

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ХОЛОДНОГО
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ. V.

ИЯФ 2001-15

НОВОСИБИРСК
2001

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами $V_o/V_T = 15, 9$; $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$ в плазме с ионно-звуковой волной ($\lambda_i/r_d = 33.3$; $N_i = L/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0, 05; 0, 10; 0, 20$; $L/r_d = 100$; $M/m = 2 \cdot 10^3$ и 10^2).

Показано, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию волны БГК. Параллельно развивается конверсия волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник с номерами $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. Развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник конверсии приводит к затуханию электрического поля. При малых \tilde{n}/n_o конверсия и затухание практически не играют роли и волна БГК имеет квазистационарный характер. При $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ конверсия и затухание играют существенную роль, но волна БГК сохраняется в течение длительного времени, хотя ее амплитуда постепенно падает. Модуляционная неустойчивость не развивается.

The instability of cold electron beam in inhomogeneous plasma. V.

N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The instability of a cold electron beam ($V_o/V_T = 15, 9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$) in a plasma with an ion-sound wave ($\lambda_i/r_d = 33.3$; $N_i = L/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0, 05; 0, 10; 0, 20$; $L/r_d = 100$; $M/m = 2 \cdot 10^3$ and 10^2). was studied in numerical experiments (PIC – method).

It was shown that the evolution of the beam–plasma instability leads to the formation of the BGK-wave. The evolution of the instability is followed by the conversion of the wave on the density perturbation, which leads to the excitation of the conversion modes $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. The evolution of the large scale stochasticity of the plasma electrons motion in the region of the trapping regions of the conversion modes leads to the damping of the electric field. If \tilde{n}/n_o is small the conversion and the damping doesn't play any essential role and the BGK-wave is quasistationary. If $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ the conversion and the damping are essential, but the BGK-wave with gradually decreasing amplitude still exists during a rather long time. The modulational instability is not excited.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов большой скорости и малой плотности в плазме с возмущением плотности (ионно-звуковой волной).

Ранее исследовалась неустойчивость такого пучка в однородной плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) [1]. Было показано, что начальная стадия взаимодействия пучок-плазма определяется пучковой неустойчивостью, которая приводит к развитию ленгмюровской волны – гармонике с максимальным инкрементом. Нелинейная стадия этой неустойчивости определяется захватом электронов пучка. В случае пучка малой плотности, когда нет сателлитной неустойчивости [1], развитие пучковой неустойчивости приводит к "размешиванию" электронов пучка на фазовой плоскости и к формированию квазистационарной волны БГК.

Ранее исследовалась конверсия ленгмюровской волны при взаимодействии с синусоидальным возмущением плотности (ионно-звуковой волной в плазме с подвижными ионами) [2,3,4]. Было показано, что конверсия приводит к возбуждению гармоник – прямых и обратных ленгмюровских волн с волновыми векторами $k_N = k_e \pm \beta k_i$ и номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$, что эквивалентно модуляции волны. Скорость развития конверсии растет с ростом амплитуды возмущения \tilde{n}/n_o .

Развитие пучковой неустойчивости в плазме с возмущением плотности исследовалось в случаях с неподвижными ионами, чтобы выделить первичные процессы, связанные с возмущением [5,6,7]. Было найдено, что во всех случаях начальная стадия взаимодействия пучок-плазма, так же, как в случае однородной плазмы, определяется пучковой неустойчивостью и захватом электронов пучка возбуждающейся волной. Параллельно пучковой неустойчивости развивается конверсия волны на возмущении плотности. Движение захваченных электронов приводит к стабилизации волны и подавляет конверсию. При малых возмущениях плотности $\tilde{n}/n_o \leq 0.05$, когда скорость конверсии меньше скорости развития захвата электронов, амплитуда гармоник конверсии остается малой и конверсия

мешивание" захваченных электронов, так же, как в случае однородной плазмы [1], приводит к формированию квазистационарной волны БГК [5].

При увеличении \tilde{n}/n_o скорость развития конверсии и амплитуды гармоник конверсии растут. В районе областей захвата этих гармоник развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, что приводит к затуханию поля. Параллельно формируется волна БГК. При $\tilde{n}/n_o = 0.10$ после сброса части энергии формируется практически квазистационарная волна БГК, а при $\tilde{n}/n_o \sim 0.20 \div 0.40$ - медленно затухающая волна БГК [6]. Параметры волны БГК в этих случаях значительно отличаются от случая однородной плазмы [1].

В настоящей работе исследуется развитие пучковой неустойчивости в неоднородной плазме с подвижными ионами ($M/m = 2 \cdot 10^3$ и 10^2) в случаях с параметрами пучка и ионно-звуковой волны такими же, как в работах [1,5,6]. При этом параметры пучка и системы выбраны так, чтобы исключить возбуждение сателлитной неустойчивости [1].

Найдено, что в рассматриваемых случаях, когда задается пучок малой плотности, развитие пучковой неустойчивости мало отличается от случая плазмы с неподвижными ионами [5,6]. При малых $\tilde{n}/n_o \leq 0.05$ развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию практически квазистационарной волны БГК, так же, как в случае однородной плазмы [1]. Конверсия в этих случаях подавлена и не играет существенной роли. При $\tilde{n}/n_o \leq 0.10$ также формируется волна БГК, однако, конверсия играет более существенную роль и так же, как в случаях работы [6], приводит к медленному затуханию волны БГК.

Ни в одном из рассмотренных случаев не развивается модуляционная неустойчивость. Наблюдается только один новый процесс – укрупнение ионно-звуковой волны и захват ею ионов. Этот процесс проявляется при больших возмущениях плотности $\tilde{n}/n_o \geq 0.10$ и приводит к небольшому изменению развития неустойчивости.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной $L/r_d = 100$ с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение с $T_e/T_i = 30$, $M/m = 2 \cdot 10^3$ или 10^2 , обрезанное на скорости $V \sim \pm 2.8 V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц ($N^e \sim 10^5$).

$V_o/V_T \sim 15.9$, с числом частиц $N^o = 5 \cdot 10^2$, плотностью $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-5}$ и энергией $W_b^o/W_e^o = 1.297$ (W_e^o - тепловая энергия электронов плазмы).

Для эффективного увеличения числа частиц пучка при сохранении отношения n_b/n_o применяется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому что один электрон дробится на α частиц с массой m/α и зарядом e/α , но с тем же отношением e/m как у электрона. В рассматриваемых случаях $\alpha = 20$ и число частиц (назовем их б-электроны) $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$.

Для сокращения времени счета в начальный момент задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды $E_o/(\frac{mT_e}{eT_{oe}^2}) = 1$ с длиной волны $\lambda/r_d = 100$, соответствующей гармонике с максимальным инкрементом, и фазовой скоростью $V_\Phi/V_T = 16.0$.

Задается ионно-звуковая волна с длиной волны $\lambda_i/r_d = 33.3$, номером гармоники $N_i = L/\lambda_i = 3$. Первый максимум плотности находится на $x = 0$. Амплитуда волны различна в разных случаях:

Случай	2м	3м	4м
\bar{n}/n_o	0.05	0.10	0.20

Параметры пучка и возмущения плотности в случаях 2м, 3м, 4м те же, что в случаях 2, 3, 4 в работе [5, 6] соответственно, так что эти случаи различаются только отношением $M/m = 2 \cdot 10^3$ и 10^{10} [5, 6].

Задается 100 пробных частиц ($e = m = 0$, e/m то же, что и у электрона). Прослеживается 18 траекторий пробных частиц на фазовой плоскости. Задаются распределения пробных частиц по начальным координатам x_N^o, V_N^o , в частности, равномерное распределение 100 частиц с $V_N^o = 0$ в интервале $x/r_d \sim 0 \div 100$. Фазовые плоскости приводятся для типичного распределения: 20 частиц с $V_N^o = 15.9 V_T = V_o$, равномерно распределенные в интервале $x/r_d \sim 20 - 60$; по 40 частиц со скоростями $V_N^o/V_T = 2.84$ (верхняя граница плазмы) и $V_N^o/V_T = -2.84$ (нижняя граница плазмы), равномерно распределенные по x_N^o в интервале $x/r_d \sim 0 - 100$.

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работах [1,5].

Отметим, что в тексте и на рисунках E нормируется на mr_d/eT_{oe}^2 .

15.9; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ и ионно-звуковая волна $N_i = 3$, $\lambda_i/r_d = 33.3$ с амплитудой $\tilde{n}/n_o = 0.05$ (случай 2м), 0.10 (случай 3м) и 0.20 (случай 4м).

Кривые, описывающие случай 2м приведены на Рис.1 ÷ 7, случай 3м – на Рис.8 ÷ 14, случай 4м – на Рис.15 ÷ 23. Для каждого случая показана зависимость от времени энергии электрического поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^o$ (W_e^o – тепловая энергия электронов плазмы) и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$; зависимость от времени амплитуды E^N основной волны $N_e = 1$ и гармоник; фазовые плоскости электронов в разные моменты времени; функции распределения электронов плазмы $f_e(V)$ и пучка (b-электронов) $f_b(V)$ по скорости, нормированные на свой максимум f_{\max} или максимум начальной функции распределения $f_{o\max}$, в линейном и логарифмическом масштабе; распределение поля $E(x)$, плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$; зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $\tilde{n}^N/n_o(t)$, а для случая 4м, кроме того, зависимость от времени энергии ионов $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ (W_i^o – тепловая энергия ионов) и фазовые плоскости ионов в разные моменты времени.

Сравнение кривых $W(t)$ (Рис.1,9,15), $E^I(t)$ (Рис.2,10,16), фазовых плоскостей электронов в $t/T_{oe} = 20$ (Рис.4,12,18) в случаях 2м-4м показывает, что и в этих случаях начальная стадия определяется пучковой неустойчивостью и захватом электронов пучка. Действительно, по кривым $E^I(t)$ (Рис.2,10,16) видно, что во всех случаях возбуждается основная волна – гармоника с максимальным инкрементом $N_e = 1$. Амплитуда волны проходит через максимум в $t = t_{\max}^I$, а далее меняется с периодом $T/T_{oe} \sim 6$, соответствующим периоду оборота захваченных частиц. В таблице 1 приведены значения t_{\max}^I , E_{\max}^I и соответствующее ей $V_{3\max}^I$ ($V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}} = 2\sqrt{\frac{eE}{m} \cdot \frac{\lambda}{2\pi}}$), а также максимальные значения ΔW_b , W_E , ΔW_e в $t = t_{\max}$ (отметим что t , когда достигаются максимумы кривых $W(t)$, немного отличаются от t_{\max}^I и различаются между собой, если есть затухание).

Из таблицы 1 видно, что случаи 2м-4м незначительно отличаются от случая 1-1 [1] пучка в однородной плазме. Это показывает, что в интервале времени $t \sim 0 \div t_{\max}^I$ определяющую роль играет пучковая неустойчивость и захват электронов пучка волной $N_e = 1$.

Амплитуда волны $N_e = 1$ и энергии $\Delta W_b, W_E, \Delta W_e$ в первом максимуме кривой $E^I(t)$ или $W(t)$.

Случай	1 - [1]	2м	3м	4м
\tilde{n}/n_o	—	0.05	0.10	0.20
t_{\max}^I/T_{oe}	7.5	7.4	7.4	7.8
E_{\max}^I	22.2	22.6	22.3	21.4
$V_{3\max}^I/V_T$	5.98	6.03	5.99	5.88
$\Delta W_b/W_e^o$	0.36	0.37	0.39	0.44
W_E/W_e^o	0.17	0.17	0.19	0.21
$\Delta W_e/W_e^o$	0.19	0.20	0.21	0.25
$\Delta W_b/W_b^o$	0.28	0.29	0.30	0.34
W_E/W_b^o	0.13	0.13	0.15	0.16
$\Delta W_e/W_b^o$	0.15	0.16	0.17	0.19

E_{\max}^I - максимальная амплитуда волны $N_e = 1$ в $t = t_{\max}^I$; E нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$, $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$, $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ - потери энергии электронов пучка; W_E - энергия электрического поля; $\Delta W_e = W_e - W_e^o$ - энергия электронов плазмы; W_e^o - тепловая энергия электронов плазмы; $W_b^o/W_e^o = 1.297$ - начальная энергия электронов пучка.

Параллельно с пучковой неустойчивостью развивается конверсия основной волны $N_e = 1$ на возмущении плотности. Конверсия приводит к возбуждению прямых и обратных ленгмюровских волн с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. В таблице 2 приведены номера гармоник (знаком "-" обозначены обратные волны), их длины волн и фазовые скорости для случаев 2м-4м.

Таблица 2.

Параметры гармоник конверсии $N = N_e \pm \beta N_i$; $N_e = 1$; $N_i = 3$; $\beta = 1 \div 5$.

β	$N = N_e + \beta N_i$				$N = N_e - \beta N_i$				
	1	2	3	4	1	2	3	4	5
N	4	7	10	13	-2	-5	-8	-11	-14
λ^N/r_d	25.0	14.29	10.00	7.69	50.0	20.0	12.5	9.09	7.14
V_{Φ}^N/V_T	4.34	2.86	2.35	2.12	-8.15	-3.62	-2.64	-2.26	-2.07

$N = L/\lambda^N$, - номер гармоники конверсии; λ^N - длина волны, V_{Φ}^N - фазовая скорость ленгмюровской волны с $\lambda = \lambda^N$.

няется во времени, изменение амплитуды гармоник конверсии определяется как собственно конверсией, так и изменением амплитуды основной волны. Развитие конверсии при пучковой неустойчивости в плазме с неподвижными ионами подробно рассмотрено в работах [5,6].

На Рис.3,11,17 показана зависимость от времени амплитуды основных гармоник конверсии $N = 4, 7$ и $(-2), (-5)$ в случаях 2м-4м. В таблице 3 приведены t_{\max}^N и максимальные амплитуды этих гармоник.

Таблица 3.

Амплитуды основных гармоник конверсии $N = (-2), 4, (-5)$ и 7 в первом максимуме кривой $E^N(t)$.

Случай	2м	3м	4м
\tilde{n}/n_o	0.05	0.10	0.20
t_{\max}^{II}/T_{oe}	9.7	9.2	9.2
E_{\max}^{II}	6.7	10.2	15.3
t_{\max}^{IV}/T_{oe}	19.9	13.0	13.0
E_{\max}^{IV}	4.4	6.6	7.4
t_{\max}^V/T_{oe}	14.5	14.6	14.0
E_{\max}^V	0.95	1.9	6.1
t_{\max}^{VII}/T_{oe}	35.0	25.0	23.0
E_{\max}^{VII}	0.63	1.2	1.4

E_{\max}^N – максимальная амплитуда гармоник конверсии в $t = t_{\max}^N$; E - нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$.

Скорость конверсии возрастает при увеличении амплитуды возмущения плотности \tilde{n}/n_o [5], соответственно растут и максимальные амплитуды гармоник конверсии (таблица 3). Сравнение таблицы 3 с таблицами 2 и 3 в работе [6] показывает, что t_{\max}^N, E_{\max}^N в случаях 2м-4м мало отличаются от случаев 2-4 [6]. Это показывает, что на начальной стадии процессы, связанные с подвижностью ионов, не играют существенной роли.

Как показано в работе [6], дальнейшее развитие неустойчивости и конверсии определяется захватом электронов плазмы гармониками конверсии и развитием сильной стохастической неустойчивости движения электронов в районе областей захвата этих гармоник. Этот процесс приводит к затуханию электрического поля и поглощению его энергии электронами плазмы. Эти процессы наблюдаются и в случаях 2м-4м. Дей-

в случаях 3м, 4м.

Параллельно с этими процессами идет "размешивание" b-электронов на фазовой плоскости и формируется волна БГК, что видно по фазовым плоскостям электронов (Рис.4,12,18). Это приводит к стабилизации волны и препятствует ее модуляции, что приводит к подавлению конверсии, так что дальнейшее развитие определяется сравнительной скоростью "размешивания" и затухания.

Рассмотрим подробнее случай 2м с $\tilde{n}/n_o = 0.05$. В этом случае определяющую роль играет "размешивание" и формирование волны БГК, а затухание невелико (Рис.1) из-за сравнительно небольших амплитуд гармоник конверсии. В результате средняя амплитуда основной волны $N_e = 1$ до $t/T_{oe} = 200$ ($\omega_{oe}t \sim 1260$) остается почти постоянной (Рис.2). В таблице 4 приведены средние амплитуды E_{cp}^I , а также средние значения $\Delta W_b, W_E, \Delta W_e$ в $t/T_{oe} \sim 200$.

Из таблицы 4 видно, что случай 2м незначительно отличается от случая 1-1[1] пучка в однородной плазме.

Таблица 4.

Средняя амплитуда волны $N_e = 1$ и средние энергии $\Delta W_b, W_E, \Delta W_e$ в $t/T_{oe} \sim 200$.

Случай	1 – 1[1]	2м	3м	4м
\tilde{n}/n_o	–	0.05	0.10	0.20
E_{cp}^I	13.5	14.8	12.9	5.6
$V_{зcp}^I/V_T$	4.75	4.89	4.56	3.01
$\Delta W_{bcp}/W_e^o$	0.16	0.17	0.20	0.41
W_{Ecp}/W_e^o	0.06	0.08	0.05	0.01
$\Delta W_{ecp}/W_e^o$		0.10	0.15	0.39
$\Delta W_{bcp}/W_b^o$	0.13	0.13	0.15	0.32
W_{Ecp}/W_b^o	0.05	0.06	0.04	0.008
$\Delta W_{ecp}/W_b^o$		0.08	0.12	0.30

Пояснения – см. таблицу 1. E – нормировано на $\frac{m r_d}{e T_{oe}^2}$.

Амплитуды гармоник конверсии к $t/T_{oe} \sim 200$ также устанавливаются на некотором среднем уровне, хотя некоторые из них (например, $N = 4$) заметно меняются относительно этого уровня (Рис.3).

Таблица 5.

Средние и максимальные амплитуды волны $N_e = 1$ и гармоник конверсии $N_e = (-2), 4, (-5)$ и 7 в $t/T_{oe} \sim 180 \div 200$.

Случай	2м	3м	4м
\bar{n}/n_o	0.05	0.10	0.20
E_{cp}^I	14.8	12.9	5.6
E_{max}^I	16.8	14.0	6.3
E_{cp}^{II}	2.1	2.8	1.7
E_{max}^{II}	4.7	5.3	3.3
E_{cp}^{IV}	1.0	1.2	0.8
E_{max}^{IV}	2.3	2.2	1.9
E_{cp}^V	0.3	0.6	0.7
E_{max}^V	0.7	1.2	1.4
E_{cp}^{VII}	0.2	0.4	0.9
E_{max}^{VII}	0.5	0.8	1.8

E – нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$.

Из таблицы 5 и Рис.2 видно, что в случае 2м амплитуды гармоник конверсии остаются малыми по сравнению с амплитудой волны $N_e = 1$.

Анализ движения пробных частиц с начальными скоростями $V_N^o/V_T = -2.84; 0$ и 2.84 на фазовой плоскости показывает, что в плазме формируется три области стохастического движения: в районе областей захвата гармоник конверсии с $V_\phi^N > 0$ и с $V_\phi^N < 0$, а также в районе областей захвата ионно-звуковой волны (образование стохастических областей более подробно рассмотрено в работах [6,7]). Границы этих областей можно оценить по максимальным и минимальным скоростям пробных частиц с разными V_N^o , а также по V_{max}^e, V_{min}^e электронов плазмы. Эти границы в $t/T_{oe} \sim 200$ приведены в таблице 6.

Сопоставляя границы случая 2м (таблица 6) с фазовыми скоростями гармоник конверсии (таблица 2), можно сделать вывод, что область $V > 0$ определяется сильной стохастической неустойчивостью движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник конверсии $N \geq 4$, а область $V < 0$ – гармоник $N \geq |-8|$. Отметим, что три области в случае 2м не пересекаются.

Случай	2м	3м	4м
\tilde{n}/n_o	0.05	0.10	0.20
V_3^i/V_T	0.45	0.63	0.89

Границы Область $V > 0$. $V_N^o/V_T = 2.84$			
Верхняя			
V_N^{\max}/V_T	5.33	5.58	5.67
V_{\max}^e/V_T	5.53	6.01	6.49
Нижняя			
V_N^{\min}/V_T	1.42	1.73	1.31
Ширина области			
$\delta V_N/V_T$	3.91	3.85	4.36
$\delta V_e/V_T$	4.11	4.28	5.18

i-область $V_N^o = 0$			
Верхняя			
V_N^{\max}/V_T	1.32	1.47	2.14
Нижняя			
V_N^{\min}/V_T	-1.24	-1.32	-1.51
Ширина области			
$\delta V_N/V_T$	2.56	2.79	3.65

Область $V < 0$. $V_N^o/V_T = -2.84$			
Верхняя			
V_N^{\max}/V_T	-1.76	-1.96	-1.96
Нижняя			
V_N^{\min}/V_T	-3.74	-4.55	-5.32
V_{\min}^e/V_T	-3.52	-4.87	-6.87
Ширина области			
$\delta V_N/V_T$	1.98	2.59	3.36
$\delta V_e/V_T$	1.76	2.91	4.91

$V_3^i = 2\sqrt{\frac{e\phi_i}{m}} \approx 2\left(\frac{\tilde{n}}{n_o}\right)^{\frac{1}{2}}V_T$. V_N^o – начальная скорость пробных частиц; V_N^{\max} , V_N^{\min} – максимальная и минимальная скорость пробных частиц; V_e^{\max} , V_e^{\min} – максимальная и минимальная скорость электронов плазмы;

плитуды волны $N_e = 1$ показывает, что волна имеет стационарный характер. Анализ фазовых плоскостей (Рис.4), функций распределения б-электронов по скорости $f_b(V)$ (Рис.5), распределения плотности $\tilde{n}_b(x)$ (Рис.6) показывает, что сформировавшаяся волна является волной БГК. Действительно, в $t/T_{oe} > 100$ вся область захвата волны $N_e = 1$ заполнена б-электронами, а вид функции распределения $f_b(V)$ и распределения $\tilde{n}_b(x)$ в разные моменты времени почти не меняется (или меняется незначительно). При этом $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ мало отличаются от случая 1-1[1] пучка в однородной плазме.

В работе [1] было показано, что волна БГК $N_e = 1$ в случае 1-1 имеет в центре области захвата ядро захваченных частиц, которое окружено на фазовой плоскости стохастическим слоем. При этом функция распределения $f_b(V)$ имеет пик на скорости $V \sim V_{\Phi}^I$, а распределение $\tilde{n}_b(x)$ пик в фазе $E(x) = 0$, соответствующей максимуму сепаратрисы. Такой же вид имеют $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ в случае 2м (Рис.5,6). Внешние границы стохастического слоя волны БГК определяют максимальную V_{\max}^b и минимальную V_{\min}^b скорость б-электронов. Эти скорости, а также V_{\min}^e , V_{\max}^e и V_{\min}^i , V_{\max}^i в $t/T_{oe} = 200$ приведены в таблице 7.

Таблица 7.
Максимальные и минимальные скорости электронов пучка и плазмы и ионов в $t/T_{oe} \sim 200$.

Случай	1 – 1[1]	2м	3м	4м
\tilde{n}/n_o	–	0.05	0.10	0.20
V_{\max}^b/V_T	21.32	21.23	20.99	20.17
V_{\min}^b/V_T	8.43	8.66	8.69	6.89
V_{\max}^e/V_T	3.53	5.53	6.01	6.49
V_{\min}^e/V_T	–3.30	–3.52	–4.87	–6.87
V_{\max}^i/V_T	$6.33 \cdot 10^{-2}$	$1.49 \cdot 10^{-2}$	$1.94 \cdot 10^{-2}$	$3.87 \cdot 10^{-2}$
V_{\min}^i/V_T	$-6.92 \cdot 10^{-2}$	$-1.24 \cdot 10^{-2}$	$1.30 \cdot 10^{-2}$	$1.40 \cdot 10^{-2}$
V_{\max}^i/V_T^i	3.47	3.66	4.74	9.47
V_{\min}^i/V_T^i	–3.79	–3.04	–3.18	–3.44

V_{\max}^b , V_{\min}^b – максимальная и минимальная скорость электронов пучка; V_{\max}^e , V_{\min}^e – максимальная и минимальная скорость электронов плазмы; V_{\max}^i , V_{\min}^i – максимальная и минимальная скорость ионов; V_T, V_T^i – тепловая скорость электронов плазмы и ионов. ($V_T/V_T^i = 245$; в случае 1-1[1] = 54.78)

незначительно. Одинаковый характер $f_b(V)$ и $n_b(x)$ и близость V_{\max}^o , V_{\min}^b в случаях 2м и 1-1 позволяют сделать вывод, что волна БГК в случае 2м имеет такую же структуру, как в случае 1-1[1]. Отметим, что стохастический слой волны БГК не пересекается со стохастической областью $V > 0$ в плазме: $V_{\min}^b > V_{\max}^b$ (таблица 7).

Сопоставление Рис.1-6 и данных в таблицах для случая 2м со случаем 2 пучка в неоднородной плазме с неподвижными ионами [5] показывает, что они различаются незначительно. Это показывает, что эффекты, связанные с подвижностью ионов, в случае 2м не играют существенной роли.

По кривым $\tilde{n}^N(t)$ (Рис.7) и распределению плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени (Рис.6) видно, что выделена только заданная гармоника $N_i = 3$, причем амплитуда этой гармоники меняется незначительно. Это показывает, что не наблюдается развития модуляционной неустойчивости, которая привела бы к росту впадин плотности и концентрации в них электрического поля и к росту амплитуды гармоники $N_i = 3$.

Правда, на кривой $\tilde{n}^{III}(t)$ (Рис.7) видно небольшое (с амплитудой $\sim 0.12\tilde{n}^o/n_o$) возмущение с периодом $\Delta t/T_{oe} \sim 120 \sim T_i/2$ ($T^i/T_{oe} = 241$ -период ионно-звуковой волны с $\lambda_i/r_d = 33.3$). Сравнение кривых $\tilde{n}^{III}(t)$ и $\Delta W_i(t)$ ($\Delta W_i = W_i - W_i^o$, W_i^o -тепловая энергия ионов) показывает, что возмущение плотности развивается в противофазе с возмущением энергии (скорости) ионов. Это показывает, что возмущение является компонентой стоячей ионно-звуковой волны. Такая волна может возбуждаться за счет возмущения скоростей ионов в результате действия пондеромоторной силы на начальной стадии развития основной волны и гармоник конверсии, когда их амплитуда проходит через максимум. В это время максимальное значение $E(x)$ достигает величины $E_m \sim 32$, так что плотность энергии $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0.33$. В дальнейшем E_m падает и в $t/T_{oe} > 100$ не превосходит величины $E_m \sim 20$ (Рис.6), а $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0.13$.

Рассмотрим случай 3м с $\tilde{n}/n_o = 0.10$ и случай 4м с $\tilde{n}/n_o = 0.20$.

В этих случаях затухание играет существенную роль. По кривым $W(t)$ (Рис.9,15) видно, что затухание становится существенным в случае 3м уже в $t/T_{oe} > 30$, в случае 4м – в $t/T_{oe} > 7$. В случае 3м скорость затухания невелика, так что волна $N_e = 1$ затухает очень медленно – ее средняя амплитуда остается почти постоянной (Рис.10) и даже

случае 4м затухание значительно больше и средняя амплитуда волны $N_e = 1$ заметно падает (Рис.16, таблица 4).

Как уже отмечалось, с ростом амплитуды \tilde{n}/n_o ионно-звуковой волны растет скорость конверсии и максимальные амплитуды гармоник конверсии (Рис.2,10,16). Это и приводит к росту затухания в случаях 3м, 4м. Из Рис.11,17 видно, что гармоники конверсии, пройдя через максимум, в случаях 3м, 4м заметно затухают, но в $t/T_{oe} > 100 \div 150$ их средняя амплитуда устанавливается на некотором постоянном уровне. Из таблицы 5 видно, что в $t/T_{oe} \sim 180 \div 200$ средние и максимальные амплитуды гармоник $N = -2$ и 4 в случае 4м заметно меньше чем в случае 3м, а более коротковолновые $N = -5$ и 7, наоборот, несколько больше.

Анализ движения пробных частиц на фазовой плоскости показывает, что в случаях 3м, 4м, так же, как в случае 2м, в плазме формируется три области стохастического движения. Из сопоставления границ этих областей (таблица 6) с фазовыми скоростями гармоник конверсии (таблица 2) можно сделать вывод, что в случаях 3м и 4м область $V > 0$ определяется сильной стохастической неустойчивостью движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник $N \geq 4$, а область $V < 0$ – гармоник $N \geq |-5|$. Отметим, что в случае 3м три области не пересекаются. В случае 4м i-область не пересекается с областью $V < 0$, но начинает пересекаться с областью $V > 0$ (в этом случае для частиц с $V_N^o = 0$ $V_N^{\max} > V_N^{\min}$ для частиц с $V_N^o/V_T = 2.84$).

Вернемся к волне $N_e = 1$. По фазовым плоскостям (Рис.12,18) видно что в $t/T_{oe} > 60 \div 100$ вся область захвата волны $N_e = 1$ заполняется b-электронами. Анализ функций распределения b-электронов $f_b(V)$ (Рис.13,19) и распределения плотности $\tilde{n}_b(x)$ (Рис.14,20) показывает, что в обоих случаях $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ в $t/T_{oe} > 100$ меняются незначительно. При этом $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ имеют характер пиков. Это показывает, что волна БГК формируется и в случаях 3м, 4м, несмотря на затухание, причем в центре области захвата волны сохраняется сгусток захваченных частиц. В случае 3м минимальные и максимальные скорости b-электронов (таблица 7) почти не отличаются от случая 1-1[1]. Это позволяет сделать вывод, что структура волны БГК в этом случае близка к случаю 1-1. В случае 4м V_{\max}^b близко к случаю 1-1, но V_{\min}^b заметно меньше. При этом $V_{\min}^b/V_T = 6.89$ меньше фазовой скорости гармоники $N_e = 2$ $V_{\phi}^{II}/V_T = 8.14$. Это показывает, что в случае 4м возбуждается сателлит $N_e = 2$, область захвата которого входит в стохастический слой волны БГК $N_e = 1$.

Отметим, что стохастический слой волны БГК не пересекается со

(таблица 7), но близок к пересечению в случае 4м, где $V_{\min}^o \geq V_{\max}^e$ (таблица 7).

Сравним Рис.9-14 (случай 3м) и Рис.15-20 (случай 4м) с соответствующими рисунками случаев 3 и 4 в плазме с неподвижными ионами в работе [5]. Сравнение показывает, что случаи 3м и 3 различаются незначительно, а случай 4м отличается от случая 4 более быстрым затуханием в $t/T_{oe} > 100$.

По кривым $\tilde{n}^N(t)$ (Рис.8,21) и распределению плотности $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени (Рис.14,20) видно, что $\tilde{n}(x)$ и $\tilde{n}^{III}(t)$ изменяются незначительно. Это показывает, что модуляционная неустойчивость не развивается и в этих случаях. Небольшое возмущение $\tilde{n}^{III}(t)$ с максимальной амплитудой $\sim 0.14 \div 0.15 \cdot \tilde{n}^o/n_o$, соответствующее возбуждению компоненты стоячей волны, по-видимому, имеет ту же природу, что и в случае 2м. Действительно, в $t \sim t_{\max}^I$ максимальное значение $E(x)$ в случаях 3м и 4м достигает величины $E_m \sim 36$ и ~ 40 , а плотность энергии $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0.4$ и ~ 0.5 . В дальнейшем $E_m^2/8\pi n_o T$ падает до величины ≤ 0.1 .

Однако в случаях 3м и 4м появляется новый эффект. Действительно, по кривым $\tilde{n}^N(t)$ видно, что амплитуда ионно-звуковой волны $N_i = 3$ уменьшается, одновременно растут амплитуды гармоник, $N_i = 6$ и 9 (Рис.8,21). Это показывает, что происходит укрупнение ионно-звуковой волны. Действительно, в случае 4м укрупнение четко видно по кривым $\tilde{n}(x)$ (Рис.20), а также по фазовым плоскостям ионов (Рис.23). По фазовым плоскостям видно, что укрупнение волны приводит к захвату ионов. В результате укрупнения и захвата растет энергия ионов (Рис.22).

Развитие гармоник $N_i = 6$ и 9 при укрупнении приводит к конверсии основной волны и на них, в результате чего возбуждаются более коротковолновые гармоники, что приводит к более быстрому затуханию. Этот эффект становится заметным в случае 4м, что видно при сравнении кривых $W(t)$, $E^I(t)$ для случая 4м и случая 4[6].

Численные эксперименты по исследованию неустойчивости пучка в однородной плазме [1] выполнялись с модельным отношением масс иона и электрона $M/m = 10^2$, чтобы облегчить наблюдение эффектов, связанных с подвижностью ионов, в частности, модуляционной неустойчивости. С таким же отношением $M/m = 10^2$ проводились численные эксперименты в случаях 2н,3н,4н с параметрами случаев 2м, 3м, 4м в плазме с ионно-звуковой волной.

вите пучковой неустойчивости приводит к формированию волны БГК. Параллельно развивается конверсия, затухание и формируются три области стохастического движения. Развитие этих процессов имеет одинаковый характер в случаях 2н-2м, 3н-3м, 4н-4м. Модуляционной неустойчивости в случаях 2н-4н не наблюдается так же, как в случаях 2м-4м.

Существенную роль в случаях 2н-4н играет более быстрое, чем в случаях 2м-4м, развитие укрупнения из-за меньшего периода ионно-звуковой волны ($T^i/T_{oe} = 54$). Кроме того, в $t/T_{oe} > 100$ становятся существенными паразитные ионно-звуковые шумы, которые приводят к конверсии в коротковолновые гармоники и к паразитному затуханию. Это затухание проявляется уже в случае 2н.

Использованное в настоящей работе реальное отношение масс $M/m = 2 \cdot 10^3$, близкое к M/m для водорода, позволяет практически исключить ионно-звуковые шумы до $t/T_{oe} \sim 200$ (Рис.7,8,21) и задает реальное соотношение времени формирования волны БГК, укрупнения ионно-звуковой волны и захвата ею ионов.

В работах [1,5,6] и настоящей работе исследована неустойчивость пучка электронов с большой скоростью $V_o/V_T = 15.9$ и малой плотностью $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ в однородной плазме [1] и плазме с возмущением плотности [5,6] или ионно-звуковой волной с длиной волны $\lambda_i/r_d = 33.3$.

Найдено, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию волны БГК как в однородной [1], так и в неоднородной плазме с неподвижными [5,6] и подвижными ионами при $M/m = 10^2$ и $2 \cdot 10^3$.

В неоднородной плазме параллельно с пучковой неустойчивостью развивается конверсия волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник с номерами $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. При малых амплитудах возмущения плотности $\tilde{n}/n_o < 0.1$, когда скорость развития конверсии мала по сравнению со скоростью захвата и "размешивания" электронов пучка в волне, конверсия подавляется. Формирующаяся волна БГК имеет квазистационарный характер и сохраняет устойчивость, в частности, относительно модуляционной неустойчивости, в течение длительного времени.

При больших амплитудах возмущения плотности $\tilde{n}/n_o > 0.1$ роль конверсии возрастает. В районе областей захвата гармоник конверсии развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, что приводит к затуханию электрического поля. Однако, и в этих случаях волна БГК сохраняется в течение длительного времени,

вости не наблюдается и в этих случаях.

Эти результаты согласуются с результатами численных экспериментов по исследованию устойчивости волны БГК в однородной плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) [8] и в плазме с возмущением плотности – ионно-звуковой волной с неподвижными [9] и подвижными ($M/m = 10^2$) ионами [10]. В этих работах проводилось сравнение устойчивости волн с параметрами, близкими к случаям, рассмотренным в настоящей работе.

Было найдено, что в системе, исключаяющей развитие сателлитной неустойчивости, волна БГК с большой фазовой скоростью и малой амплитудой в однородной плазме остается устойчивой в течение длительного времени, в то время как развитие ленгмюровской волны с близкими параметрами приводит к модуляционной неустойчивости [8a]. В плазме с возмущением плотности – ионно-звуковой волной с неподвижными [9a] и подвижными ионами [10a] при малых $\tilde{n}/n_o < 0.1$ в случае волны БГК конверсия подавляется и волна БГК остается устойчивой в течение длительного времени [9a, 10a]. В случае ленгмюровской волны конверсия развивается свободно [9a] и в плазме с подвижными ионами сопровождается модуляционной неустойчивостью [10a]. При больших возмущениях плотности $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ определяющую роль играют конверсия и затухание и волна БГК теряет устойчивость [9, 10].

- [1] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова*. Препринты ИЯФ 98-36, Новосибирск, 1998.
- [2] *P.K. Kaw, A.T. Lin, J.M. Dawson*. Phys. Fluids, 16, 1967, 1973.
- [3] *N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin*. Physica Scripta, 24, 566, 1981.
- [4] *Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин*. Препринты ИЯФ 80-192, Новосибирск, 1980; 81-04, 81-40, 81-43, 81-88, 81-89, Новосибирск, 1981; 82-53, Новосибирск, 1982;
- [5] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*. Препринт ИЯФ 99-21, Новосибирск, 1999.
- [6] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*. Препринт ИЯФ 99-22, Новосибирск, 1999.
- [7] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*. Препринты ИЯФ 2000-6, 2000-58 Новосибирск, 2000.
- [8] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова*.
 - а. Препринт ИЯФ 96-30, Новосибирск, 1996.
 - б. Препринты ИЯФ 96-31, 96-32, Новосибирск, 1996.
- [9] *Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев*.
 - а. Препринт ИЯФ 94-48, Новосибирск, 1994.
 - б. Препринт ИЯФ 94-49, 94-50, 94-51, Новосибирск, 1994.
- [10] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова*.
 - а. Препринт ИЯФ 97-28, Новосибирск, 1997.
 - б. Препринты ИЯФ 97-29, 97-30, 97-31, Новосибирск, 1997.

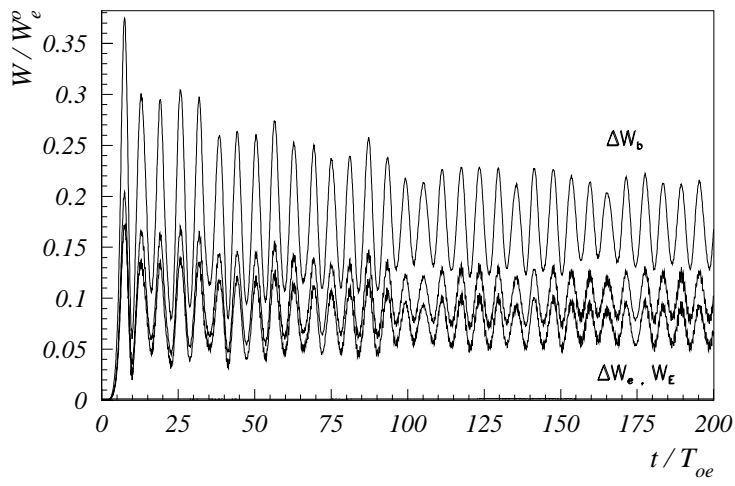


Рис. 1: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 2м.

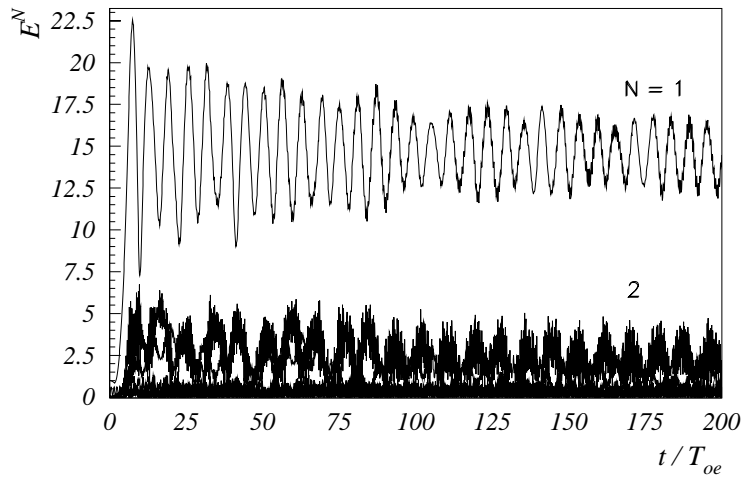


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 2м.

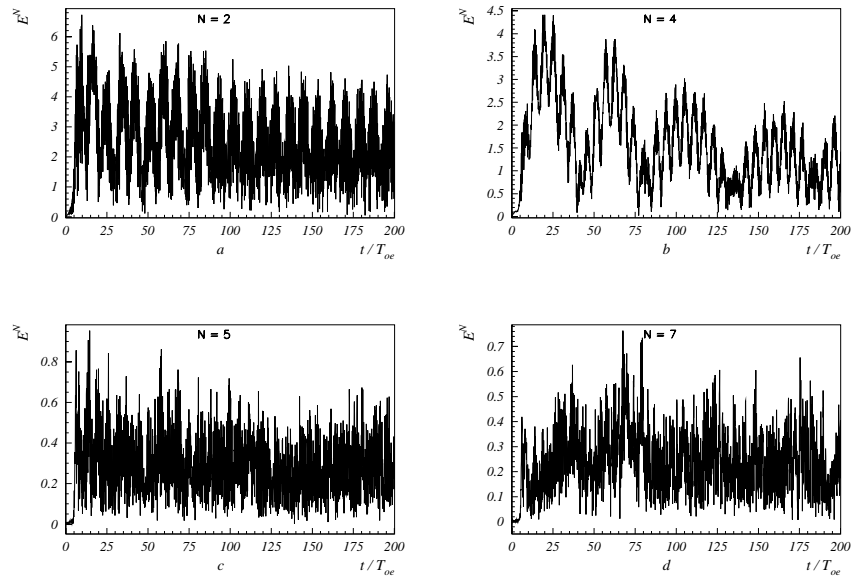


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды гармоник конверсии. Случай 2м.

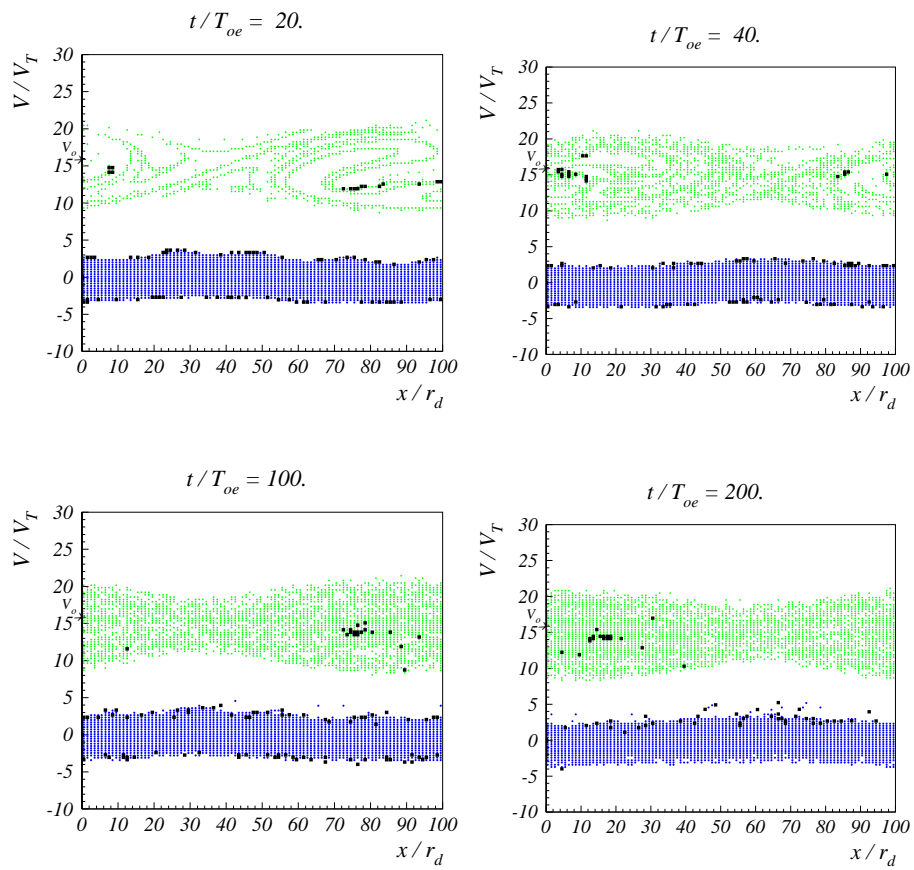


Рис. 4: Фазовые плоскости электронов. Случай 2м.

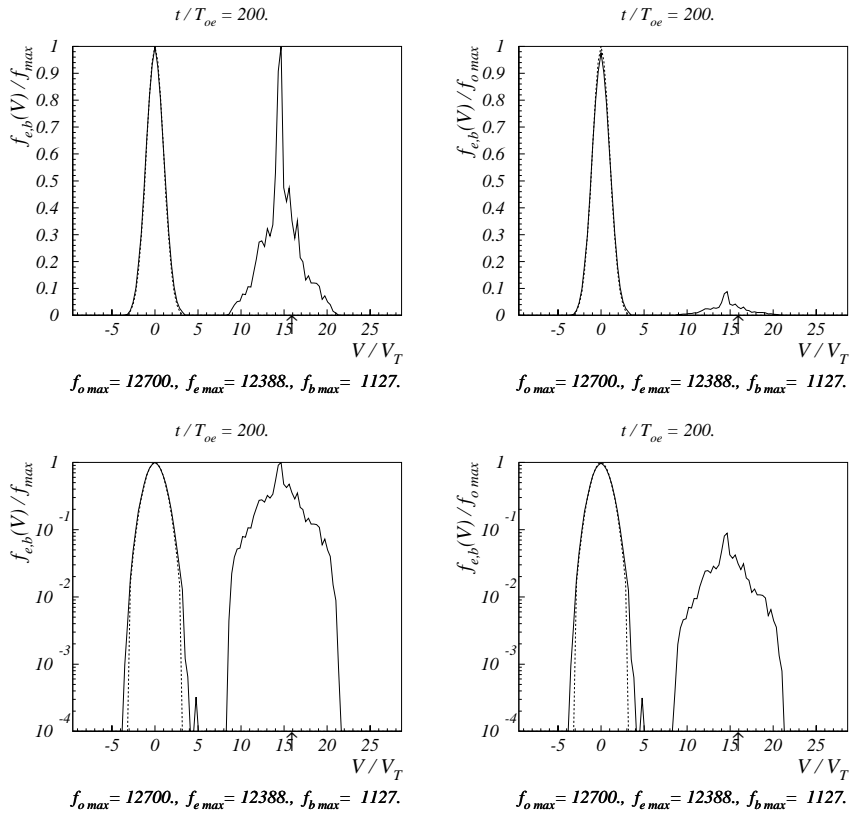


Рис. 5: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2м. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка $V_0/V_T = 15.9$. Пунктир – начальная функция распределения.

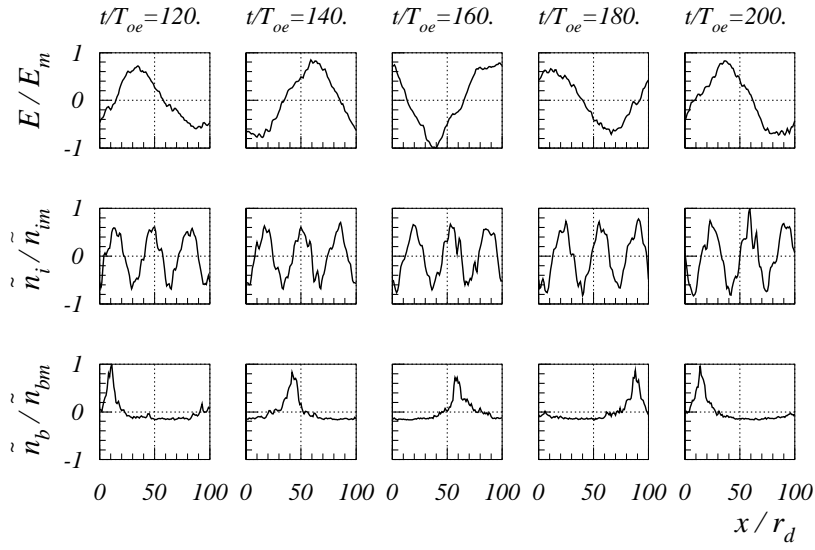


Рис. 6: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2м. $E_m = 20.18$, $\tilde{n}_m/n_o = 0.077$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.46$; $n_b^o/n_o = 0.005$.

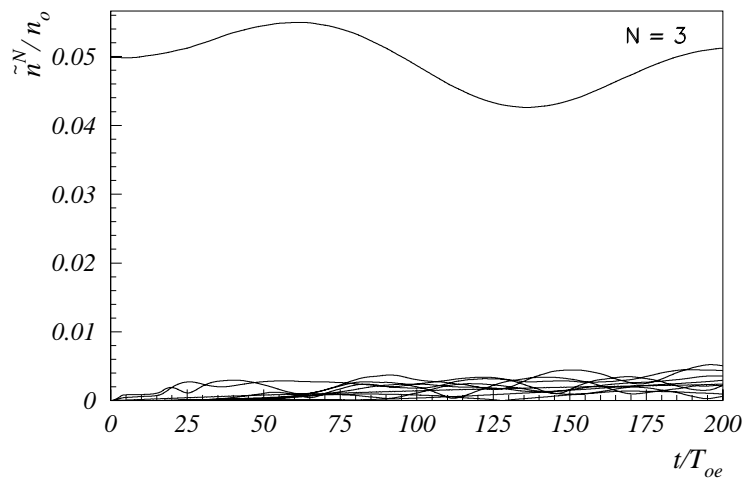


Рис. 7: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны $N_i = 3$ и гармоник $N_i = 1 \div 10$. Случай 2м.

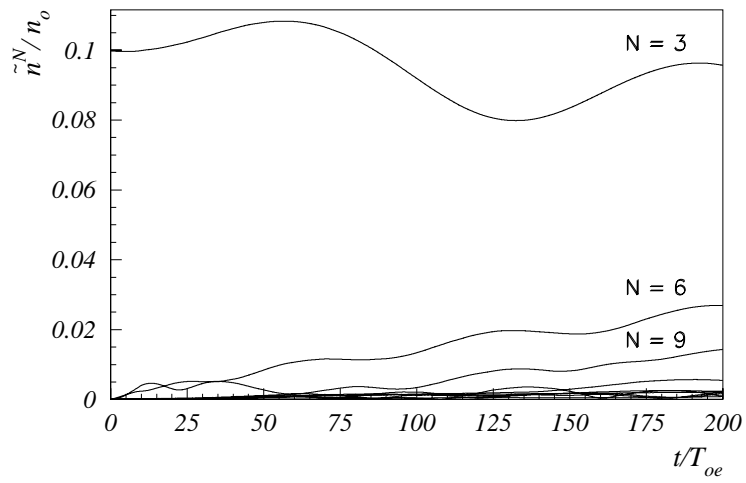


Рис. 8: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны $N_i = 3$ и гармоник $N_i = 1 \div 10$. Случай 3м.

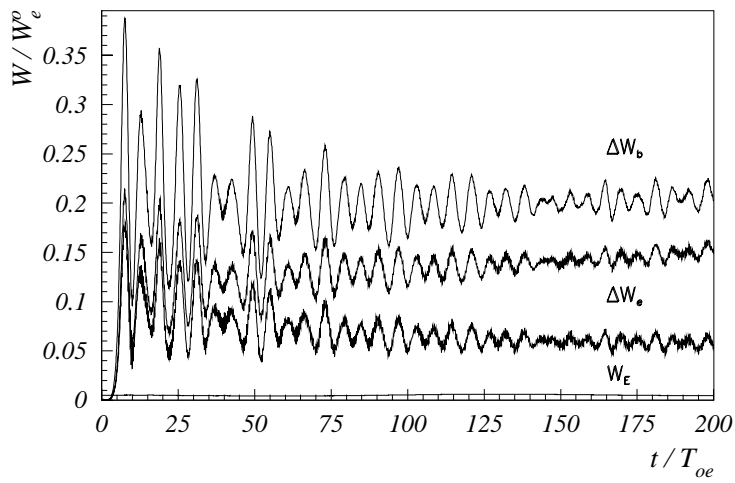


Рис. 9: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 3м.

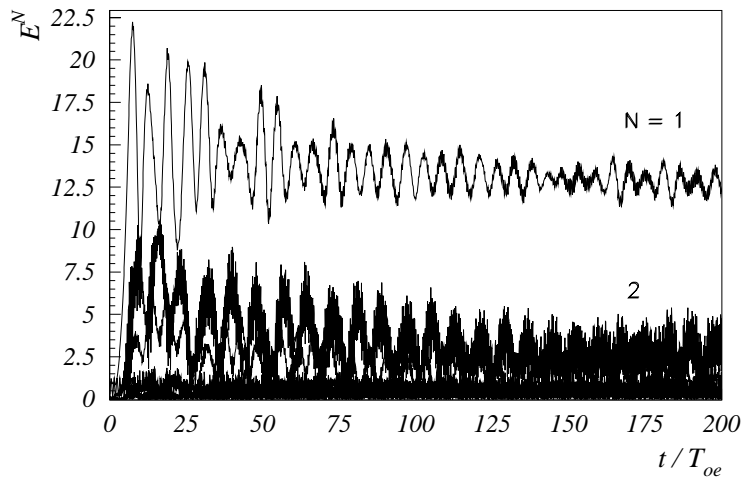


Рис. 10: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 3м.

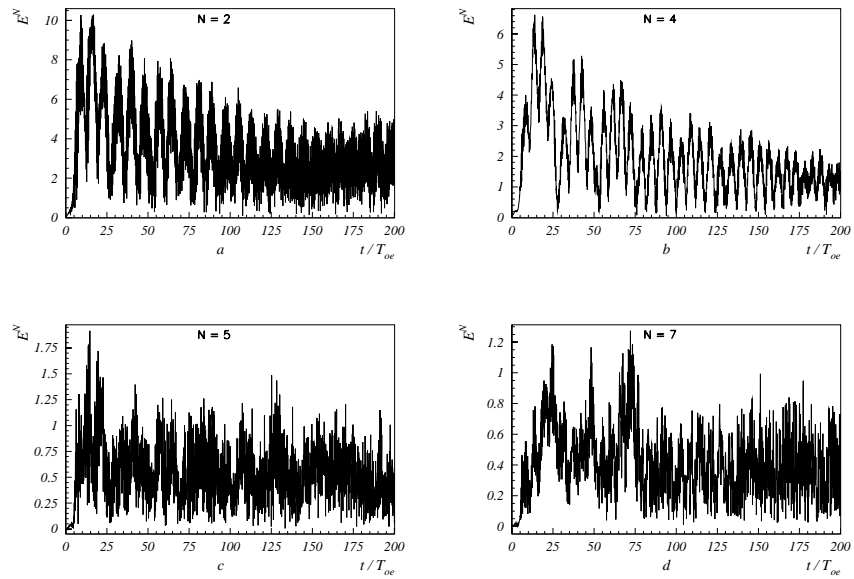


Рис. 11: Зависимость от времени амплитуды гармоник конверсии. Случай 3м.

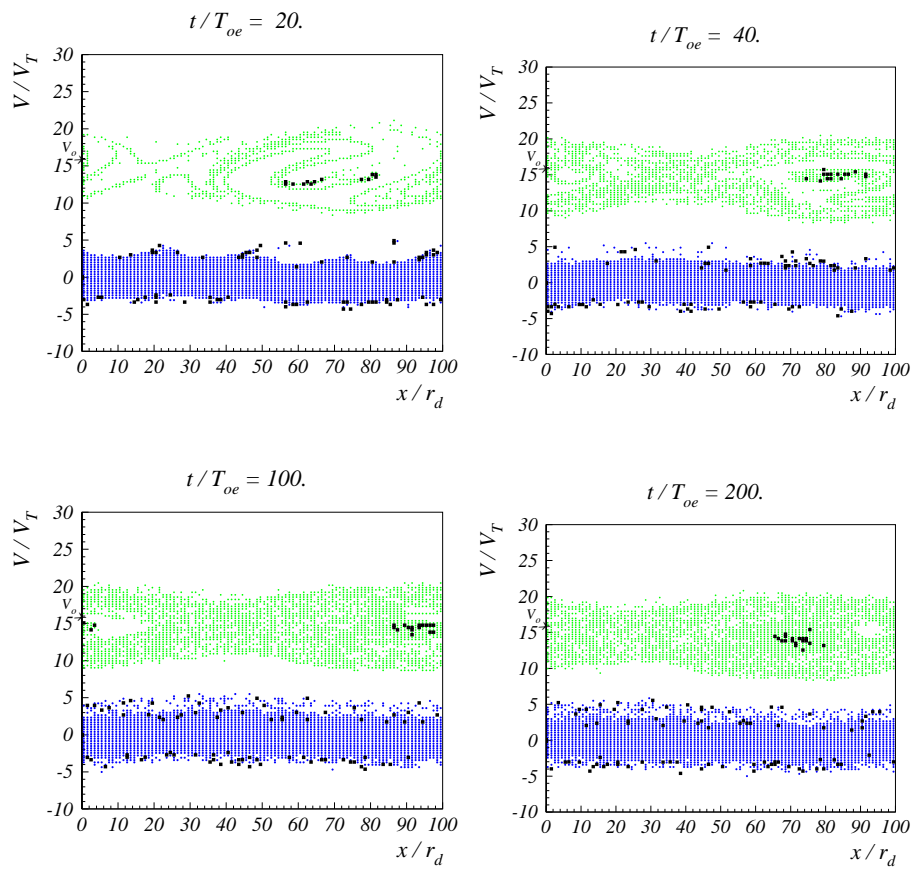


Рис. 12: Фазовые плоскости электронов. Случай 3м.

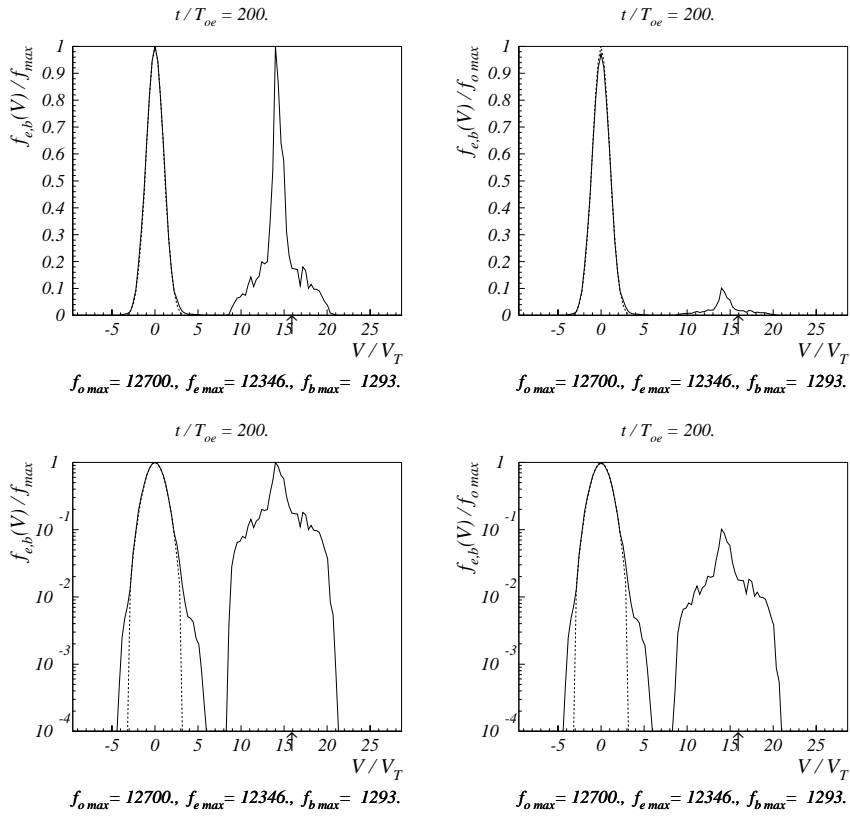


Рис. 13: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 3м. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка $V_0/V_T = 15.9$. Пунктир – начальная функция распределения.

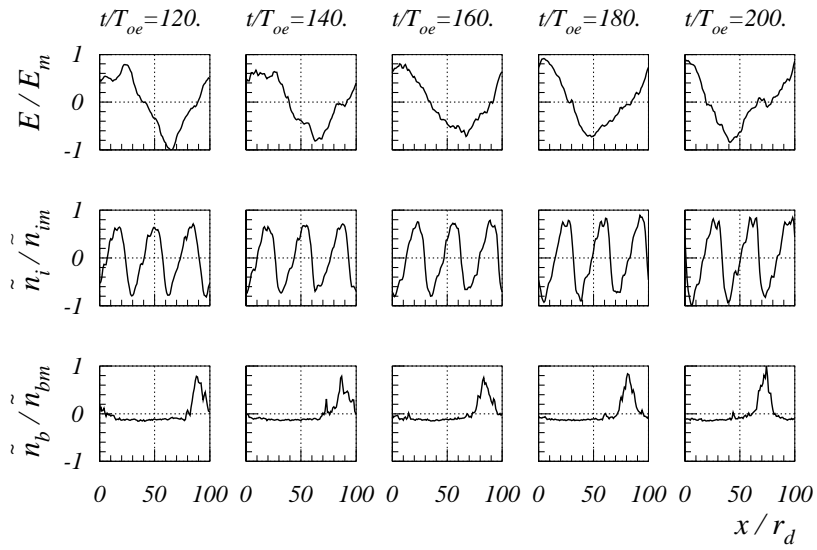


Рис. 14: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 3м. $E_m = 19.39$, $\tilde{n}_m/n_o = 0.121$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.88$; $n_b^o/n_o = 0.005$.

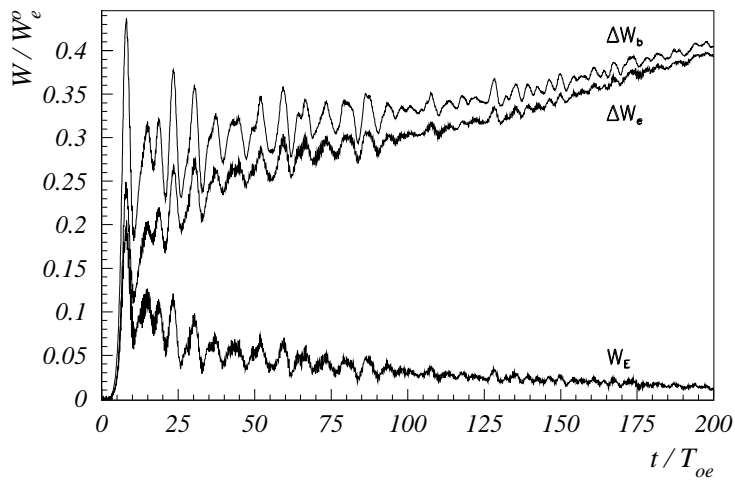


Рис. 15: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 4м.

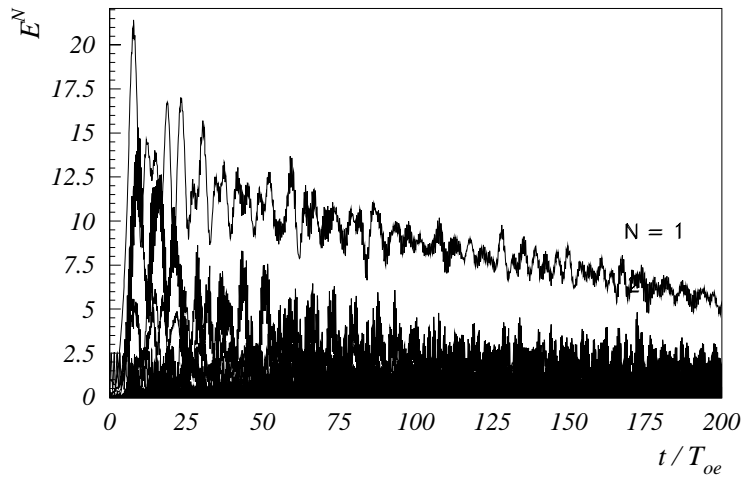


Рис. 16: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 4м.

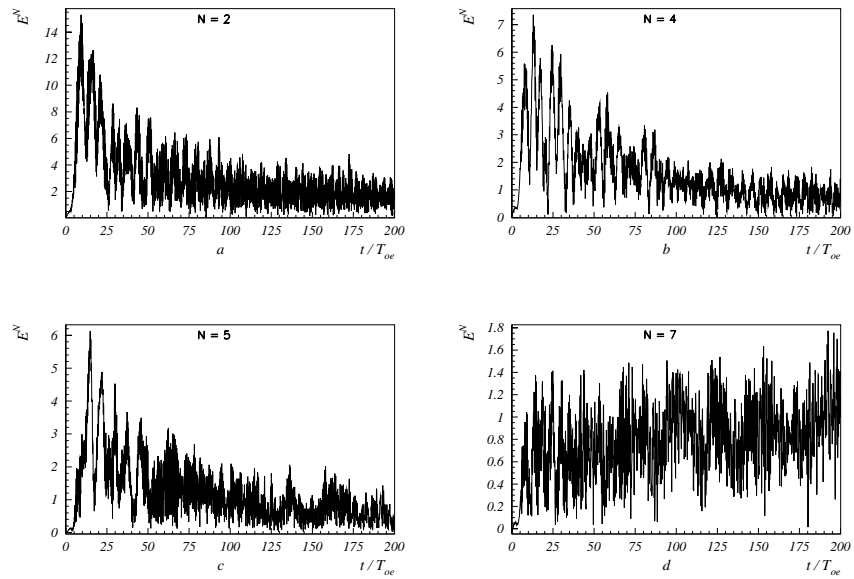


Рис. 17: Зависимость от времени амплитуды гармоник конверсии. Случай 4м.

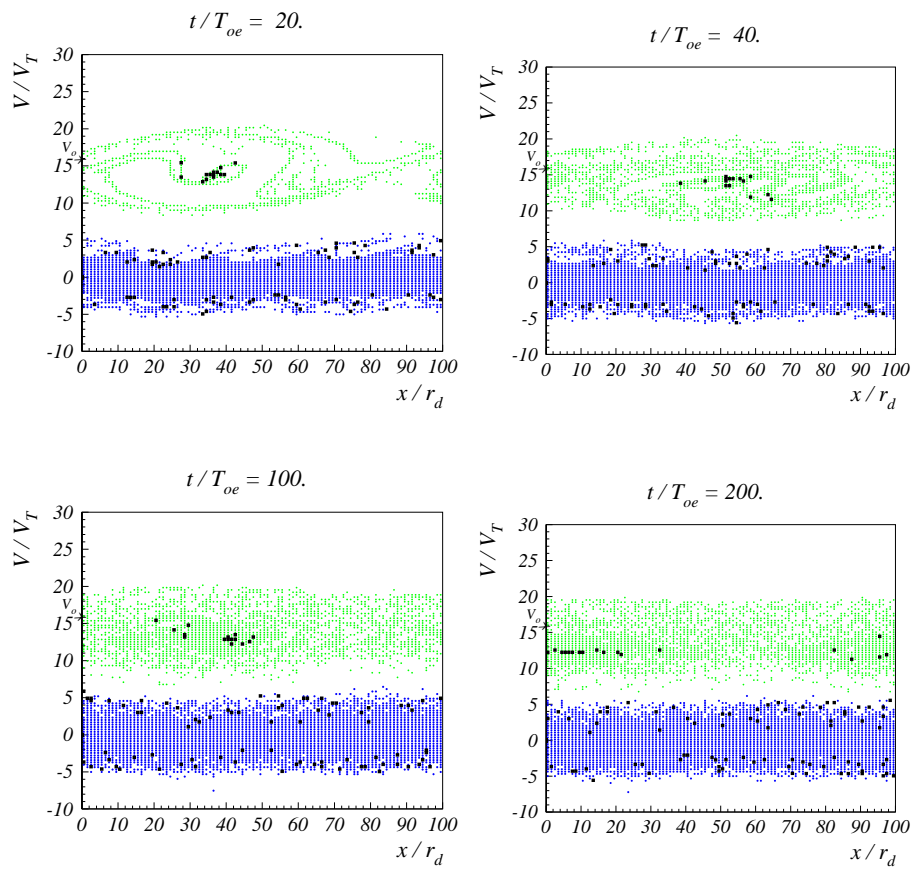


Рис. 18: Фазовые плоскости электронов. Случай 4м.

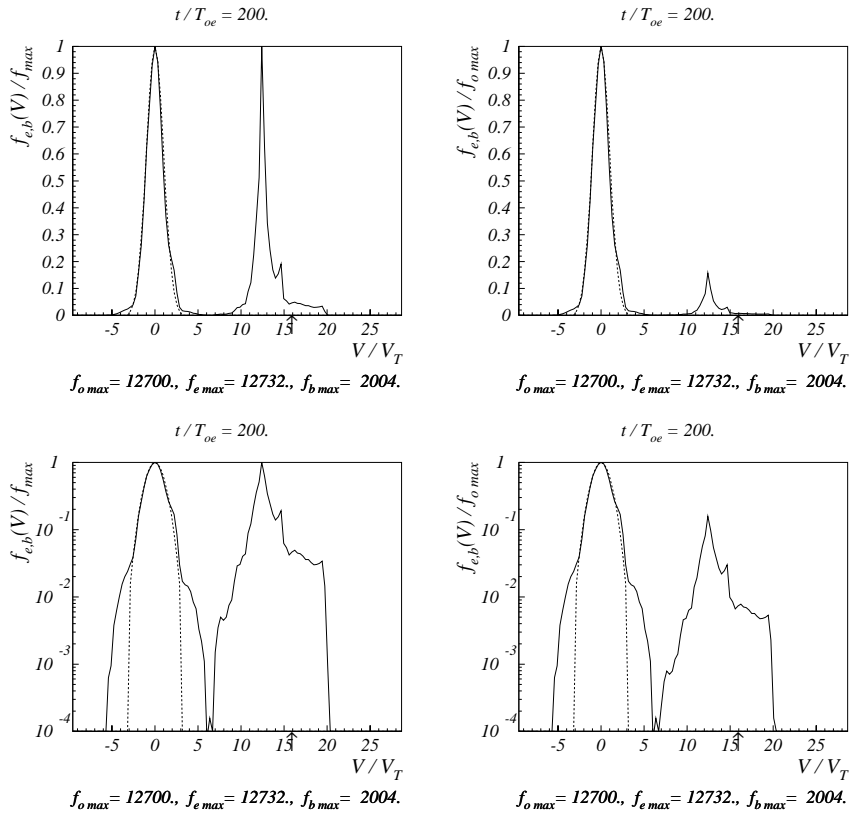


Рис. 19: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 4м. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка $V_0/V_T = 15.9$. Пунктир – начальная функция распределения.

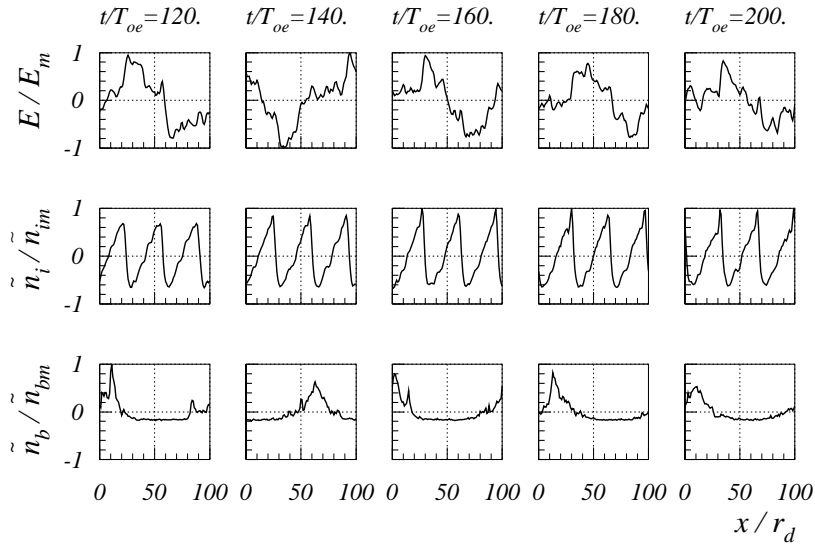


Рис. 20: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 4м. $E_m = 12.32$, $\tilde{n}_m/n_o = 0.27$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.55$; $n_b^o/n_o = 0.005$.

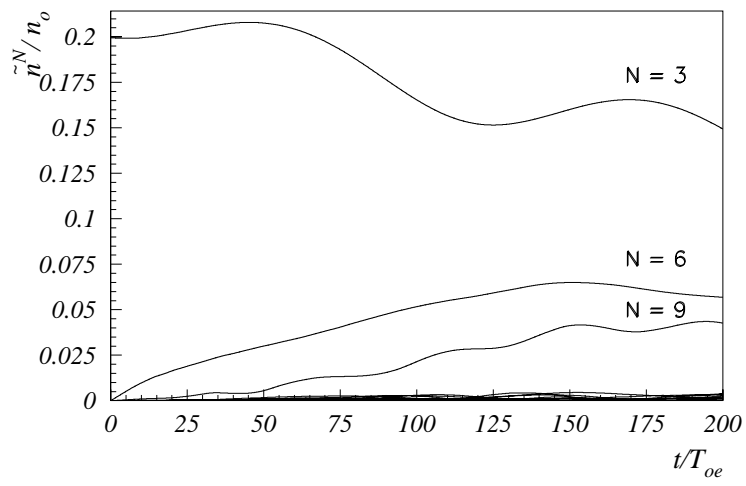


Рис. 21: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны $N_i = 3$ и гармоник $N_i = 1 \div 10$. Случай 4м.

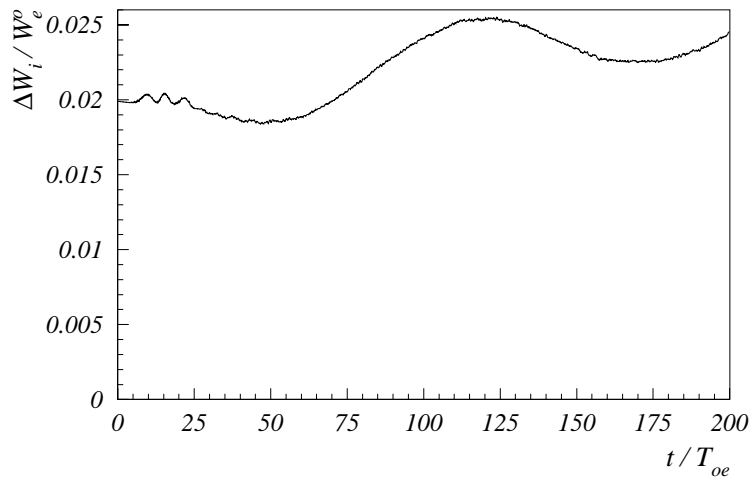


Рис. 22: Зависимость от времени энергии ионов $\Delta W_i = W_i - W_i^0$. Случай 4м.

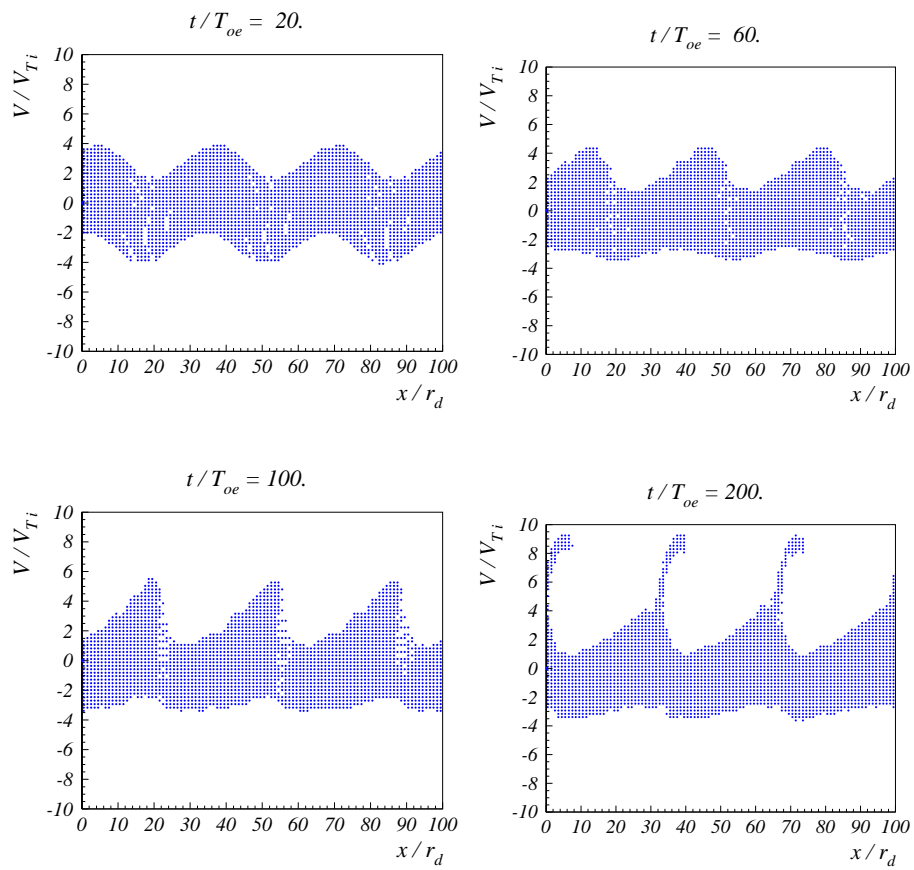


Рис. 23: Фазовые плоскости ионов. Случай 4м.