

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера СО РАН

Б.А. Князев, А.В. Кузьмин

ПОВЕРХНОСТНЫЕ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ:  
ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА, ФОРМИРОВАНИЕ,  
ТРАНСПОРТИРОВКА

НОВОСИБИРСК  
2003

# **Поверхностные электромагнитные волны: основные свойства, формирование, транспортировка**

*Б.А. Князев, А.В. Кузьмин*

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
Новосибирский государственный университет  
630090 Новосибирск

Описаны общие свойства поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) в спектральном диапазоне от СВЧ до видимого света. Показано, что длина затухания для субмиллиметровых волн возрастает до 1–10 метров, а толщина волны близка к 1–5 мм, в противоположность видимому диапазону, где эти величины составляют микроны. Это обстоятельство позволяет использовать ПЭВ для транспортировки терагерцового излучения, а также дает возможность использовать мощные ПЭВ для ряда приложений, таких как обработка поверхностей, создание поверхностной плазмы и т. п. Выполнены численные расчеты характеристик ПЭВ для плоской и коаксиальной геометрий. Приведено общее выражение для толщины скин-слоя в упомянутом выше широком спектральном диапазоне. Обсуждается вопрос о применении техники ПЭВ на Новосибирском лазере на свободных электронах.

## **Surface electromagnetic waves: features, formation, transport**

*B.A. Knyazev, A.V. Kuzmin*

Institute of Nuclear Physics, 630090, Novosibirsk  
Novosibirsk State University, 630090, Novosibirsk  
E-mail: knyazev@inp.nsk.su

### **Abstract**

General features of the surface electromagnetic waves (SEW) are described for a spectral range from microwaves to the visible light. It is shown that the path length for submillimeter waves grows to 1–10 meters, whereas the SEW thickness becomes close to 1-5 mm, in contrast to the visible range where these values are in the micrometer range. That allows to employ SEW for transport of terahertz radiation, as well as enables to use high power SEW for a number of applications — surface processing, plasma production and so on. SEW characteristics are calculated for both plane and coaxial geometries. General expression for the skin-depth is given for the wide spectral range mentioned above. Employment of the SEW technique on the Novosibirsk free electron laser is discussed.

© *Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН*

---

## Введение

Поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ) представляют собой направленное электромагнитное излучение, локализованное вблизи поверхности раздела двух сред и распространяющееся вдоль этой поверхности [1, 25, 3, 4, 5]. Его интенсивность быстро падает в направлении перпендикулярном поверхности раздела. Этот вид волн в ВЧ- и СВЧ-диапазонах используется для создания плазмы в плазмохимических реакторах [32, 7, 8, 9], а в видимом и инфракрасном диапазонах для исследования поверхностей [3, 10, 11, 12]. Существуют и некоторые другие применения поверхностных волн.

В последние годы наблюдается экспоненциальный рост числа исследований в самых разнообразных областях науки и технологий с использованием излучения в области спектра, лежащей между СВЧ-диапазоном и ближней ИК-областью [13]. Эту область, охватывающую длины волн от 20 мкм (15 ТГц) до 0,3 мм (1 ТГц), удобнее всего именовать термином *терагерцовый диапазон*. В течение длительного времени основными источниками терагерцового излучения были субмиллиметровые молекулярные лазеры с фиксированными частотами генерации (см., например, [14]) и генераторы широкополосного излучения на основе фемтосекундных лазеров [15, 16]. Появление терагерцовых лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) [17, 18], способных генерировать в этом диапазоне когерентное перестраиваемое узкополосное излучение с высокой импульсной мощностью и ранее недоступной значительной средней мощностью, существенно расширяет экспериментальные возможности.

Кажется несомненным, что поверхностные электромагнитные волны представляют значительный интерес при исследованиях в терагерцовом частотном диапазоне. Во-первых, длина пробега ПЭВ растет пропорционально квадрату длины волны и может достигать в низкочастотной части терагерцового диапазона десятков метров (по сравнению с долями мм в видимом диапазоне). Это означает, что поверхностные волны можно использовать для разводки и транспортировки излучения без использования квазиоптических элементов. Во-вторых, поскольку волновой вектор поверхностной волны в терагерцовом диапазоне очень мало отличается

(см. далее) от волнового вектора электромагнитной волны в свободном пространстве, ПЭВ могут возникать самопроизвольно при прохождении терагерцовых волн через поверхности раздела, имеющие даже небольшие пространственные возмущения. В-третьих, использование ПЭВ терагерцового диапазона для исследования поверхностей, по-видимому, будет столь же эффективным, как в видимом и ИК-диапазонах. Вызывают интерес и такие возможные применения мощного терагерцового излучения ЛСЭ как создание поверхностной плазмы или обработка поверхностей.

В данной работе для полноты картины мы рассмотрим свойства поверхностных волн как в терагерцовом, так и в примыкающих к нему диапазонах. Основное внимание мы уделим транспортировке поверхностных волн в плоской и цилиндрической геометрии в системе металл-диэлектрик. Поскольку при распространении ПЭВ важную роль играет толщина скин-слоя в металлах, а в общедоступной литературе этот вопрос освещен недостаточно<sup>1</sup>, то в последующем изложении мы коснемся и этого вопроса.

## Определение и основные свойства ПЭВ

*Поверхностные электромагнитные волны*, называемые в разных приложениях по-разному (*поверхностные поляритоны*, *поверхностные плазмоны*), открыты еще в начале века (Ценнек, 1907) и хорошо известны радиофизикам, поскольку цилиндрические ПЭВ могут генерироваться вертикальными линейными антеннами и распространяться вдоль поверхности Земли [1]. Они могут существовать при определенных обстоятельствах в волноводах. Как уже говорилось, ПЭВ оптического диапазона используются для исследования поверхностей. Описание поверхностных электромагнитных волн обычно не включается в общие курсы электродинамики, поэтому в данной работе мы рассмотрим наиболее существенные характеристики ПЭВ достаточно подробно.

Поверхностные волны могут существовать не на любых поверхностях, а только на границе раздела двух сред, одна из которых является *оптически активной*. Этот термин, смысл которого будет понятен из дальнейшего, обычно используется для поверхностных волн в оптическом диапазоне спектра, но мы будем использовать его в более широком диапазоне — вплоть до СВЧ, поскольку механизм взаимодействия волны с поверх-

---

<sup>1</sup>Общее выражение для толщины скин-слоя  $\delta$  в наиболее популярных учебниках по электродинамике и физике твердого тела обычно не приводится, а в монографии [19] приведено (по-видимому, вследствие многочисленных опечаток) неверное выражение для  $\delta$ .

ностью раздела, в принципе, один и тот же. Рассмотрим монохроматическую электромагнитную волну

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} \propto \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

на границе раздела двух сред, имеющих комплексные диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Подставляя зависимость (1) в уравнения Максвелла

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2)$$

и положив для квазинейтральных сред, каковыми являются все интересующие нас среды,  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ , получим стандартное уравнение, описывающее монохроматическую электромагнитную волну:

$$\Delta \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} + \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} = 0. \quad (3)$$

Одним из решений этого уравнения является свободная электромагнитная волна (см., например, [20, с. 175]) в которой векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  перпендикулярны волновому вектору  $\mathbf{k}$ . Однако, имеется и другое решение, описывающее поверхностную электромагнитную волну, которое мы здесь и рассмотрим.

Направим ось  $x$  вдоль границы раздела в направлении распространения волны, а ось  $z$  перпендикулярно границе раздела из среды 2 в среду 1 (рис. 1, *a*). Предположим, что характеристики электромагнитного поля не зависят от координаты  $y$ , и будем искать решение в виде

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} \propto \exp i(k_s x - \omega t), \quad (4)$$

где  $k_s \equiv k_x$ . Подставив (4) в уравнение (3), получим выражение

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \left( k_s^2 - \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

решением которого является вектор электрического поля, экспоненциально спадающий при удалении от границы раздела сред (по соображениям конечности энергии волны экспоненциально нарастающие компоненты отбрасываются):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(\mp \kappa_{1,2} z) \exp(ik_s x - i\omega t), \quad (6)$$

где

$$\kappa_{1,2} = \left( k_s^2 - \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \frac{\omega^2}{c^2} \right) \quad (7)$$

является компонентом волнового вектора, направленным по нормали к поверхности.

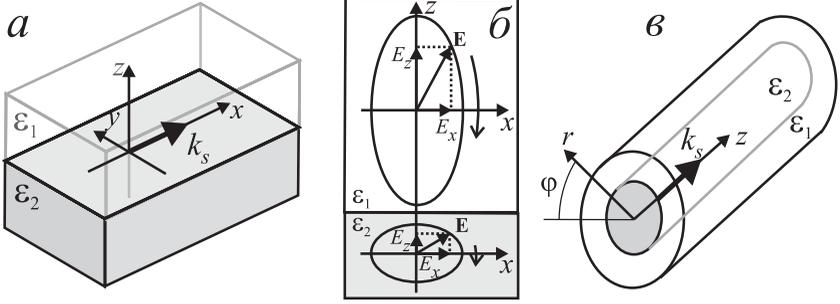


Рис. 1. Схема формирования поверхностной электромагнитной волны: *a* – система координат для плоской системы; *б* – диаграмма вращения вектора электрического поля в средах 1 и 2 (среда 2 является оптически активной средой, – см. текст); *в* – система координат для коаксиальной геометрии

Волновой вектор  $k_s$  в соответствии с граничными условиями одинаков в обеих средах. По той же причине вектор магнитного поля волны также должен быть одинаков на границе раздела для обеих сред. Выполнение этого требования возможно только если вектор  $\mathbf{H}$  лежит в плоскости перпендикулярной вектору  $k_s$  и направлен по оси  $y$ . Вектор  $\mathbf{E}$ , как следует из (6), имеет  $x$ - и  $z$ -компоненты. Следовательно, поверхностная электромагнитная волна может существовать только как частично продольная ТМ-волна<sup>2</sup>. Удовлетворить граничным условиям для поверхностной ТЕ-волны невозможно, и такие волны не существуют.

Подставив решение (6) в уравнение для ротора  $\mathbf{H}$  из системы (2), получим систему уравнений

$$\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_x = \mp \kappa_{1,2} H_y, \quad (8)$$

$$-\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_y = 0, \quad (9)$$

<sup>2</sup>В оптике ТМ-волна называется волной с  $p$ -поляризацией.

$$-\frac{i\omega}{c}\varepsilon_{1,2}E_z = ik_s H_y. \quad (10)$$

Приняв во внимание граничные условия

$$H_{y1} = H_{y2} \equiv H,$$

$$E_{x1} = E_{x2} \equiv E_x,$$

получим для  $x$ -компонента:

$$\frac{i\omega}{c}\varepsilon_{1,2}E_x = \mp\kappa_{1,2}H. \quad (11)$$

Поскольку  $\text{Re}(\kappa_{1,2}) > 1$  по определению (см. (6)), отсюда следует, что решение справедливо только на границе раздела сред, для которых выполняется соотношение

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{\kappa_1}{\kappa_2}. \quad (12)$$

Условие (12) означает, что для существования поверхностной волны необходимо, чтобы реальные части диэлектрические проницаемости сред имели разные знаки ( $\kappa$  и  $\varepsilon$  в общем случае являются комплексными величинами). Среда с  $\text{Re}(\varepsilon) < 0$  называется оптически активной (в нашем случае пусть это будет среда 2). Поверхностные волны могут существовать, в частности, на границе раздела металл–диэлектрик для частот по крайней мере от оптического диапазона до СВЧ. Поверхностные электромагнитные волны могут существовать также и на границе раздела двух диэлектриков в узком диапазоне частот вблизи линии поглощения одного из диэлектриков [3].

Подставив (12) в (7), получим

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2(\mu_2\varepsilon_2 - \mu_1\varepsilon_1)}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}} k_0. \quad (13)$$

Далее будем рассматривать немагнитные среды ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ), поэтому выражения для волновых векторов, нормальных к поверхности раздела, примут вид:

$$\kappa_1 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} k_0, \quad (14)$$

$$\kappa_2 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} k_0. \quad (15)$$

Отсюда ясно, что для выполнения соотношения (12) необходимо, чтобы диэлектрические проницаемости удовлетворяли следующим условиям

$$\varepsilon_2 < 0 \quad \text{и} \quad |\varepsilon_2| > \varepsilon_1.$$

Из (7) и (12) нетрудно получить дисперсионное соотношение для поверхностной волны

$$k_s = n(\omega) \frac{\omega}{c}, \quad (16)$$

где

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$

— комплексный показатель преломления для поверхностной электромагнитной волны. Используя (16), запишем выражения (14) и (15) в виде

$$\kappa_1 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} k_s, \quad (17)$$

$$\kappa_2 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} k_s. \quad (18)$$

Зададим теперь вектор  $H$  волны, который на границе раздела одинаков в обеих средах и зависит от  $x$  и  $z$  так же как  $E$ . Из уравнений (8) и (10), используя (17) и (18), найдем компоненты вектора электрического поля, комплексные амплитуды которых на границе раздела равны

$$E_x = E_{x1} = E_{x2} = iH \sqrt{\frac{1}{-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}, \quad (19)$$

$$E_{z1} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}, \quad (20)$$

$$E_{z2} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}, \quad (21)$$

соответственно. Видно, что  $E_x$  сдвинут по фазе относительно вектора  $H$  на  $90^\circ$ , а  $E_z$  на  $180^\circ$ . Из выражений (19) – (21) следует, что

$$|E_{z1}| > |E_x| > |E_{z2}|.$$

Следовательно, если зафиксировать координату  $x = X$ , вектор  $\mathbf{E}(X, t)$  в обеих средах вращается по часовой стрелке, описывая эллипсы, как это показано на рис. 1, б. В оптически активной среде описываемая вектором траектория сплюснутая, а в среде с положительной  $\varepsilon$  вытянутая.

## ПЭВ на границе металл–диэлектрик

Наиболее важными характеристиками ПЭВ являются ее толщина и амплитуда электромагнитного поля в обеих средах, а также длина пробега вдоль поверхности (характерная длина затухания, определяемая мнимой частью волнового вектора  $k_s$ ). Для вычисления этих величин нужно знать зависимость диэлектрической проницаемости каждой среды от частоты. Используем далее аналитическую зависимость  $\varepsilon(\omega)$ , получаемую в полуклассической теории Друдэ [22, 21].

Для диэлектрика, когда проводимостью среды можно пренебречь, диэлектрическая проницаемость имеет хорошо известный вид:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_j^2 - \omega^2) - i\omega\gamma}, \quad (22)$$

где  $N$  – плотность атомов,  $\gamma$  – коэффициент затухания (квадрата амплитуды) колебаний, а суммирование производится по всем переходам из основного состояния атома. При очень высоких частотах (вдали от всех резонансов (дальний ультрафиолетовое и рентгеновской излучения)) диэлектрическая проницаемость стремится к единице. В области электронных и колебательных переходов атомов и молекул (оптический и инфракрасный диапазоны) действительная часть диэлектрической проницаемости возрастает и имеет характерный вид, показанный на рис. 2. При уменьшении частоты диэлектрическая проницаемость несколько увеличивается, поскольку включаются новые механизмы, приводящие к поляризации среды (например, смещение атомов и ионов или колебания цепей атомов в кристаллах) вклад которых пренебрежимо мал в области высоких частот.

В области меньших частот частотная зависимость диэлектрической проницаемости существенно различается для полярных и неполярных диэлектриков. У неполярных диэлектриков практически вся поляризация имеет электронную природу и диэлектрическая проницаемость при низких частотах приблизительно равна квадрату показателя преломления в оптическом диапазоне. Действительно для неполярных веществ она варьируется в пределах 1,5–5,68 (последнее значения относится к алмазу). Совсем другая зависимость характерна для полярных диэлектриков, типичным представителем которых является вода (рис. 2). У таких диэлектриков при уменьшении частоты диэлектрическая проницаемость продолжает увеличиваться вследствие возрастания роли ориентационной поляризации вещества. При этом довольно быстрый рост  $\varepsilon$  происходит

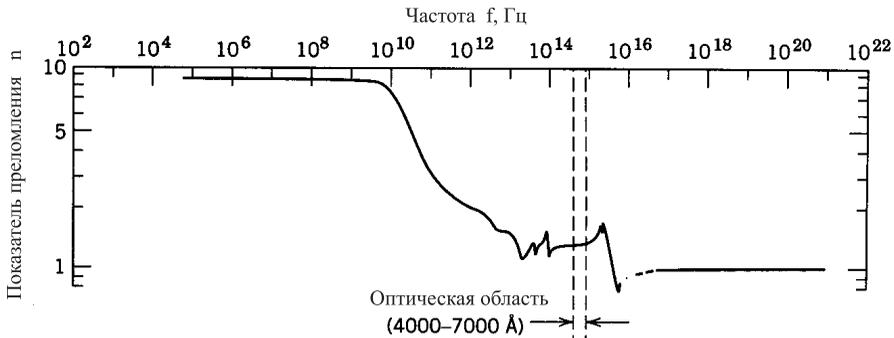


Рис. 2. Диэлектрическая проницаемость воды как функция частоты [23]

при области частот, соответствующей обратному времени релаксации дипольных моментов [24, с. 292]. В этой области полярные диэлектрики сильно поглощают излучение. Далее в области самых низких частот диэлектрическая проницаемость достигает максимального значения  $\epsilon(0)$ . Для воды  $\epsilon(0) \approx 80$ , хотя показатель преломления для волн радиочастотного диапазона равен всего  $n = 1,3$ , а не  $(80)^{1/2}$ , то есть основная часть  $\epsilon(0)$  связана скорее всего с ориентационной поляризацией.

Для конденсированных проводящих сред взаимодействие среды с электромагнитными волнами (условно говоря, *оптические свойства*) определяются следующей комбинацией статической диэлектрической проницаемости, поляризуемости и проводимости среды:

$$\epsilon_c = \epsilon(\infty) + 4\pi\alpha + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}. \quad (23)$$

В рамках формализма Друдэ энергия передается от колеблющихся электронов решетке при столкновениях, которые происходят в среднем с периодом

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}, \quad (24)$$

где  $\Gamma$  – частота столкновений электронов с фононами, другими электронами и дефектами

$$\Gamma = \Gamma_{ep} + \Gamma_{ee} + \Gamma_{ed}.$$

Подставив в выражение (23) проводимость

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \Gamma}{m^* (\omega^2 + \Gamma^2)} \quad (25)$$

и поляризуемость

$$\alpha = -\frac{n_e e^2}{m^*(\omega^2 + \Gamma^2)} \quad (26)$$

и помня, что в высокочастотном пределе диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\infty) = 1$ , приходим к выражению

$$\varepsilon_c \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \Gamma^2} + \frac{i\Gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \Gamma^2)}. \quad (27)$$

Здесь

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m^*} \quad (28)$$

– плазменная частота, отличающаяся от обычной плазменной тем, что в твердом теле эффективная масса электрона  $m^*$  равна

$$m^* = m \frac{n_0}{n_e}, \quad (29)$$

где  $n_0$  – концентрация электронов в зоне валентности, а  $n_e$  – концентрация свободных электронов [19]. Основные параметры, характеризующие металлы, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики некоторых металлов

Металл	$\sigma_0$ , $10^{17} \text{ c}^{-1}$	$r_s/a_0$	$l_s, \text{ \AA}$	$\Gamma$ , $10^{13} \text{ c}^{-1}$	$\tau$ , $10^{-14} \text{ c}$	$\omega_p$ , $10^{16} \text{ c}^{-1}$
Li	1,1	3,25	114	11,4	0,88	1,2
Al	3,7	2,07	161	12,5	0,80	2,4
Cu	5,8	2,67	420	3,7	2,7	1,6
Ag	6,0	3,02	556	2,5	4,0	1,4
Sn	0,85	2,22	43	43	0,23	2,1
Ba	0,15	3,71	21	52	0,19	0,99
W	1,84	3,01	170	8,1	1,2	1,4
Pb	0,47	2,31	26	71	0,14	2,1

Видно, что в теории Друдэ оптические свойства проводящих сред зависят от трех параметров: частоты излучения  $\omega$ , частоты столкновений

электронов  $\Gamma$  и плазменной частоты  $\omega_p$ . Глубина проникновения электромагнитного поля в металл (ослабление амплитуды волны в  $e$  раз) равна

$$\delta = \frac{c}{\omega \operatorname{Im}(\varepsilon_c)}. \quad (30)$$

Подставляя сюда выражение (27), после ряда преобразований приходим к общему выражению для толщины скин-слоя в рамках формализма Друдэ

$$\delta = \frac{c (1 + \omega^2 \tau^2)^{1/4} (1 + [(1 + \omega^2 \tau^2)^{1/2} - \omega \tau]^2)^{1/2}}{\omega_p \sqrt{\omega \tau}}. \quad (31)$$

Из выражения (31) очевидны два предельных случая. Если частота переменного поля мала по сравнению с частотой столкновений электронов

$$\omega \tau \ll 1,$$

то мы находимся в области *нормального скин-эффекта*, где проводимость металла не зависит от частоты. Толщина скин-слоя в этом случае уменьшается с ростом частоты и описывается хорошо известным выражением

$$\delta_{cl} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}, \quad (32)$$

где  $\sigma_0 \equiv \sigma(0)$ . Обратный предельный случай

$$1 \ll \omega \tau \ll \omega_p \tau$$

соответствует *области релаксации*. Частота колебаний значительно превышает частоту столкновений, и толщина скин-слоя в этом случае перестает зависеть от частоты:

$$\delta_{rel} = \frac{c}{\omega_p}. \quad (33)$$

Для реальных металлов этот диапазон лежит в ближней или средней ИК-области спектра.

При очень больших частотах излучения, когда

$$\omega > \max\{\omega_p, \omega_p^2 \tau\},$$

мы достигаем *области прозрачности*, в случае металлов лежащей в дальнем ультрафиолетовом или рентгеновском диапазонах. Зависимость толщины скин-слоя для ряда металлов, вычисленная в рамках теории Друдэ

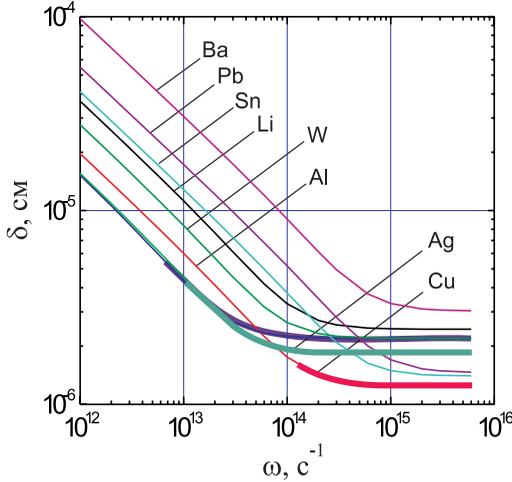


Рис. 3. Толщина скин-слоя для некоторых металлов при температуре 273 К, вычисленная по формуле (31), используя данные, приведенные в табл. 1. Выделенные толстой линией части кривых для Al, Ag и Cu попадают в область слабо аномального скин-эффекта

(уравнение (31)), приведена на рис. 3 для интервала частот от СВЧ до видимой области спектра.

В описанных выше случаях молчаливо предполагалось, что толщина скин-слоя больше, чем длина свободного пробега (см. [21])

$$l_e [\text{Å}] = 1,02 \cdot 10^{-16} \left( \frac{r_s}{a_0} \right)^2 \sigma_0 [\text{c}^{-1}], \quad (34)$$

где  $r_s/a_0$  – отношение радиуса сферы, приходящейся на один электрон проводимости, к боровскому радиусу [21]. С ростом частоты, однако, реальная толщина скин-слоя  $\delta'$  рано или поздно становится меньше длины свободного пробега. В этом случае теория Друдэ становится неприменимой. Если  $\delta' < l_e$ , то мы попадаем в область так называемого *аномального скин-эффекта*. В этом случае можно считать [22], что лишь часть электронов, пропорциональная  $\delta'/l_e$ , эффективно участвует в проводимости и кажущаяся проводимость равна

$$\sigma' = \frac{3}{2} \beta \frac{\delta'}{l_e} \sigma_0, \quad (35)$$

где неопределенный пока коэффициент  $\beta$  является поправкой, учитывающий оценочный характер данного выражения. Глубину проникновения поля оценим теперь с помощью классического выражения, в котором в качестве проводимости использовано выражение (35):

$$\delta' = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma'\omega}} = \frac{c}{\left(2\pi\frac{3}{2}\beta\frac{\delta'}{l_e}\sigma_0\omega\right)^{1/2}}. \quad (36)$$

Отсюда найдем оценку  $\delta_{\text{ан}} \equiv \delta'$  для глубины проникновения поля в случае аномального скин-эффекта

$$\delta_{\text{ан}} = \left(\frac{c^2 l_e}{3\pi\beta\sigma_0\omega}\right)^{1/3}. \quad (37)$$

Точное значение коэффициента  $\beta$  согласно монографии [22, с. 321] равно  $\beta = 8\pi/3\sqrt{3}$ . Ясно, что выражение (37) справедливо только для случая предельно аномального скин-эффекта, когда  $\delta' \ll l_e$ . При температуре 273 К три металла (Al, Ag, Cu) попадают в область слабо аномального скин-эффекта. Эта часть спектра отмечена на рис. 3 толстыми линиями, следовательно эти части кривых не вполне соответствуют действительности. При понижении температуры металла время между столкновениями растет и скин-эффект при достаточно больших частотах становится сильно аномальным, как это видно для меди при 77 К. При снижении температуры до температуры жидкого гелия практически для всех металлов скин-эффект становится сильно аномальным.

Если построить диаграмму  $\omega\tau$  в широком диапазоне значений частоты, то в логарифмическом масштабе границы определенных выше зон будут мало отличаться даже для металлов с весьма разными значениями электропроводности. Это утверждение иллюстрирует рис. 4, на котором проведены границы зон нормального и аномального скин-эффектов, а также зон релаксации и прозрачности. Уравнения, определяющие границы зон, приведены непосредственно на рисунке. Константа в уравнении для границы области аномального скин-эффекта определяется из выражений (32) и (34), и в полном виде уравнение границы в гауссовых единицах записывается следующим образом

$$\omega\tau^3 = 1,04 \cdot 10^{-48} \frac{32\pi^2 c^2}{(r_s/a_0)^4 \omega_p^6}.$$

Из данных табл. 1 видно, что произведение  $(r_s/a_0)^{4/3} \cdot \omega_p^2$  для всех приведенных металлов лежит в интервале значений 4,5–10, что и отражает двойная линия границы.

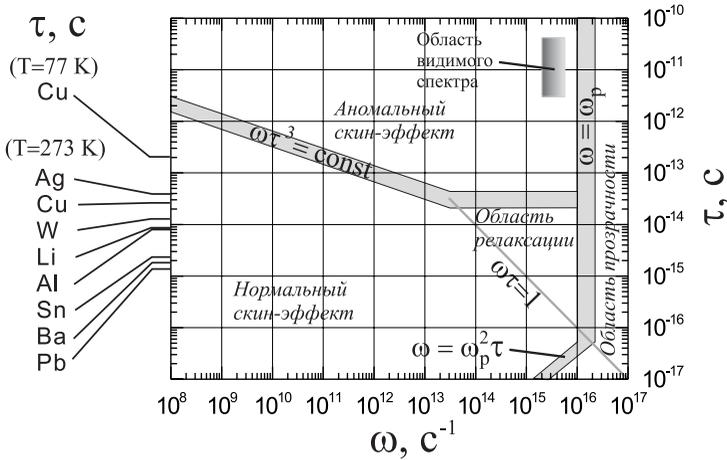


Рис. 4. Диаграмма  $\omega$ - $\tau$ , показывающая области, в которых действуют различные механизмы проникновения электромагнитного поля в металлы; слева указано характерное время столкновений для некоторых металлов

Из рисунка видно, что радиочастотная и СВЧ области в металлах соответствуют нормальному скин-эффекту, тогда как в видимой и инфракрасной областях спектра в зависимости от проводимости конкретного металла реализуется либо нормальный или аномальный скин-эффект, либо мы попадаем в область релаксации. Если электромагнитное излучение взаимодействует с тонкой проводящей пленкой, то следует учитывать еще один параметр – толщину пленки. Если она меньше длины свободного пробега, то эффективная частота столкновений электронов увеличивается за счет отражений от поверхностей.

Расстояние  $L = [2 \operatorname{Im}(k_s)]^{-1}$ , на котором *интенсивность* поверхностной электромагнитной волны, распространяющейся на границе металл-вакуум, ослабляется в  $e$  раз, показано на рис. 5. Видно, что длина пробега ПЭВ вдоль поверхности раздела увеличивается от 10–100 мкм при  $\lambda = 1$  мкм до десятков и сотен метров в субмиллиметровой области. Известно, что наличие на поверхности металла царапин и других неоднородностей может существенно уменьшить эту величину. Область, занимаемая волной в направлении перпендикулярном поверхности, также существенно растет с ростом длины волны. Характерный размер спада *амплитуды* поля волны в направлении нормали к поверхности  $\Delta = [\operatorname{Re}(\kappa_1)]^{-1}$  пока-

зан на рис. 6. Если заменить вакуум (воздух) диэлектриком, поперечный размер, занимаемый волной, уменьшается в  $\varepsilon_d$  раз. Глубина проникновения поля в металл слабо меняется при изменении длины волны и составляет несколько тысяч ангстрем для рассматриваемого спектрального диапазона.

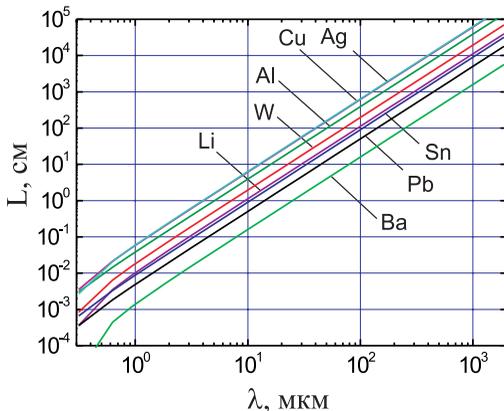


Рис. 5. Длина затухания интенсивности поверхностной волны, распространяющейся вдоль плоской границы раздела металл-вакуум

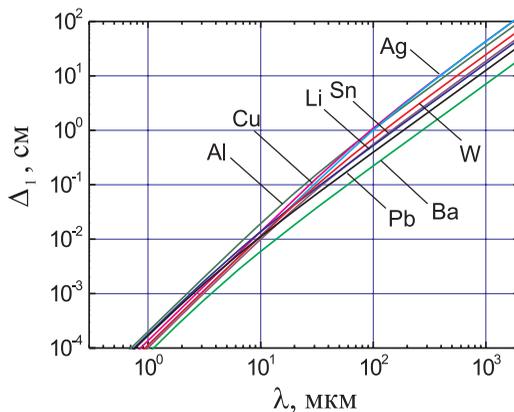


Рис. 6. Характерное расстояние от плоской поверхности металла, на котором амплитуда поля поверхностной волны ослабевает в  $e$  раз ( $\varepsilon_1 = 1$ )

## Поверхностные волны в коаксиальной геометрии

Для многих практических применений представляют интерес поверхностные волны, распространяющиеся вдоль цилиндрического проводника, окруженного диэлектрической оболочкой (в частном случае вакуумом). Очевидно, что общие свойства таких волн подобны свойствам волн на плоских поверхностях раздела, поэтому просто перепишем уравнения с учетом геометрии и найдем волновые числа, удовлетворяющие уравнению Гельмгольца.

Запишем уравнения Максвелла (2) в цилиндрических координатах (рис. 1, в). Учитывая, что при предельном переходе  $r \rightarrow \infty$  мы должны прийти к решению для плоского случая, считаем, что существует только ТМ-волна, поэтому будем опять искать решения для полей в виде поверхностной электромагнитной волны вида (4). Подстановка этого решения приводит к уравнению Гельмгольца в цилиндрических координатах:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \mathbf{E}(r, \varphi)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - k_s^2 \right) \mathbf{E}(r, \varphi) = 0 \quad (38)$$

Стандартным образом разделяя переменные, сразу получаем для азимутального компонента решение вида  $\exp(im\varphi)$ . Далее для простоты полагаем  $m = 0$ . Решение для радиальной зависимости в общем случае является линейной комбинацией бесселевых функций. Приняв во внимание что амплитуда волны должна монотонно спадать по обе стороны от границы раздела  $r = a$ , сразу обнаруживаем, что в решение могут входить только модифицированные функции Бесселя первого ( $I$ ) и второго ( $K$ ) рода. При этом на оси проводника радиальный компонент электрического поля должен быть в силу симметрии равен нулю, а аксиальный должен иметь равную нулю производную. Этому требованию удовлетворяют только функции ( $I_0$ ) и ( $I_1$ ). Отсюда ясно, что электрическое и магнитное поля в цилиндрическом проводнике имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{z2} = AI_0 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2} \right) ; \\ E_{r2} = \frac{ik_s}{\sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1}} AI_1 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2} \right) ; \\ H_{\varphi 2} = \frac{-i\omega}{c} \varepsilon_2 \frac{AI_1 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2} \right)}{\sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2}} . \end{array} \right. \quad (39)$$

Из аналогичных рассуждений следует, что компоненты поля в диэлектрической оболочке описываются функциями  $K_0$  и  $K_1$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{z1} = BK_0 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1 \right); \\ E_{r1} = \frac{ik_s}{\sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1} BK_1 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1 \right); \\ H_{\varphi 1} = \frac{-i\omega}{c} \varepsilon_1 \frac{1}{\sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1} BK_1 \left( r \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1 \right). \end{array} \right. \quad (40)$$

Мы полагали здесь, что интенсивность поля уменьшается до очень малой величины внутри диэлектрической оболочки. Если это не так, то нужно записать соответствующее решение и для окружающей оболочку среды.

Теперь нам необходимо найти значения  $k_s$ , удовлетворяющие решению уравнения (в плоском случае это было дисперсионное соотношение (16)). Вследствие непрерывности  $E_\tau$  и  $D_n$  имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} AI_0(\kappa_2 a) = BK_0(\kappa_1 a); \\ A \frac{\varepsilon_2}{\kappa_2} I_1(\kappa_2 a) = B \frac{\varepsilon_1}{\kappa_1} K_1(\kappa_1 a), \end{array} \right. \quad (41)$$

где по-прежнему

$$\kappa_1 = \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_1; \quad (42)$$

$$\kappa_2 = \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_2. \quad (43)$$

Приравняв нулю детерминант матрицы, составленной из коэффициентов, стоящих при  $A$  и  $B$ , получим уравнение

$$\frac{\varepsilon_1}{\kappa_1} I_0(\kappa_2 a) K_1(\kappa_1 a) - \frac{\varepsilon_2}{\kappa_2} I_1(\kappa_2 a) K_0(\kappa_1 a) = 0, \quad (44)$$

решив которое можно найти дисперсионное соотношение  $k_s(\omega)$  для всего диапазона частот излучения. Аналитического решения уравнения (44)

не существует. Его можно решить численно, но решение на ПК требует значительного времени.

Нас, однако, интересует главным образом низкочастотный диапазон, в котором можно использовать приближенное граничное условие Леонтовича

$$E_{z1}(\kappa_1 a) = -Z_2 H_{\varphi 1}(\kappa_1 a), \quad (45)$$

где

$$Z_2 = \left( \varepsilon_2 + i \frac{4\pi\sigma_2}{\omega} \right)^{-1/2}$$

– импеданс оптически активной среды [25, с. 51]. Условие Леонтовича справедливо, если модуль комплексной проницаемости много больше единицы и преломленная на границе раздела волна распространяется в металле практически по нормали к поверхности. Оно с большим запасом выполняется для всех металлов при частотах  $\omega < 5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Подставляя решение (40) в (45), получаем выражение для вычисления собственных значений уравнения Гельмгольца:

$$\kappa_1 a \frac{K_0(\kappa_1 a)}{K_1(\kappa_1 a)} = i Z_2 \varepsilon_1 \frac{\omega}{c} a. \quad (46)$$

Для ВЧ- и СВЧ-частот, а также для частот дальнего терагерцового диапазона (вплоть до  $\omega = 2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ), параметр  $Z_2(\omega/c) a \ll 1$ , поэтому правая часть уравнения (46) мала. Левая часть уравнения является функцией параметра  $\kappa_1 a$ . Этот параметр при радиусе проводника порядка миллиметра в указанном диапазоне частот также будет малым, что позволяет воспользоваться разложением  $K_0(\kappa_1 a)$  и  $K_1(\kappa_1 a)$  в ряд (см., например, [26, с. 441]):

$$K_0(x) \approx \ln \left( \frac{2}{Cx} \right), \quad (47)$$

где  $C$  – постоянная Эйлера, и

$$K_1(x) \approx \frac{1}{x}. \quad (48)$$

В этом случае выражение (45) можно переписать в следующем виде:

$$(\kappa_1 a)^2 = \frac{i Z_2 \varepsilon_1 \frac{\omega}{c} a}{\ln \left( \frac{2}{C \kappa_1 a} \right)}. \quad (49)$$

Решаем уравнение итерационным методом для заданных значений  $\omega$ . Задаем некоторое значение  $\ln(2/C\kappa_1 a)$ , вычисляем  $\kappa_1 a$  и, подставляя полученное уточненное значение под знак логарифма, повторяем процедуру до сходимости. Итерационный процесс сходится достаточно быстро. Далее подставляем результат в точное уравнение (46) и снова итерационным методом находим  $\kappa_1 a$ . Подставляя найденные значения  $\kappa_1 a$  в (42), находим  $k_s(\omega)$ , а из (43) находим  $\kappa_2 a$ . В низкочастотной части указанного выше диапазона частот  $k_s \approx \omega/c$ .

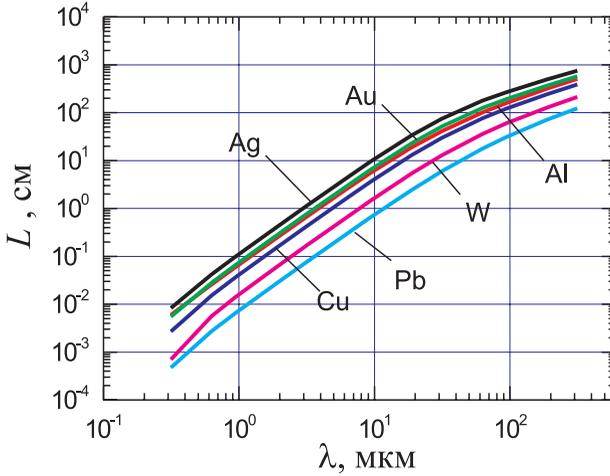


Рис. 7. Характерное расстояние вдоль поверхности металлического проводника диаметром 1 мм, на которой амплитуда поля поверхностной волны ослабевает в  $e$  раз ( $\varepsilon_1 = 1$ )

При увеличении частоты параметры  $Z_2$  и  $\kappa_1 a$  быстро возрастают и приближение (47)–(48) становится неприменимым. При  $\text{Re}(\kappa_1 a) \geq 3$  (что происходит при  $\omega \sim 10^{14}$  с $^{-1}$ ),

$$K_{0,1}(\kappa_1 a) \approx \frac{\exp(-\kappa_1 a)}{\sqrt{\kappa_1 a}}. \quad (50)$$

Следовательно, отношение  $K_0(\kappa_1 a)/K_1(\kappa_1 a) \approx 1$  и выражение (46) сводится к виду:

$$\kappa_1 a = iZ_2 \varepsilon_1 \frac{\omega}{c} a. \quad (51)$$

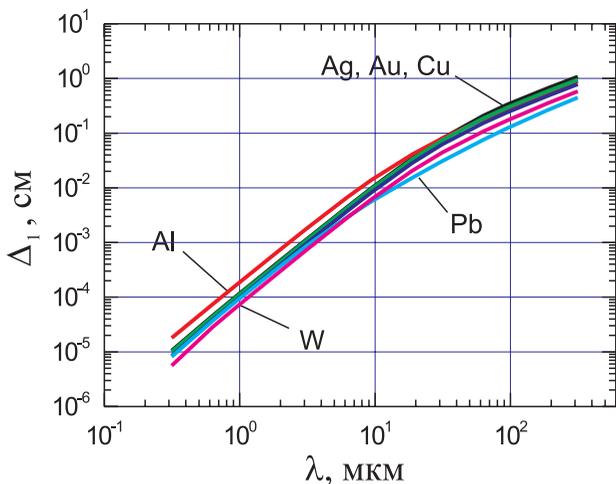


Рис. 8. Характерное расстояние от поверхности металлического проводника диаметром 1 мм, на котором в среде с  $\epsilon_1 = 1$  амплитуда поля поверхностной волны ослабевает приблизительно в  $e$  раз

Используя для определения  $\kappa_1 a$  ту же итерационную процедуру, получаем дисперсионное соотношение для всего диапазона частот.

Используя полученные результаты, находим длину пробега ПЭВ вдоль коаксиальной системы металл–вакуум. Характерная длина ослабления амплитуды волны в  $e$  раз для проволоочки диаметром 1 мм показана на рис. 7. Характерное расстояние по радиусу от поверхности металлического проводника, на котором амплитуда поля ослабевает примерно во столько же раз, показано на рис. 8. Видно, что эти величины близки к полученным для плоского случая.

## О формировании ПЭВ

Из предыдущих параграфов видно, что параметры поверхностных электромагнитных волн (пробеги волны до затухания в направлении распространения, толщина слоя в диэлектрике, в котором содержится почти вся энергия волны) весьма удобны для практических применений именно в терагерцовом диапазоне частот. Это относится и к использованию ПЭВ для транспортировки излучения, и к вводу излучения в различные объ-

екты (например, в кровеносные сосуды<sup>3</sup>), и к использованию мощных терагерцовых ЛСЭ для обработки поверхностей либо непосредственно излучением (металлы), либо формированию поверхностной плазмы на поверхности диэлектриков (см. например, [28]).

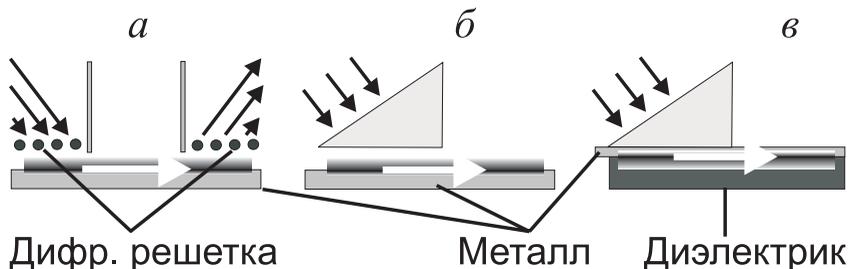


Рис. 9. Схемы трансформации свободной электромагнитной волны в поверхностную: *а* – схема с дифракционной решеткой; *б* – схема Отто; *в* – схема Кретчманна

Поскольку излучение лазера на свободных электронах формируется в виде гауссова пучка, то для трансформации его в ПЭВ необходимо использовать устройства для преобразования свободного излучения в поверхностную волну. Техника такого преобразования хорошо развита в видимом [29, 30] и СВЧ- [31, 32] диапазонах. Данные о преобразовании волн в дальнем терагерцовом диапазоне пока отсутствуют. Возможно, что в субмиллиметровой области неплохо будут работать методы, основанные на ограничении волнового фронта в комбинации с дифракционной решеткой [31], но скорее всего наиболее эффективным методом останется метод нарушенного полного внутреннего отражения в геометрии Отто или Кречманна [3]. Известно, что последний метод в оптическом диапазоне позволяет трансформировать в поверхностную волну почти 100% излучения [33, 30]. Упомянутые схемы преобразования свободной электромагнитной волны в поверхностную показаны на рис. 9. Очевидно, что необходимы разработка практических конструкций и экспериментальная проверка эффективности способов формирования поверхностных волн в терагерцовом диапазоне частот. Это особенно касается коаксиальных геометрий, которые представляют особый интерес для приложений.

<sup>3</sup>ПЭВ в терагерцовом излучении заведомо могут составить конкуренцию вводу излучения с помощью диэлектрических световодов (см., например, [27]).

## **Заключение**

Результаты расчетов показывают, что явления спонтанной и искусственной генерации поверхностных электромагнитных волн, без сомнения, будут играть существенную роль в начинающихся экспериментах с излучением первой очереди Новосибирского ЛСЭ. Можно ожидать, что лазерное излучение к рабочим станциям во многих случаях можно будет транспортировать в виде ПЭВ с помощью достаточно простых и дешевых устройств. На выходе из передающей линии ПЭВ можно либо вновь преобразовать в свободное электромагнитное излучение, либо вводить непосредственно в исследуемый объект.

Мы полагаем, что данная работа, благодаря детальному анализу скин-эффекта в широком частотном диапазоне и обсуждению свойств поверхностных электромагнитных волн в плоской и коаксиальной геометрии, будет полезна также в качестве учебного пособия для студентов.

## **Благодарности**

Авторы благодарят Н. А. Винокурова, И. А. Котельникова, Г. Н. Кулипанова, А. Н. Матвеевко и В. С. Черкасского за обсуждение различных аспектов настоящей работы. Один из авторов (А. К.) является студентом Новосибирского госуниверситета. Работа выполнена при частичной поддержке гранта Минпромнауки РФ на развитие установки КАТРИОН (Новосибирский госуниверситет, рег. No. 06-06).

## Список литературы

- [1] *Френкель Я. И.* Электродинамика. Т. 2. — Ленинград–Москва: ОНТИ, 1935.
- [2] *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А.П.* Теория волн. — М: Наука, 1979.
- [3] Сб. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела. Под. ред. Аграновича В. М. и Миллса Д. Л. — М.: Наука, 1985.
- [4] *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. — М: Радио и связь, 1988.
- [5] *Либенсон М. Н.* Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона // Соросовский Образовательный журнал. 1996. В. 10. С. 92.
- [6] *Moisan M., Pantel R., Hubert J.* Propagation of a surface waves sustaining a plasma column at atmosphere pressure // Contrib. Plasma. Phys. 1990. V. 30. No. 2. P. 293.
- [7] *Zhelyazkov I., Atanassov V.* Axial structure of low-pressure high-frequency discharges sustained by travelling electromagnetic surface waves // Phys. Reports. 1995. V. 255, No. 2&3. P. 79.
- [8] *Ganachev I. P., Sugai H.* Production and control of planar plasmas for materials processing // Plasma Sources Sci. Technol. 2002. V. 11, No. 3A. P. A178.
- [9] *Denysenko I. B., Gapon A. V., Azarenkov N. A., Ostrikov K. N., Yu M. Y.* Parameters and equilibrium profiles for large-area surface-wave sustained plasmas // Phys. Rev. E. 2002. V. 65, No. 4. P. 046419.
- [10] *Виноградов Е. А., Лескова Т. А., Рябов А. П.* Радиационные поверхностные плазмо-поляритоны // Оптика и Спектроскопия. 1994. Т. 76. No. 2. P. 311-322.
- [11] *Alieva E. V., Kuzik L. A., Yakovlev V.A.* Sum frequency generation spectroscopy of thin organic films on silver using visible surface plasmon generation // Chem. Phys. Lett. 1998. V. 292, No. 4–6. P. 542-546.

- [12] *Zhizhin G. N., Alieva E. V., Kuzik L. A., Yakovlev V. A., Shkrabo D. M., van der Meer A. F. G., van der Wiel M. J.* Free-electron laser for infrared SEW characterization surfaces of conducting and dielectric solids and nm films on them // *Appl. Phys. A.* 1998. V. 67, No. 6. P. 667-673.
- [13] *Cherkassky V. S., Knyazev B. A.* Terahertz radiation: Last decade publications // *Препринт Института ядерной физики им. Г. И. Будкера 2002-44.* 2002. 45 с.
- [14] *Davis C. C.* Lasers and electro-optics. Fundamentals and engineering. — Cambridge University Press, 2000.
- [15] *Han P. Y., Zhang X.-C.* Free-space coherent broadband terahertz time-domain spectroscopy // *Meas. Sci. Technol.* 2001. V. 12. No. 11. P. 1747-1756.
- [16] *Hangyo M., Nagashima T., Nashima S.* Spectroscopy by pulsed terahertz radiation // *Meas. Sci. Technol.* 2002. V. 13. No. 11. P. 1727-1738.
- [17] *Neil G. R.* Trends and opportunities in light source development // *Nucl. Instrum. Methods A.* 2002. V. 483. No. 1–2. P. 14 -20.
- [18] *Kairan D. A., Vinokurov V. A.* Predicted performance of the Novosibirsk high power FEL accelerator-reciperator // *Free electron lasers 2001. Proc. of 23rd Intern. FEL Conf.* 2001. P. II-21. Elsevier. 2002
- [19] *Прохоров А. М., Конов В. И., Урсу И., Михэилеску И. Н.* Взаимодействие лазерного излучения с металлами. — М.: Наука, 1988.
- [20] *Мешков И. Н., Чириков Б.В.* Электромагнитное поле. — Новосибирск: Наука, 1987. Т. 1.
- [21] *Ашкрофт Н., Мермин. Н.* Физика твердого тела. — М.: Мир, 1979.
- [22] *Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. — М.: Мир, 1974.
- [23] *Jackson J. D.* Classical Electrodynamics. 3rd Edition. — John Wiley, 1998.
- [24] *Солитар Л., Уолли Д.* — Лекции по электронным свойствам материалов. М.: Мир, 1991.

- [25] *Виноградова М.Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. — М.: Наука, 1979.
- [26] *Арфкен Г.* Математические методы в физике. — М.: Атомиздат, 1970.
- [27] *Hooper B. A., LaVerde G. C., Von Ramm O. T.* Design and construction of an evanescent optical wave device for the recanalisation of vessels // Nucl. Instrum. Methods A. 2001. V. 475. No. 1–3. P. 645-649.
- [28] *Князев Б. А.* Низкотемпературная плазма и газовый разряд. — Новосибирск: НГУ, 2003.
- [29] *Otto A.* Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection // Z. Physik. 1971. V. 241. P. 313-324.
- [30] *Kretschmann E.* Die Bestimmung optischer Konstanten von Metallen durch Anregung von Oberflächenplasmaschwingungen // Z. Physik. 1971. V. 241. P. 313-324.
- [31] *Davarpanah M., Goben C.A., Begley D.L., Griffith S.L.* Surface electromagnetic wave coupling efficiencies for several excitation techniques // Appl. Optics. 1976. V. 15. No. 12. P. 3066-3072.
- [32] *Moisan M., Pantel R., Hubert J.* Propagation of a surface waves sustaining a plasma column at atmosphere pressure // Contrib. Plasma. Phys. 1990. V. 30, No. 2. P. 293.
- [33] *Nenninger G. G., Piliarik M., Homola J.* Data analysis for optical sensors based on spectroscopy of surface plasmons. // Meas. Sci. Technol. 2002. V. 13. No. 12. P. 2038-2046.

*Б.А. Князев, А.В. Кузьмин*

**Поверхностные электромагнитные волны:  
основные свойства, формирование, транспортировка**

*В.А. Князев, А.В. Кузьмин*

**Surface electromagnetic waves:  
features, formation, transport**

ИЯФ 2003-41

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев  
Работа поступила 3.06.2003 г.

---

Сдано в набор 3.06.2003 г.

Подписано в печать 4.06.2003 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.6 печ.л., 1.3 уч.-изд.л.

Тираж 90 экз. Бесплатно. Заказ № 41

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*