НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера СО РАН

А.В. Бублей, В.М. Панасюк, В.В. Пархомчук, В.Б. Рева

ИЗМЕРЕНИЯ ПРОФИЛЯ ИНТЕНСИВНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

ИЯФ 2004-77

НОВОСИБИРСК 2004

Измерения профиля интенсивного электронного пучка

А.В. Бублей, В.М. Панасюк, В.В. Пархомчук, В.Б. Рева

Институт Ядерной Физики им. Г. И. Будкера 630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

В электронных охладителях нового поколения используются электронные пушки с возможностью регулирования профиля пучка. В данной статье описано измерение 2D профиля интенсивного электронного пучка с помощью проволочного пробника. Регистрировалось световое излучение с проволочки и ток оседания на нее. Приведены методика измерений, результаты экспериментов и сравнение их с теоретическими расчетами. Показано, что измерения, выполненные проволочным пробником, позволяют адекватно экспериментально определить форму пучка.

© Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Введение

Охлаждение ионного пучка сопутствующим пучком холодных электронов нашло широкое применение в физике ускорительного эксперимента [1]. Данный метод впервые был опробован в Новосибирске в 1974 [2]. Высокая эффективность охлаждения позволяет достичь высокой фазовой плотности ионных пучков. Наблюдался сдвиг частот бетатронных колебаний на собственном пространственном заряде на уровне 0.1 – 0.2. В экспериментах были обнаружены даже переходы ультрахолодных пучков во внутренне упорядоченное состояние, что дало развитию специальному направлению в физике ускорителей "Физике кристаллических пучков". Но при высоких плотностях тока на ряде установок наблюдалось развитие когерентных неустойчивостей приводящих к проблемам с накоплением пучков. Кроме этого в ряде случаев становится существенной и рекомбинация ионов на электронах охлаждающего пучка.

Одним из способов решения вышеперечисленных проблем является создание электронного пучка с заданным радиальным профилем электронного тока. Интенсивность охлаждения прямо пропорциональна электронной плотности и обратно пропорциональна кубу амплитуды бетатронных колебаний ионов. Таким образом, уменьшая плотность электронного пучка в центре, возможно незначительно уменьшив время охлаждения, существенно подавить процесс рекомбинации и нежелательное коллективное ионэлектронное взаимодействие.

Использование электронного пучка с изменяемым профилем, также открывает дополнительные возможности в технике ускорительного эксперимента. Можно, например, держать размер ионного пучка в заданных пределах, не допуская большого сдвига частоты по пространственному заряду, или максимально охлаждать центральную часть ионного пучка при его взаимодействии с внутренней мишенью.

Для достижения этих целей была разработана электронная пушка с управляемым профилем пучка [3,4]. Особенности ее работы были исследованы на специальном стенде пушка – коллектор в ИЯФ СО РАН [5]. Здесь же были проведены измерения профиля пучка в разных режимах работы электронной пушки. Описанию данной работы и посвящен данный препринт.

Методика измерений

Для измерения профиля пучка использовалась тонкая вольфрамовая проволока, пошагово вводимая поперёк пучка. На каждом шаге проволока пересекала пучок по соответствующей хорде. Проводились измерения двух видов.

Первые измерения – это измерения тока попадающих на проволоку электронов пучка. В предположении аксиальной симметрии пучка результатом измерений является уравнение Абеля, решая которое можно найти распределение плотности тока $j_e(r)$:

$$J_e(y^2) = d \cdot \int_{y^2}^{R^2} j_e(r^2) \cdot \frac{dr^2}{\sqrt{r^2 - y^2}} .$$
 (1)

Здесь d – диаметр проволоки (20 мкм), R – внешний радиус пучка (1.5 см), r – текущий радиус пучка, y – координата хорды от центра пучка вдоль линии перемещения, $J_e(y^2)$ – измеренная зависимость тока. Измерения проходили в сильном внешнем магнитном поле, поэтому предполагалось, что вторичные электроны не могут покинуть силовую линию и, в конечном счете, все равно оседают на проволочку зонда.

Вторые измерения – это локальные измерения излучения нагреваемой пучком проволоки. При каждом шаге перемещения проволочного пробника, светящаяся нить сканировалась специальным приемником излучения. На рисунке 1 показан набор фотографий проволочки сделанный по мере ее движения вдоль пучка.



Рис. 1. Набор фотографий проволочки сделанный по мере ее движения вдоль пучка.

Профиль плотности мощности пучка вдоль проволоки Q(x), в общем случае, связан с плотностью излучения уравнением (2). В данном уравнении

учтены следующие эффекты: перенос тепла за счет теплопроводности (левая часть уравнения), приток тепла за счет нагрева внешним током (первый член в правой части), нагрев нити электронным током пучка (второй член в правой части), излучение мощности за счет свечения (третий член в правой части)

$$-\pi a^2 \left[\frac{d}{dx} \left(\chi(T) \cdot \frac{dT}{dx} \right) \right] = \frac{J_h^2}{\pi a^2} \cdot \rho(T) + 2a \cdot Q(x) - 2\pi a \cdot q(T).$$
(2)

Здесь T(x) – профиль температуры вдоль хорды, x – текущая координата вдоль хорды, J_h – ток накала проволоки, $\rho(T)$ – удельное сопротивление вольфрама, q(T) – плотность излучаемой мощности, $\chi(T)$ – коэффициент теплопроводности вольфрама.

Подогрев проволочки внешним током с известной мощностью использовался для калибровки датчиков мощности излучения, улучшения динамического диапазона фотоприемной аппаратуры при измерении профиля пучка и улучшения пространственного разрешения за счет увеличения роли потерь на излучения по сравнению с теплопроводностью.

Для восстановления профиля пучка, в общем случае, необходимо знать зависимость T(S), где S – сигнал приёмника излучения. Из-за дифференцирования профиль S(x) необходимо снимать с хорошим пространственным разрешением и подробно. Только в частном случае достаточно гладких профилей пучка, когда теплопроводностью вдоль проволоки можно пренебречь, и измерения S(x) проводились без подогрева для нахождения профиля достаточно зависимости q(S), так как здесь $Q(x) \approx \pi q(S)$.

Магнитная система стенда состоит из двух установленных вертикально соленоидов. Пушка была расположена внизу и вдвинута в нижний соленоид на ~7.5 см. Для формирования поля в области катода пушки использовался концентратор из железа. Коллектор размещался на ~1 см выше верхнего соленоида и для формирования поля в нём использовался экран. Расстояние между пушкой и коллектором ~110 см. Питание соленоидов раздельное, что позволяло варьировать размер пучка на входе в коллектор. Диапазон изменения магнитных полей 0.3 - 0.7 кГс. Промежуток между соленоидами (~20 см) использовался для откачки и в диагностических целях. Он находится на 45см выше катода. Вакуумная камера была выполнена в виде 3-х мерной крестовины, по вертикальной трубе которой проходи пучок. Размещение оборудования на горизонтальных патрубках показано на схеме измерения профиля пучка (рис. 2). Схема установки показана на рисунке 3.



Рис. 2. Схема измерений: 1 – фотодиод, 2 – фотоаппарат «Зенит-ЕТ», 3 – вакуумное окно, 4 – вольфрамовая проволока, 5 – сильфон, 6 – механический привод, 7 – штанга, 8 – обмотка соленоида, 9 – детали магнитопровода, 10 – вакуумная камера, 11 – магниторазрядный насос, 12 – электронный пучок.

Оборудование

Проволока (поз.4, рис. 2) длиной 10 см и диаметром 19.2 мкм через изоляторы натягивалась на пружинящую металлическую рамку, закрепленную на подвижной штанге (поз.7, рис. 2). Всё это устройство находилось внутри вакуумной камеры. Концы проволоки были выведены наружу через разъем. Перемещение штанги перпендикулярно пучку осуществлялось через сильфон (поз.5, рис. 1) с помощью шагового двигателя (поз.6, рис. 2).

Излучение от раскаленной вольфрамовой нити выводилось через стеклянное вакуумное окно (поз.3, рис. 2). Приемником излучения служил фотодиод с усилителем OPT211 (поз.1, рис.2), установленный внутри фотокамеры "Зенит-ЕМ" со штатным объективом "Гелиос-44" (поз.2, рис. 2). Использовалась щелевая диафрагма. С учётом геометрических факторов пространственное разрешение оптической системы по длине составляло 0.5 мм. Фотоаппарат закреплялся на сканирующее устройство, которое с помощью электромотора совершало колебания в горизонтальной плоскости. Полный угловой размах 10° при плече ~100 см позволял с запасом просматривать всю длину проволоки. На каждом шаге поперёк пучка осуществлялось ~5 прохождений вдоль проволоки и в каждом прохождении с помощью АЦП производилось около 100 считываний сигналов с фотодиода и соответствующих координат точек наблюдений.



Рис. 3. Схема стенда пушка – коллектор: 1 – коллектор, 2 – электронная пушка с изменяемым профилем пучка, 3 – катушки магнитной системы коллектора, 4 – катушки магнитной системы пушки, 5 – магнитопроводы и концентраторы магнитного потока, 6 – ионный насос, 7 – "крестовина" для откачки (одно плечо) и ввода зонда (другое плечо), 8 – несущая конструкция стенда, 9 – смотровое окно вакуумной установки.

Таким образом, сканирование проволоки на каждом шаге её перемещения поперёк пучка дает картину регистрируемого излучения по сечению пучка. Мощность излучения сильно возрастает с температурой, поэтому более приемлемой является высокая рабочая температура проволоки.

Справочное значение максимальной рабочей температуры вольфрама в вакууме равно 2800 К [6]. Однако при такой температуре вольфрам заметно испаряется. Приемлемой максимальной величиной является температура проволоки 2200 К, при которой давление насыщенных паров равно $7.4 \cdot 10^{-10}$ mm Hg. Соответствующая плотность мощности излучения q = 37 BT/см² и отсюда следует оценка допустимой величины локальной плотности мощности пучка: $Q \approx \pi \cdot q \approx 120$ BT/см². При температуре 2200 К излучение максимально на длине волны $\lambda_M \approx 1.3$ мкм.

Первая серия измерений поводилась со сравнительно слабыми стационарными пучками: энергия электронов 1 кэВ, токи до 0.17 А. Радиус пучка 1.5 см, средняя по сечению пучка плотность мощности доходила до ~24 $\rm Br/cm^2.$

Во второй серии пушка работала в номинальном режиме. Формировались пучки с токами до 2.4 А и с энергией электронов до 5 кэВ. Последующее использование таких пучков для охлаждения ионов требует лишь их ускорения. Очевидно, что в стационарном пучке со средней по сечению плотностью мощности ~1.7 кВт/см² проволока сгорит. Поэтому при измерениях с проволокой на управляющий электрод пушки подавалась периодическая последовательность отпирающих ($\tau = 0.28$ ms) и запирающих импульсов. Скважность процесса нагрева равна 43. Среднее значение плотности мощности пучка равно 1700/43 = 40 Вт/см², чему соответствует средняя температура проволоки ~1770 К. Тепловой скин-слой ($4k\tau$)^{1/2} = $1.7 \cdot 10^{-2}$ см, где k = 0.25 см²/с – температуропроводность вольфрама. Он на порядок больше диаметра проволоки, и, следовательно, в каждом импульсе проволока прогревается по всему её сечению. Приращение температуры за импульс при плотности мощности 1.7 кВт/см² равно 80 К и, соответственно, таков при этом размах колебаний температуры на фоне средней температуры.

Приведенные выше оценки средней тепловой нагрузки на проволоку в несколько раз меньше допустимой нагрузки. Однако у полых или параболических пучков локальная плотность мощности в несколько раз больше средней и, соответственно, локальный нагрев проволоки выше.

Калибровка постоянным током

В процессе калибровки проводилось сканирование по всей длине проволоки с потактовой записью зависимости сигнала фотодиода от координаты при 14-и значениях тока накала J_k . Часть снятых зависимостей показана на рис. 2 (левый график). Видно, что почти во всех измерениях по длине проволоки сигнал с фотодиода близок к постоянному. Следовательно, практически вся поглощаемая мощность излучалась. Конкурирующая с излучением продольная теплопроводность заметно проявлялась на краях проволоки лишь при малых значениях тока накала (нижние кривые).

Регулярная неоднородность сигналов при x = -3.4 см может быть связана с локальным утолщением проволоки. По оценкам наблюдаемое во всех измерениях изменение сигнала соответствует локальному увеличению диаметра проволоки на ~1.5 мкм. Другим возможным объяснением является локальное уменьшение излучательной способности, связанной с неоднородность ю коэффициента черноты. Так как данная неоднородность не изменялась на протяжении всей работы, то она может быть достаточно просто учтена при обработке экспериментов. Сигнал при x < -5 см и x > 5 см, который, как правило, на порядок меньше сигнала с проволоки – это сигнал «засветки» от рассеянного излучения. На уровне сигнала $S < 10^{-3}$ мВ уже проявлялась «засветка» от катода.

На правом графике рис. 4 показана зависимость сигнала из центра проволоки от мощности накала P_k , которая близка к квадратичной при $P_k > 0.1$ мВт. Обратная зависимость $q_k(S_k)$ позволяет по измеренному сигналу S(x)найти профиль плотности мощности пучка вдоль проволоки $Q(x) = \pi q(x)$ в случае, когда профиль достаточно гладкий и теплопроводностью вдоль про-

волоки можно пренебречь. Здесь $q_k = \frac{P_k}{\pi d L}$ – плотность мощности излуче-

ния, $d=19.2 \cdot 10^{-4}$ см – диаметр проволоки и L = 10 сm – длина проволоки.



Рис. 4. Левый график – профили сигнала фотодиода при разных токах накала проволоки. Сплошные кривые – это расчётные профили сигнала (см. ниже). Правый график – зависимость сигнала от мощности накала.

Для восстановления по измеренному сигналу S(x) профилей пучков с крутой границей требуется температурная зависимость сигнала фотоприёмника S (см. уравнение (2)). Для этого можно использовать близкую к линейной зависимость удельного сопротивления вольфрама от температуры. Соответственно, каждому из 14-и измеренных значений

$$\rho_k = \frac{U_k \cdot \pi \ d^2}{4J_h L},$$

где U_k – напряжение накала, соответствует справочное значение температуры T_k . Полученная в результате зависимость $T_k(S_k)$ приведена на левом графике рис. 5.



Рис. 5. Левый график – точки это сигналы фотодиода S_k как функция температуры T_k , определённой по справочной температурной зависимости удельного сопротивления $\rho(T)$. Правый график – сплошная кривая это справочная зависимость плотности мощности излучения q(T). Точки – это значения $q_k(T_k)$ в измерениях. Там же – расчётная зависимость плотности мощности излучения $q_\lambda(T)$ в полосе фотоприёмника (сплошная кривая). Кривая $q_{\lambda 1}(T)$ это зависимость излучения при изменении полосы фотоприемника. Видно, что расчетные и измеренные значения в этом случае существенно расходятся. Точки – это нормированные значения сигнала фотоприёмника.

Известно, что излучательная способность $\varepsilon(T) = q(T) / \sigma T^4$ сильно зависит от состояния поверхности. Сначала проволока светилась неравномерно, местами очень ярко. Устойчивые и надежные экспериментальные данные начали получаться только по истечении некоторого времени, когда вся поверхность проволоки достаточно постояла под электронным пучком и была прокалена при максимально допустимых значениях тока. Калибровка $q_k(S_k)$ и $T_k(S_k)$ проводилась по истечении некоторого времени, когда поверхность проволоки полностью очистилась и достигла равновесного состояния.

В качестве проверки калибровки на правом графике рис. 5 показано соответствие измеренной зависимости плотности мощности излучения $q_k(T_k)$ и справочной зависимости q(T). Более того, значения сигнала фотоприёмника $S(T_k)$, помноженные на постоянную *C*, хорошо ложатся на кривую $q_{\lambda}(T)$ рис. 5, которая представляет собой плотность мощности излучения в полосе фотоприёмника с весом по его чувствительности. Кривая является произведением $\varepsilon(T)$ и интеграла по длине волны от произведения формулы Планка для излучения чёрного тела и относительной (единица в максимуме) спектральной чувствительности приемника излучения. Пропускающая способность стекла (вакуумное окошко, линзы) приблизительно постоянна в полосе чувствительности фотоприёмника. Для сравнения на графике показано как расходятся температурные зависимости $C_I \cdot S(T_k)$ и $q_{\lambda I}(T)$, если интегрировать не по полной ширине чувствительности, а лишь до значения 0.7 мкм (примерно максимум чувствительности фотоприёмника).

Таким образом, результатом калибровки являются две зависимости. Первая – это полученная в прямых измерениях зависимость сигнала фотоприёмника S от плотности излучаемой мощности q. Если профиль пучка достаточно гладкий и теплопроводностью вдоль проволоки можно пренебречь, то несложно определить профиль, используя обратную зависимость q(S). Вторая – это зависимость сигнала фотоприёмника S от температуры проволоки T, необходимая тогда, когда теплопроводностью вдоль проволоки пренебречь нельзя. Она является результатом обработки измерений с использованием справочных данных. Достоверность зависимости S(T) подтверждается только хорошим соответствием справочных и измеренных зависимостей на рис. 5. Альтернативой здесь могли бы быть пирометрические измерения, однако, соответствие истиной и яркостной температур также вопрос справочный. Как уже отмечалось, для восстановления профиля пучка необходима не только обратная зависимость T(S), но и её производные.

Измерения профилей пучка

На рис. 6 показан нормированный профиль плотности тока пучка, получающийся из измерений тока на пошагово вводимую поперёк пучка проволоку. Пучок полагался аксиально-симметричным, и профиль является решением уравнение Абеля (1). Там же показан профиль, являющийся результатом численного моделирования работы пушки при тех же её параметрах с помощью комплекса программ SAM [3].

На рис. 7 представлены распределения плотности излучаемой мощности при двухмерном сканировании разных пучков. Распределения представлены в виде «кадров», на которых значению плотности соответствует яркость. Регистрировалось излучение при сканировании фотоприёмника вдоль пересекающей пучок проволоки – на «кадрах» слева направо, затем проволока пошагово перемещалась поперёк пучка – на «кадрах» снизу вверх. Везде напряжение катода пушки $U_{\text{cath}} = -1$ kV, напряжение анода $U_a = 0.5$ kV. Профиль пучков определяется напряжением на управляющем электроде U_{contr} относительно катода.



Рис. 6. Нормированный профиль пучка (крестики), восстановленный из прямых измерений тока на проволоку. Сплошная линия – результат численного моделирования пушки.



Рис. 7. Распределения плотности излучаемой мощности при сканировании разных пучков. Напряжение на управляющем электроде пушки $U_{\text{contr}} = 0$, 100, 200, 350, 400 и 600 В (слева направо).

Наблюдаемая азимутальная неоднородность распределений связанна с тем, что, начиная со 2-ого кадра, плотность мощности пучка сосредоточена в узком слое на внешней границе. Соответственно, из-за продольной теплопроводности происходит размытие профиля температуры и как следствие плотности излучаемой мощности. Вверху и внизу проволока пересекает этот слой по хорде, длина нагреваемого пучком участка здесь больше чем при пересечении по диаметру и, соответственно, размытие температуры проявляется слабей.

На рис. 8 представлены результаты измерений профиля пучка обоими способами в режиме работы пушки: $U_{\text{cath}} = -1$ кВ, $U_{\text{contr}} = 400$ В и ток пучка $J_e = 0.17$ А. Координаты центра пучка x = 0 и y = 0, проволока натянута параллельно X и пошагово перемещалась по Y. Показаны q(x,0) – профиль плотности излучаемой мощности вдоль проволоки, пересекающей пучок по диаметру, и q(0,y) – профиль плотности излучаемой мощности выборкой сигналов с координатой x = 0 из серии перемещений проволоки поперёк пучка. Так же показан профиль плотности тока пучка j(r), полученный из измерений тока на пошагово вводимую поперёк пучка проволоку.



Рис. 8. Распределения плотности излучаемой мощности по взаимно перпендикулярным диаметрам пучка: q(x,0) – вдоль проволоки (Δ), q(0,y) – вдоль линии перемещения проволоки (\blacksquare). Распределение плотности тока пучка j(r)(\circ).

На левом графике рис. 9 показаны профили температуры, являющиеся решениями уравнения (2) для длинной проволоки, равномерно нагреваемой на длине $-x_0 \le x \le x_0$ пучком с плотностью мощности $Q_0 = 50$ Вт/см². Рассмотрено влияние на профили подогрева проволоки током J_h .

На правом графике показаны сигналы фотоприёмника, которые согласно калибровке рис. 4 соответствовали бы полученным профилям температуры. Полученные таким образом сигналы можно соотнести с измерениями по диаметру плоского пучка с радиусом R = 1.5 см, с измерениями полого (трубчатого) пучка с радиусом R = 1.5 см и толщиной $\delta R = 0.3$ см по диаметру – $2x_0 = 0.3$ см, и по внешней хорде – $2x_0 = 0.6$ см.

Из этих графиков следует, что для нахождения профиля плотности мощности пучка с помощью уравнения (2) по измеренной зависимости S(x) приемлемыми являются только измерения с подогревом проволоки. Действительно, зависимость сигнала фотоприёмника от температуры сильная, общая длина проволоки конечная (L = 10 см) и только при подогреве получаются адекватные значения, как величины сигнала, так и характерных линейных размеров изменения и сигнала, и температуры. Видно, что ток накала $J_h = 0.06$ А близок к оптимальному.



Рис. 9. Серии профилей температуры и сигналы фотоприёмника при нагреве проволоки пучком с плотностью мощности $Q_0 = 50$ Вт/см²: нижние серия – профили без подогрева проволоки $J_h = 0$, средние – профили при $J_h = 0.06$ А и верхние – профили при $J_h = 0.08$ А. В каждой серии нагрев пучком происходит на длине $2x_0 = 3$ см, $2x_0 = 0.6$ см и $2x_0 = 0.3$ см (кривые слева направо).



Рис. 10. Левый график – профили плотности мощности в сечениях по центру пучка: $Q_b(x,0)$ (**n**) – пучка и $\pi q(x,0)$ (**—**) – излучения вдоль проволоки, и $\pi q(0,y)$ (Δ) – излучения поперёк проволоки. Правый график – интегралы $p_b(y_i)$ (**n**) и $p(y_i)$ (**o**) по хордам с координатами y_i поперек пучка.

На рис. 10 приведены результаты, полученные при сканировании полого пучка подогретой проволокой. Ток накала проволоки $J_h = 0.05$ А. Средняя мощность пучка 220 Вт: импульсный ток пучка ~1.9 А, ток коллектора 44 мА (скважность 43) и энергия электронов 5 кэВ. На левом графике показан профиль плотности мощности пучка $Q_b(x,0)$ по его диаметру и профиль плотности излучаемой мощности $\pi q(x,0)$ за вычетом доли излучения от тока накала J_h . Для нахождения профилей использованы сигнал S(x,0) с проходящей по диаметру пучка проволоки, калибровки T(S) и q(S), уравнение (2) и справочные зависимости для $\rho(T)$ и $\chi(T)$. Проволока перемещалась поперёк пучка с шагом 0.15 см. Сигналы фотоприёмника $S(x,y_i)$ измерены в 20 положениях. Профиль плотности излучаемой мощности $\pi q(0,y)$, полученный из выборки сигналов $S(0,y_i)$ в сечении по центру пучка и также за вычетом доли излучения от накала, показан для сравнения.

На правом графике приведены интегралы $p_b(y_i) = \int Q_b(x, y_i) dx$ и $p(y_i) = \pi \int q(x, y_i) dx$ по хордам с координатами y_i поперёк пучка, значения которых с хорошей точностью совпадают. Это означает, что поглощаемая проволокой мощность пучка излучается, а не уходит вдоль проволоки на крепёжную рамку.



Рис. 11. Профили плотности мощности пучка $Q_{apr}(x)$, восстановленные без учёта левой части уравнения [2] из измеренных при сканировании профилей сигнала S(x). В плоскости YZ (слева) приведен профиль пучка в сечении X = 0.



Рис. 12. Профили плотности мощности пучка $Q_b(x)$, восстановленные из измеренных при сканировании профилей сигнала S(x) с учётом левой части уравнения [2].

На рисунках 11 и 12 приведены распределения плотности мощности пучка при восстановлении профиля с учетом теплопроводности и без. Видно, что в случае учета правой части уравнения (2) восстановленный профиль становится более однородным вдоль координаты *Y*. В плоскости *YZ* (слева) приведен профиль пучка в сечении X=0.

Приложение

Решение уравнения Абеля

В случае измерения профиля пучка по электронному току, оседающему на нить пробника, при ее движении поперек пучка, необходимо решить уравнение Абеля. То есть, по заданному набору интегральных характеристик тока оседания на нить

$$J_e(x) = d \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2}} j\left(\sqrt{x^2 + z^2}\right) dz = 2d \int_{x}^{R} \frac{j(r)r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr, \qquad (\Pi.1)$$

восстановить радиальный профиль плотности тока пучка в предположении аксиальной симметричности его формы. В формуле П.1 R – радиус пучка, *d* – диаметр проволочки пробника, х – продольная координата положения пробника.

Решение уравнения (П.1) хорошо известно (см. например [7])

$$j(r) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{d} \left[\frac{J_e(R)}{\sqrt{R^2 - r^2}} - \int_r^R \frac{dJ_e}{dx} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \right],$$
(II.2)

считая, что на внешнем радиусе плотность тока равна нулю, получим

$$j(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{d} \int_{r}^{R} \frac{dJ_{e}}{dx} \frac{dx}{\sqrt{x^{2} - r^{2}}}$$
(II.3)

Подынтегральное выражение содержит корневую особенность. Для решения этой проблемы используют различные подходы [7]: например сплайнинтерполяция исходной экспериментальной зависимости $J_e(x)$ и затем вычисление (П.3) в квадратурах с некоторыми коэффициентами или использование трехточечных схем для оценки интеграла (П.3). В данной работе использовалась регуляризация выражения (П.3) на основе представления элемента интегрирования в виде

$$d\bigg(\ln\bigg(x+\sqrt{x^2-r^2}\bigg)\bigg).$$

Другой метод решения уравнения Абеля, использовавшийся при анализе экспериментальных данных, основан на последовательном восстановлении профиля пучка по концентрическим кольцам. Сечение пучка разбивалось на концентрические круги одинаковой ширины с фиксированной плотностью тока электронного пучка в каждом кольце. По мере пересечения проволочкой пучка она сначала захватывала первое (самое крайнее кольцо), затем второе и т.д (см. рис. П1). Из значения тока в первом сечении мы узнаем значении плотности тока j_1 в самом внешнем кольце (x_1) . Перемещаясь на шаг вглубь пучка (x_2) мы захватываем второе кольцо (j_2) и определяем значение плотности тока во втором кольце (с учетом значения тока в первом). Далее, двигаясь внутрь пучка, мы последовательно определяем значение плотности тока во всех концентрических кольцах.



Рис. П1. Схема восстановления радиального профиля пучка по концентрическим кольцам.

Профиль плотности тока в этом случае равен

$$j_e(x_i) = \frac{J_e(x_i) - 2d\sum_{k=2}^{l} j_e(x_{k-1})(\sqrt{x_{k-1}^2 - x_i^2} - \sqrt{x_k^2 - x_i^2})}{2d\sqrt{x_i^2 - x_{i+1}^2}}$$
(II.4)

здесь $J_e(x_i)$ – значение измеренного тока на пробник в точке x_i , $j_e(x_i)$ – восстановленный радиальный профиль плотности тока в сечении x_i . Нумерация колец идет с 1, значение плотности тока во внешнем кольце $j_e(x_1) = 0$. Значения положения пробника (сечения пучка) x_i убывают с ростом *i* (самое внешнее кольцо имеет наименьший порядковый номер).

Обращение уравнения Абеля (П.1) по формулам (П.3) и (П.4) является некорректной задачей, так как функция $J_e(x_i)$ известна из эксперимента в дискретном наборе точек x_i и содержит неизбежные шумы измерений. Численные эксперименты, описанные в [8], показывают, например, что восстановление профиля по формуле (П.3) с интерполяцией $J_e(x_i)$ сглаживающим кубическим сплайном [9] дает ошибку в определении профиля существенно большую, чем уровень шума. Чувствительность алгоритма восстановления различна к ошибкам в центре и на периферии профиля. В таблице 1 представлены данные по соотношению между уровнем шума и ошибкой в определении профиля в центре и на периферии пучка [8]

Таблица 1

Шум, %	1	3	5	10
периферия, %	3	6	12	20
центр, %	6	13	20	36

Для уменьшения влияния шумов измерений была предпринята попытка аппроксимации исходных данных с помощью "сглаженного кубического сплайна" (cubic smoothing parameter) [10]. Данный сплайн конструируется с использованием дополнительного параметра гладкости $p \subset [0..1]$. Он минимизирует функцию

$$p \cdot \sum_{j} [y(j) - s(x(j))]^2 + (1-p) \cdot \int (D^2 s)^2$$
.

Здесь p – параметр сглаживания, y(j) – экспериментальные значение измеренные в точках x(j), s(x) – значения кубического сплайна. Для p = 0, s(x) вырождается в линию, аппроксимирующую экспериментальные данные по методу наименьших квадратов, для p = 1 s(x) это обычный кубический сплайн. Данный тип "сплайн-интерполяции" устраняет недостаток обычного кубического сплайна (p = 1), заключающийся в том, что он с необходимостью должен проходит через все экспериментальные точки. "Сглаженный кубический сплайн" способен проходить рядом с экспериментальными точ-ками эффективно сглаживая мелкую шумовую "рябь".

К сожалению, данный метод вступает в противоречие с желанием адекватно восстановить профиль электронного пучка с резкими границами (см. рис. П4) сильно искажая профиль пучка на внешнем радиусе. С дальнейшим приближением формы пучка к цилиндрической это искажение будет только нарастать. Попытка исправить этот эффект за счет предварительного учета кольцевой формы пучка тоже не дала удовлетворительного результата (см. рис. П5). При построении данного профиля, сначала подбирался кольцевой профиль пучка такой формы, чтобы максимально точно описать $J_e(x_i)$ на внешней границе пучка. Полученные значения $J_e(x_i)$ вычитались из первичных экспериментальных данных, и остаток восстанавливался обычным методом с помощью (П.3). На рисунках П2–5 показаны профили пучка, восстановленные по различным методикам из одного набора экспериментальных данных.



Рис. П2–5 (нумерация слева - направо и сверху вниз). 2 – восстановления профиля пучка по формуле (П.3), 3 – восстановления профиля пучка по формуле (П.4), 4 – восстановления профиля пучка по формуле (П.3) с предварительным сглаживанием экспериментальных данных по методу csaps, 5 – восстановления профиля пучка по формуле (П.3) с предварительным учетом цилиндрической формы пучка.

Заключение

Измерения, выполненные проволочным пробником, позволили адекватно экспериментально определить форму пучка. Совместное использование измерений тока на проволочку и распределение свечения вдоль проволочки позволили получить надежные данные о профиле пучка. Измеренные профили находятся в разумном соответствии с результатами численных расчетов. Описанный в препринте метод позволяет проводить абсолютные измерения плотности интенсивных электронных пучков. Электронные пушки описанной выше конструкции были смонтированы на установках электронного охлаждения EC-35, EC-300 (Institute of Modern Physics, Ланьчжоу, Китай) и LEIR (CERN, Швейцария). Профили электронного пучка, измеренные для различных режимов работы электронной пушки, являются необходимыми данными для её дальнейшей эксплуатации эксплуатации.

Литература

- V.V. Parkhomchuk, A.N. Skrinsky. Electron cooling: 35 years of development. Physics – Uspekhi, v.43, N5, (2002), p.473-493.
- [2]. G.I. Budker, N.S. Dikansky, et al. First experiments on electron cooling. Proc. IV All-Union Meeting on Accelerators of Charged Particles (Moscow 1974), Moscow, Nauka, vol.2, p. 309; 1975 IEEE Trans. Nucl. Sci. VS-22, 2093-7.
- [3]. A. Bublei, A. Goncharov, A. Ivanov, E. Konstantinov, S. Konstantinov, V. Panasiuk, V. Parkhomchuk, V. Reva, B. Skarbo, B. Smirnov, B. Sukhina, M. Tiunov, M. Zakhvatkin, X. Yang. The electron gun with variable beam profile for optimization of electron cooling. Proceeding of EPAC 2002, Paris, France. p.1357 - 1358.
- [4]. A.V. Bubley, V.V. Parkhomchuk, V.B. Reva. Advantages of cooling with radial varying the ylectron beam density. International Workshop on Beam Cooling and Related Topics (ECOOL-2003) May 19-24, 2003, RIKEN, Japan
- [6]. Эспе В. Технология электровакуумных материалов. Том 1. Металлы и материалы с металлической проводимостью. Москва: ГЭИ, 1962
- [7] В.В. Пикалов, Н.Г. Преображенский Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск, "Наука", 1987.
- [8] В.С. Белкин, В.Г. Соколов, Ю.С. Храмов. Томографическое восстановление электронной температуры плазмы по излучению линии H_α на установке АМБАЛ-М. Препринт ИЯФ 98-35, Новосибирск 1998.
- [9] Ю.Е. Воскобойников, Н.Г. Преображенский, А.И. Седельников. математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Нововсибирск, "Наука", 1984.
- [10]. Документация к функции csaps пакета MATLAB 5-1. Carl De Boor. Spline ToolBox (For use with Matlab).

А.В. Бублей, В.М. Панасюк, В.В. Пархомчук, В.Б. Рева

Измерения профиля интенсивного электронного пучка

A.V. Bubley, V.M. Panasyuk, V.V. Parkhomchuk V.B. Reva

Profile measurements of intensive electron beam

ИЯФ 2004-77

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев Работа поступила 3.12.2004 Сдано в набор 6.12.2004 Подписано в печать 7.12.2004 Формат 60х90 1/16 Объем 1.2 печ.л., 0.9 уч.-изд.л. Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 73 Обработано на IBM PC и отпечатано на ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН

Новосибирск, 630090, пр. Академика Лаврентьева, 11