. Астрелин, И.А. Котельников. Численное моделирование плазменных эмиттеров в диодах со встречными потоками электронов и ионов в пакете POISSON-2. // Труды 5-го международного Крейнделевского семинара "Плазменная эмиссионная электроника", г. Улан-Удэ, 3-7 августа 2015г, Изд-во БНЦ СО РАН, Улан-Удэ, 2015, с.85-92; http://ipms.bscnet.ru/conferenc/krnd\_sem/2015pub.pdf
- [13] Noah Hershkowitz. Sheaths: More complicated than you think // Phys. Plasmas 12, 055502 (2005); doi: 10.1063/1.1887189

- [14] Allen J.E. A note on the generalized sheath criterion // J. Phys. D: Appl. Phys. 1976. V. 9. P. 2331; http://iopscience.iop.org/0022-3727/9/16/003
- [15] А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе, Основы электродинамики плазмы / М.: Высш. шк., 1988. – 424 с.
- [16] Окс Е.М. Источники электронов с плазменным катодом: физика, техника, применения. Томск, Изд-во НТЛ, 2005. 216 С.
- [17] V. Ivanov, N. Folwell, A. Guetz et al. Simulating Dark Current in NLC Structures, ICAP-2004, June 29-July 2, 2004. Published in NIM A558:168-174, 2006.
- [18] Z. Insepov, V. Ivanov, H. Frisch, Comparison of Candidate Secondary Electron Emission Materials, NIM B, 268(2010) 3315-3320.
- [19] V. Astrelin, A. Burdakov, G. Derevyankin, et al. Numerical Simulation of Diodes with Plasma Electrodes. // Proceedings of 15th International Symposium on High Current Electronics: Tomsk: 2008, p.11-15.
- [20] J.E. Boers, PBGUNS: A digital computer program for the simulation of electron and ion beams on a PC, *Plasma Science*, 1993. IEEE Conference Record-Abstracts., 1993
   IEEE International Conference on. IEEE, 213, 1993.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ИОННЫХ ПУЧКОВ С УЧЕТОМ ВТОРИЧНОЙ ПЛАЗМЫ

В.Т. Астрелин, ИЯФ СО РАН

Препринт ИЯФ 2025-05

Ответственный за выпуск М.В.Кузин Работа поступила 27.05.2025 г. Сдано в набор 27.05.2025 г. Подписано в печать 27.05.2025 г. Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0.6 печ.л., 0.7 уч.-изд.л. Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ №5 Обработано на РС и отпечатано в ИЯФ СО РАН

Новосибирск, 630090, пр. Лаврентьева, 11.