

Уск.  
55

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

В.Г.Баркова, В.Я.Чудаев

**УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННО-  
ФОТОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ЛИВНЯ  
ИЗ МАССИВНОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ МИШЕНИ  
И ГЛУБИННЫЕ ДОЗЫ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 73

Новосибирск

УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ЛИВНЯ  
ИЗ МАССИВНОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ МИШЕНИ И ГЛУБИННЫЕ ДОЗЫ.

В.Г.Баркова, В.Я.Чудаев

А Н Н О Т А Ц И Я

Теоретически и экспериментально изучались угловые распределения электронно-фотонной компоненты каскадного ливня, возникающего в длинной цилиндрической мишени из железа, и соответствующие глубинные дозы для тканезквивалентного фантома, находящегося на некотором удалении. Ливни инициировались пучком электронов с энергией 232 МэВ, входящим в торец мишени радиусом в одну радиационную единицу длины вдоль ее оси. Теоретический анализ базировался на полуаналитическом расчете спектрально-углового распределения фотонного излучения в рамках приближения непрерывного замедления; результаты сопоставлены с расчетом методом Монте-Карло. Расчеты глубинных доз выполнены с использованием приближения типа "прямо вперед". Обсуждается возможность экстраполяции полученных результатов на другие энергии и мишени других размеров.

## ВВЕДЕНИЕ

Интерес к характеристикам полей излучений, генерируемых электронами высоких энергий при взаимодействии с массивными цилиндрическими мишенями, определяется прежде всего тем, что цилиндрическая геометрия (см. рис. I) во многих случаях может рассматриваться как базовая при анализе проблем радиационной защиты на ускорителях и накопителях электронов и позитронов. Кроме того, в цилиндрических мишенях достаточных размеров происходит почти полная диссипация энергии ливня, и, следовательно, точный теоретический анализ такого "развитого" процесса требует учета максимального круга физических факторов, влияющих на формирование поля излучения, в особенности если мы хотим знать его характеристики в полном телесном угле и в широком энергетическом диапазоне. Таким образом, цилиндрической задаче будет свойственно большинство из тех математических и вычислительных трудностей, которые могут встретиться при расчетах электронно-фотонных каскадов вообще.

Характерные масштабы продольного развития ливня в железе невелики по сравнению с типичными расстояниями, встречающимися в большинстве задач радиационной защиты, поэтому для многих практических целей область максимума ливня может рассматриваться как некоторый точечный источник фотонов, электронов и позитронов. В настоящей работе теоретически и экспериментально изучались угловые распределения излучений ливня, выходящих из длинной цилиндрической железной мишени, бомбардируемой тонким пучком электронов вдоль ее оси (рис. I), и глубинные дозы для тканезквивалентного фантома, находящегося на достаточном удалении ( $\sim$  нескольких мет-

ров) от области максимума ливня в мишени. Количественные результаты получены при энергии бомбардирующих электронов 232 МэВ для  $m$  и радиусом в одну радиационную единицу длины.

В основу теоретического анализа положена полуаналитическая оценка спектрально-углового распределения фотонного излучения в рамках приближения непрерывного замедления; в доступных областях энергии результаты сопоставляются с расчетом методом Монте-Карло. Оценки фантомных доз выполнены с использованием приближения типа "прямо вперед".

Применение полуаналитических приемов расчета неизбежно связано с введением различных упрощений, поэтому получаемые результаты *a priori* вряд ли могут претендовать на высокую точность. Тем не менее полуаналитический подход имеет свои положительные стороны: 1) можно наглядно проследить роль различных физических факторов в формировании поля излучения; 2) могут быть получены относительно простые промежуточные результаты (в виде формул и графиков), пригодные для разного рода ориентировочных оценок; 3) можно получить указания о поведении функции распределения в тех областях углов и энергий, для которых получение информации более последовательными и точными методами (например, методом Монте-Карло) пока еще затруднительно. Возможно также, что результаты полуаналитических расчетов в какой-то мере окажутся полезными при создании более рациональных и эффективных алгоритмов и программ, основанных на точных методах.

ОЦЕНКА СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОТОННОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ ЛИВНЯ

Задачу о спектрально-угловом распределении фотонного излучения ливня будем рассматривать вначале для бесконечной среды без учета поглощения образующегося излучения, а затем введем соответствующую поправку, приближенно учитывающую самопоглощение в цилиндрической геометрии.

Определяющую роль в угловом расширении электронно-фотонного каскада играет многократное кулоновское рассеяние электронов и позитронов на ядрах атомов среды. Влияние таких процессов как тормозное излучение, рождение пар фотонами и комптон-эффект гораздо менее существенно. Некоторое исключение представляет лишь комптоновское рассеяние  $\gamma$ -квантов небольшой энергии ( $\sim 1$  МэВ и менее) в отношении формирования низкоэнергетической части фотонных спектров для больших углов. В работе [8] получена следующая оценка для средне-квадратичного угла разброса заряженных частиц ливня (только за счет многократного кулоновского рассеяния) в интервале энергий частиц  $E_{кр} < E < E_0$ :

$$\langle \theta^2 \rangle_s^{1/2} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E_s}{E} \quad (I)$$

Здесь  $E_s = 21$  МэВ,  $E_{кр}$  - критическая энергия для среды,  $E_0$  - энергия электрона, инициирующего ливень. Характерный масштаб углового разброса, возникающего в процессах тормозного излучения, рождения пар и комптоновского рассеяния, есть  $m c^2 / E$ , где  $m c^2 = 0,51$  МэВ,  $E$  - энергия электрона или фотона. Таким образом, отношение  $\langle \theta^2 \rangle_s^{1/2}$  к угловому разбросу, обусловленному любым из остальных трех процессов, характеризуется фактором  $\sim E_s / (\sqrt{3} m c^2) \approx 25$ . Более аккуратный учет всех сопутствующих обстоятельств приводит к несколько

меньшим цифрам, характеризующим отношение ролей многократного рассеяния и остальных процессов (особенно при  $E < E_{кр}$ ), однако качественный характер картины остается прежним, и это позволяет провести оценку спектрально-углового распределения в два основных этапа. Сначала спектрально-угловое распределение фотонного излучения рассчитывается с учетом только трех процессов: тормозного излучения, образования пар фотонами и кулоновского рассеяния на ядрах. Затем, на втором этапе, с помощью полученного решения вычисляется как возмущающая поправка вклад фотонов, испытавших комптоновское рассеяние. Учитывая, что результат будет использован в конечном итоге для мишени радиусом порядка одной радиационной единицы длины, мы ограничимся оценкой вклада только однократного комптоновского рассеяния. Вклад прямого и рассеянного аннигиляционного излучения остановившихся позитронов будет оценен отдельно.

Во всех расчетах мы будем применять приближение непрерывного замедления к электронам и позитронам в его предельной форме, т.е. полностью пренебрегать флюктуационным характером радиационных потерь энергии. В таком приближении общее выражение для спектрально-углового распределения энергии нерассеянного тормозного излучения, испускаемого в единицу телесного угла всеми электронами и позитронами ливня, развивающегося в бесконечной среде, может быть записано в следующем виде:

$$Y_0(k, T_0, \theta) = \int_k^{T_0} \int_k^{T_1} \left\{ \alpha(k, T) \frac{dT}{2E + T_{кр}} f(T_1, T, \theta) \right\} \left| \frac{dq(T_0, T)}{dT_1} \right| dT_1, \quad (2)$$

Здесь и далее всюду имеется в виду спектрально-угловое распределение, усредненное по большому числу начальных электронов.

где  $K$  - энергия фотона;

$T_0$  - кинетическая энергия первичного электрона;

$\vartheta$  - угол между заданным направлением и импульсом первичного электрона;

$f(T_1, T, \vartheta)$  - функция углового распределения энергии тормозного излучения, испускаемого в единицу телесного угла электроном (или позитроном) энергии  $T$ , который в момент рождения в ливне имел энергию  $T_1$ ;

$\varphi(k, T)$  - функция спектрального распределения энергии тормозного излучения, испускаемого электроном (позитроном) энергии  $T$  на одной радиационной единице длины;

$\tau$  - средняя относительная потеря энергии на излучение электроном с полной энергией  $E = T + mc^2$  на одной радиационной единице длины ( $\tau \ll 1$ );

$T_{кр}$  - критическая энергия среды;

$q(T_0, T_1)$  - среднее количество электронов и позитронов, пересекающих при "непрерывном замедлении" уровень энергии  $T_1$  в ливне, вызванном первичным электроном с энергией  $T_0$ .

Нормировка функций следующая:

$$\int_0^{\infty} \varphi(k, T) dk = \tau E; \quad (3)$$

$$\int f(T_1, T, \vartheta) d\Omega = 1, \quad (4)$$

где  $d\Omega$  - элемент телесного угла, а интегрирование распространяется на полный телесный угол.

Величина  $\tau E + T_{кр}$  в (2) есть средняя сумма радиационных и ионизационных потерь энергии электроном на одной радиационной единице длины;  $dT/(\tau E + T_{кр})$  - средний путь, проходимый электроном при его "непрерывном замедлении" от энергии  $T$  до  $T - dT$ , выраженный

в радиационных единицах.

Внутренний интеграл, обозначенный как  $i(k, T_1, \vartheta)$ , представляет собой спектрально-угловое распределение энергии тормозного излучения для единичного электрона (позитрона), имевшего в момент рождения энергию  $T_1$ . Величина  $|\frac{dq(T_0, T_1)}{dT_1}| dT_1$  есть среднее суммарное число электронов и позитронов, рождающихся в ливне в интервале энергий от  $T_1 + dT_1$  до  $T_1$ .

Величину  $q(T_0, T)$  \* в приближении непрерывного замедления можно связать с дифференциальной длиной пробега заряженных частиц  $P(T_0, T)$  следующим очевидным образом:

$$q(T_0, T) \times \frac{dT}{\tau E + T_{кр}} = P(T_0, T) dT \quad (5)$$

откуда

$$q(T_0, T) = P(T_0, T) \times (\tau E + T_{кр}) \quad (6)$$

Мы ограничимся оценкой  $q(T_0, T)$  только с учетом процессов излучения и образования пар, поскольку из данных, приведенных в [2], следует, что комптон-эффект и процессы соударения с атомами электронами относительно мало влияют на  $P(T_0, T)$  (а, следовательно, и на  $q(T_0, T)$ , в соответствии с (6)).

Изменение количества замедляющихся частиц в интервале  $T, T - \Delta T$  можно представить в следующем виде:

$$-q(T) + q(T - \Delta T) \approx -\frac{dq}{dT} \Delta T \quad (7)$$

Это изменение обусловлено главным образом электронами и позитронами пар, образованных ливневыми фотонами, энергия которых превышает  $T + 2mc^2$ :

$$-q(T) + q(T - \Delta T) \approx 2 \int_{T+2mc^2}^{T_0} g(k) dk \frac{d\Sigma_p(k, T)}{dT} \Delta T, \quad (8)$$

где  $g(k)$  - дифференциальная длина пробега фотонов;

\* индекс второго аргумента здесь опускается

$\frac{d\Sigma_p(k, T)}{dT}$  — дифференциальное по энергии сечение образования пар.

Пренебрегая не очень существенной для наших целей зависимостью  $\frac{d\Sigma_p}{dT}$  от  $T$ , можно записать:

$$\frac{d\Sigma_p}{dT} \approx \frac{\Sigma_p(k)}{k - 2mc^2}, \quad (9)$$

где  $\Sigma_p(k)$  — полное сечение образования пар фотонами энергии  $k$ .

Приравняв правые части (7) и (8) с учетом (9), получим после сокращения на  $\Delta T$ :

$$\frac{dq}{dT} = -2 \int_{T+2mc^2}^{T_0} \Sigma_p(k) \frac{q(k) dk}{k - 2mc^2} \quad (10)$$

Дифференцируя (10) по  $T$ , имеем:

$$\frac{d^2q}{dT^2} = \frac{2 \Sigma_p(T+2mc^2)}{T} q(T+2mc^2) \quad (11)$$

При  $T \gg 2mc^2$  член  $2mc^2$  в уравнении (11) можно опустить.

Разрешая с учетом этого уравнение (11) относительно  $q$ , имеем:

$$q(T) = \frac{T}{2\Sigma_p} \frac{d^2q}{dT^2} \quad (12)$$

Наконец, дифференцируя последнее уравнение по  $T$  в предположении  $\Sigma_p \approx \text{const}$ , получим:

$$\frac{dq}{dT} = \frac{T}{2\Sigma_p} \frac{d^3q}{dT^3} + \frac{1}{2\Sigma_p} \frac{d^2q}{dT^2} \quad (13)$$

С другой стороны, для фотонной длины пробега можно записать следующее соотношение:

$$q(k) \Delta k \approx \lambda(k) \int_k^{T_0} p(T) dT \frac{d\Sigma_r(T, k)}{dk} \Delta k, \quad (14)$$

где  $\frac{d\Sigma_r(T, k)}{dk}$  — дифференциальное по энергии сечение излучения электроном (позитроном) с энергией  $T$  фотона энергии  $k$ ;  $\lambda(k)$  — средняя длина свободного пробега фотона энергии  $k$  в среде.

Принимая  $\frac{d\Sigma_r}{dk} \approx \Sigma_r(T)/k$ , после сокращения обеих частей равенства (14) на  $\Delta k$ , получим (с учетом (5)):

$$q(k) = \frac{\lambda(k)}{k} \int_k^{T_0} \frac{\Sigma_r(T) q(T)}{\Sigma_r(T) T + T_{кр}} dT \quad (15)$$

Дифференцируя последнее уравнение в предположении  $\lambda \approx \text{const}$  и с учетом самого исходного уравнения (15), имеем:

$$\frac{dq}{dk} \approx -\frac{1}{k} q(k) - \frac{\lambda}{k} \frac{\Sigma_r(k) q(k)}{\Sigma_r(k) k + T_{кр}} \quad (16)$$

Выполняя в последнем уравнении переобозначение независимой переменной  $k \rightarrow T$ , приравняв с учетом этого и равенства (12) правые части (16) и (13) и полагая  $\Sigma_p \lambda \approx 1$ , приходим к окончательному уравнению для  $q$ :

$$\frac{d^3q}{dT^3} + \frac{2}{T} \frac{d^2q}{dT^2} + \frac{2}{T^2} \frac{\Sigma_r q}{\Sigma_r T + T_{кр}} = 0 \quad (17)$$

Из энергетических соображений очевидно, что в единичном ливне в интервале энергий  $T_0/2, T_0$  не может замедляться одновременно больше одного электрона. Поэтому в качестве начальных условий естественно принять следующие:

$$q(T_0) = 1; \quad \left. \frac{dq}{dT} \right|_{T=T_0} = 0; \quad \left. \frac{d^2q}{dT^2} \right|_{T=T_0} = 0 \quad (18)$$

В частном случае  $T \gg T_{кр}$  ( $\tau = 1$ ) решение уравнения (17), удовлетворяющее начальным условиям (18), имеет простой аналитический вид:

$$q = \frac{2}{5} \frac{T_0}{T} + \frac{T}{T_0} \left[ \frac{3}{5} \cos(\ln \frac{T_0}{T}) + \frac{1}{5} \sin(\ln \frac{T_0}{T}) \right] \quad (19)$$

Если от  $q$ , определяемого формулой (19), с помощью соотношения (5) перейти к  $p(T)$ , то результат будет отличаться от строго аналитического решения асимптотической задачи в приближении А теории ливней (см., например, [2]) не более чем на 10%. Однако решение, определяемое формулой (19), применимо в более широком энергетическом диапазоне (оно пригодно и вблизи  $T_0$ ). Формула (19) полезна также при выборе величины шага в процессе численного интегрирования исходного уравнения (17) с учетом ионизационных потерь, поскольку наиболее жесткие требования к величине шага возникают при  $T_{кр} = 0$ .

На рис. 2 приведено семейство решений уравнения (17) с начальными

ми условиями типа (18), полученное численным методом при различных значениях параметра  $T_{кр}/T_0$ . Согласие этих решений с результатами, полученными Ричардсом и Нордгеймом при  $T \ll T_0$  для воздуха и свинца [7], — в пределах 10+15%. На основе полученных решений можно предложить для  $q(E)$  и  $p(E)$  ряд простых аппроксимирующих формул (Табл. I). На рис. 3 приведены  $q(T)$  и  $|\frac{dq}{dT}|$  для ливня в железе при  $T_0 = 232$  МэВ.

Таблица I

Энергетический интервал	$q(T)$	$p(T)$
$\frac{T_0}{2}, T_0$	1	$\frac{1}{T+T_{кр}}$
$T_{кр}, \frac{T_0}{2}$	$0,4 \frac{T_0}{T}$	$\frac{0,4 T_0}{T(T+T_{кр})}$
$\frac{T_{кр}}{10}, T_{кр}$	$0,2 \frac{T_0}{T} (1 + \frac{T}{T_{кр}})$	$0,2 \frac{T_0}{T T_{кр}}$
$\frac{T_{кр}}{100}, \frac{T_{кр}}{10}$	$\frac{T_0}{T_{кр}} \ln \frac{0,74 T_{кр}}{T}$	$\sim \frac{T_0}{T_{кр}} \ln \frac{0,74 T_{кр}}{T}$

В настоящее время нет возможности точно описать поведение сечений тормозного излучения в широком энергетическом диапазоне с помощью какой-либо единой формулы. В литературе [9] приводится значительное количество формул, пригодных для использования в ограниченных энергетических интервалах. Результаты расчетов по этим формулам зачастую заметно разнятся друг от друга. Заметно расходятся также экспериментальные данные при энергии электронов  $\sim 1$  МэВ [10, 11]. На рис. 4 приведена кривая относительных радиационных потерь электрона на радиационной единице длины, принятая нами для расчетов с помощью выражения (2). Хотя эта кривая относится к меди, ее использование в расчетах, связанных с железной мишенью впол-

не допустимо ввиду малой разницы в атомных номерах. Принятая кривая при  $T > 5$  МэВ близка к кривой, приведенной Лоусоном в [6]; в мегавольтной области она проходит через точки, рассчитанные нами с помощью экспериментальных сечений Рестера и Данса при  $T = 1,0; 1,7; 2,5$  МэВ [11], а в нерелятивистской области ( $T \ll 0,1$  МэВ) ориентируется на формулу [1]:

$$\tau = \frac{16}{3} \frac{z^2 r_0^2}{137} \cdot n \cdot X_0, \quad (20)$$

где  $z$  — атомный номер вещества;  $r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона;  $n$  — число ядер в 1 г вещества;  $X_0$  — радиационная длина вещества, г/см<sup>2</sup>.

Характер функции  $f(T_1, T, \theta)$  в (2) определяется главным образом кулоновским рассеянием электронов и позитронов на ядрах, за исключением случая  $T \rightarrow T_1$ , когда заметным образом может проявиться влияние углового разброса собственно тормозного излучения.

Для дифференциального сечения рассеяния электронов на ядрах Мак-Кинли и Фенбах дают следующее выражение [12]:

$$d\phi = \left( \frac{ze^2}{2\rho v} \right)^2 \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} \left[ 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{zX\beta}{137} \sin \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2}) \right], \quad (21)$$

где  $e$  — заряд электрона;  $\rho$  и  $v$  — импульс и скорость электрона, соответственно;  $\beta = v/c$ , где  $c$  — скорость света.

У других авторов [2, 5] 3-й член в квадратных скобках выглядит несколько иначе, однако в монографии [5] указывается, что для электронов и позитронов он имеет противоположные знаки; имея в виду употребление в дальнейшем формулы (21) для целей, связанных с ливневыми расчетами, мы этот член опустим совсем.

Таким образом, при  $\beta \rightarrow 1$ :

$$d\phi \approx \left( \frac{ze^2}{2\rho v} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega \quad (22)$$

Угловое распределение Резерфордского типа (22), обусловленное однократным рассеянием на данный угол, будет достаточно хорошо характеризовать поведение функции  $f(T_1, T, \vartheta)$  только при больших значениях  $\vartheta$  и при  $T$  близком к  $T_1$ . В приближении непрерывного замедления абсолютная величина  $f(T_1, T, \vartheta)$  может быть выражена в этом случае следующим образом:

$$f(T_1, T, \vartheta) \approx f_R(T_1, T, \vartheta) = \int_{T_1}^T \Sigma(T', \vartheta) \frac{dT'}{\epsilon E' + T_{кр}} X_0, \quad (23)$$

где  $\Sigma(T, \vartheta)$  - макроскопическое сечение Резерфордского рассеяния,  $\text{см}^2/(\text{г} \cdot \text{стер})$ :

$$\Sigma(T, \vartheta) = \frac{L_A}{A} \frac{d\sigma}{d\Omega}. \quad (24)$$

Здесь  $L_A$  - число Авогадро;  $A$  - атомный вес среды.

Собирая (22) и (24) в (23), после очевидного преобразования получим:

$$f_R(T_1, T, \vartheta) = \frac{L_A X_0}{4A} \left( \frac{Ze^2}{E_S} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \int_{T_1}^T \left( \frac{E_S}{\rho v} \right)^2 \frac{dT'}{\epsilon E' + T_{кр}}, \quad (25)$$

где  $E_S$  - энергетическая константа. Если этой константе приписать соответствующее численное значение, то интеграл, входящий в (25), фактически будет представлять средний квадрат угла многократного рассеяния  $\langle \vartheta^2(T_1, T) \rangle_S$ , вычисляемый с помощью известной формулы Росси и Грейзена [13] в приближении непрерывного замедления:

$$f_R(T_1, T, \vartheta) = \frac{L_A X_0}{4A} \left( \frac{Ze^2}{E_S} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \langle \vartheta^2(T_1, T) \rangle_S \quad (26)$$

Полагая  $E_S = 17,7$  МэВ (о выборе  $E_S$  см. ниже) и подставляя в (26)  $Z = 26$ ,  $A = 56$ ,  $X_0 = 1348$  г/см<sup>2</sup>, а также остальные константы, получим выражение для  $f_R(T_1, T, \vartheta)$  в железе в виде, удобном для численных расчетов:

$$f_{RFe}(T_1, T, \vartheta) = 1,66 \cdot 10^{-3} \frac{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \langle \vartheta^2(T_1, T) \rangle_S \quad (27)$$

При  $\vartheta \sim \langle \vartheta^2(T_1, T) \rangle_S^{1/2}$  и менее угловое отклонение частицы есть

результат большого числа актов рассеяния на малые углы, поэтому функция углового распределения электронов (позитронов)  $f_S(T_1, T, \vartheta)$  в этом случае должна рассчитываться с помощью какой-либо из известных теорий многократного рассеяния. Мы будем считать, что  $f_S(T_1, T, \vartheta)$  в данной области углов имеет следующий вид:

$$f_S \approx f_{SG}(T_1, T, \vartheta) = \frac{e^{-\frac{\vartheta^2}{\langle \vartheta^2 \rangle_S}}}{\pi \langle \vartheta^2 \rangle_S} \cdot \vartheta \sin \vartheta, \quad (28)$$

где параметр  $\langle \vartheta^2 \rangle_S$  выражается в виде интеграла, входящего в (25). При малых  $\vartheta$  и  $\langle \vartheta^2 \rangle_S^{1/2} \gg 1$  распределение (28) принимает обычный гауссовский вид; при  $\langle \vartheta^2 \rangle_S^{1/2} \sim 1$  оно обеспечивает удовлетворительное соблюдение условия нормировки (4). Это распределение неприменимо только в малой окрестности вблизи  $\vartheta = \pi$ . При  $\langle \vartheta^2 \rangle_S^{1/2} > 2$  можно положить  $f_S = 1/4\pi$ .

Для упрощения расчетов, средний квадрат угла многократного рассеяния  $\langle \vartheta^2(T_1, T) \rangle_S$ , как уже упоминалось выше, вычислялся с использованием простой формулы Росси и Грейзена, однако вместо  $E_S = 21,2$  МэВ использовалось значение 17,7 МэВ, выбранное из условия, чтобы результат расчета  $\langle \vartheta^2 \rangle_S$  по формуле Росси и Грейзена совпадал с результатом соответствующего расчета по формуле Бете и Ашкина [5] для длины пути в веществе, равной  $0,5 X_0$ . При  $E_S = 21,2$  МэВ расхождение в результатах расчета по этим формулам связано главным образом с тем, что  $\langle \vartheta^2 \rangle_S$ , определяемый формулой Росси и Грейзена, относится к полному угловому распределению (включая и однократное рассеяние на большие углы), в то время как результат расчета по формуле Бете и Ашкина фактически является гауссовским параметром, характеризующим только малоугловую часть распределения, обусловленную многократным рассеянием.

Функции, определяемые формулами (27) и (28), сравниваются друг



с другим при  $\vartheta \sim 2,5 < \vartheta^2 \rangle^{1/2}$ . Это значение можно считать ориентировочной границей, определяющей области применимости гауссовского (27), либо резерфордского (28) распределения. Естественно нельзя ожидать, что точность обеих формул вблизи границы будет высокой. Например, контрольный расчет функции  $f_s(\vartheta)$ , проделанный нами с помощью приближенного варианта теории многократного рассеяния Нитамы и др. [14, 15], показал, что распределения типа (27) и (28) в точке стыка дают значение  $f_s(\vartheta)$ , заниженное на 40% (расчет был сделан для электронов с энергией 10 МэВ при длине пробега в железе  $0,67 \text{ г/см}^2$ ). Однако учитывая локальный характер этой погрешности, а также то обстоятельство, что в выражении (2) функция углового распределения двукратно подвергается операции интегрирования, можно ожидать, что указанная погрешность не исказит существенным образом результирующего спектрально-углового распределения. Поэтому для упрощения дальнейших расчетов мы всюду использовали кусочное распределение, составленное из формул (27) и (28).

Следует отметить, что при высоких энергиях падающих электронов конечные размеры ядра ограничивают применимость (22) и вытекающих из него соотношений (23) - (27) в области больших  $\vartheta$ . Для предельного угла  $\vartheta_m$ , при котором (22) еще остается справедливым, имеется следующая оценка [2]:

$$\vartheta_m = 280A^{-1/3} \frac{mc^2}{T} \quad (29)$$

Для железа отсюда получаем:

$$\vartheta_m = \frac{37}{E \text{ МэВ}} \quad (30)$$

Из последней формулы видно, что при  $E < 12 \text{ МэВ}$  закон упругого рассеяния (22) в железе справедлив вплоть до  $\vartheta = \pi$ .

Для получения правильного значения сечения упругого рассеяния в области  $\vartheta > \vartheta_m$  величину резерфордского сечения (22) следует

умножить на квадрат электрического формфактора ядра  $|F(q)|^2$ , который определяется следующим образом [16, 18]:

$$F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{R}) e^{i\vec{q}\vec{R}} d\tau_R, \quad (31)$$

где  $\vec{R}$  - расстояние от центра ядра;  $\rho(\vec{R})$  - распределение заряда в ядре, нормированное к единице интегрированием по объему ядра:

$$\int \rho(\vec{R}) d\tau_R = 1 \quad (32)$$

Для упругого рассеяния

$$q = \frac{2E}{\hbar c} \sin \frac{\vartheta}{2} \quad (33)$$

Оценим величину энергии электрона, для которой  $|F(q)| = \frac{2}{3}$  при рассеянии на заданный угол  $\vartheta$ . Для упрощения расчетов воспользуемся простой экспоненциальной моделью распределения заряда в ядре, рассматривавшейся в ранних работах, посвященных исследованию ядер быстрыми электронами [16, 17]:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{R}{a}} \quad (34)$$

где  $a$  - линейный параметр, зависящий от атомного номера и массы ядра. Подстановка (34) в (31) с учетом (32) после выполнения интегрирования дает следующий результат:

$$F(q) = \frac{1}{(1+q^2 a^2)^2} \quad (35)$$

или с учетом (33):

$$F(q) = [1 + (\frac{2E}{\hbar c})^2 a^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}]^{-2} \quad (36)$$

Полагая в (36) правую часть равной  $1/\sqrt{2}$  и разрешая полученное уравнение относительно  $E$ , получим:

$$E = E_{1/2} = \frac{\hbar c}{2a} \frac{\sqrt{2}-1}{\sin \frac{\vartheta}{2}} = \frac{\hbar c}{a} \frac{0,217}{\sin \frac{\vartheta}{2}} \quad (37)$$

Шифф [16] в качестве величины  $a$  дает следующие значения: для  $\text{Be}$  -  $0,74 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ , для  $\text{Au}, \text{Ta}, \text{Pb}$  -  $2,0 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ . Полагая  $a \sim A^{1/3}$ , находим для железа:  $a_{\text{Fe}} = 1,34 \cdot 10^{-13} \text{ см}$  и

$$E_{1/2} = \frac{32 \text{ МэВ}}{\sin \frac{\vartheta}{2}} \quad (38)$$

Таким образом, при  $\vartheta = 90^\circ$  сечение упругого рассеяния в железе

уменьшается наполовину по сравнению с резерфордовским (22) при энергии электронов  $E_{1/2} = 45$  МэВ.

Пока в основном обсуждался вид функции  $f_s(T_1, T, \vartheta)$ , описывающей угловые распределения электронов и позитронов. Угловые же распределения излучения этих частиц (описываемые функцией  $f(T_1, T, \vartheta)$ ) будут несколько более широкими из-за влияния собственного углового разброса тормозных фотонов. Мы ограничимся только приближенным учетом этого фактора, поскольку он существен лишь при  $T \rightarrow T_1$ .

Собственное угловое распределение тормозного излучения электрона с энергией  $E$  можно грубо описать следующей формулой [20]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{B}{(m^2c^4 + E^2\vartheta^2)^2} = \frac{C}{(\vartheta_0^2 + \vartheta^2)^2}, \quad (39)$$
 где  $B$  и  $C$  — постоянные коэффициенты, а  $\vartheta_0 = \frac{mc^2}{E}$ . С учетом условия нормировки (4) распределение (39) преобразуется в

$$f_{rad}(T, \vartheta) = \frac{\vartheta_0^2}{\pi(1 - \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta^2 + \vartheta_0^2})} \frac{1}{(\vartheta_0^2 + \vartheta^2)^2} \approx \frac{\vartheta_0^2}{\pi(\vartheta_0^2 + \vartheta^2)^2} \quad (40)$$

В интервале углов  $0 < \vartheta < 2\vartheta_0$  распределение (40) по порядку величины сравнимо с гауссовским, у которого  $\langle \vartheta^2 \rangle = \vartheta_0^2$ . Поэтому в качестве функции  $f(T_1, T, \vartheta)$  для данного интервала углов естественно принять функцию типа (28), в которой вместо  $\langle \vartheta^2 \rangle_s$  используется

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \langle \vartheta^2 \rangle_s + \vartheta_0^2 \quad (41)$$

При  $\vartheta > 2\vartheta_0$  распределение (40) существенно отклоняется от гауссовского и при вычислении  $\langle \vartheta^2 \rangle$  по формуле типа (41) в этом случае вместо  $\vartheta_0^2$  подставляется величина

$$\langle \vartheta^2 \rangle_{Tu} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2} \frac{\vartheta_0^2 + \vartheta^2}{\vartheta_0^2}\right) + \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_0^2 + \vartheta^2}}{\frac{1}{\vartheta_0^2} - \frac{1}{\vartheta_0^2 + \vartheta^2}}, \quad (42)$$

вычисленная на интервале  $(0, \vartheta)$  непосредственно по распределению (40).

Поведение функции  $f(T_1, T, \vartheta)$  для единичного электрона с первоначальным импульсом, направленным вдоль  $\vartheta = 0$ , иллюстрируется для некоторых наиболее типичных случаев рис.6-9 для  $\vartheta = 0; 10^\circ; 40^\circ; 121,5^\circ$ . Символы  $f_G$  и  $f_R$  на графиках означают, что помеченные части кривых описываются распределением гауссовского, либо резерфордовского типов, соответственно. Символом  $f_{rad}$  помечена огибающая  $f(T_1, T = T_1)$ , дающая значения функции углового распределения тормозного излучения нерассеянных электронов. Поскольку значения функции  $f(T_1, T, \vartheta)$ , обусловленные однократным рассеянием, рассчитывались по формуле резерфордовского типа (27) без учета фактора и неупругих каналов рассеяния, то высокоэнергетические хвосты кривых для больших углов не являются вполне надежными; соответствующие участки в области  $T > E_{1/2}$  (см. формулу (38)) даны штриховой линией.

Функция спектрального распределения энергии тормозного излучения  $\varphi(k, T)$  при расчетах аппроксимировалась выражением вида:

$$\varphi(k, T) \approx C(1,36 - B_1 \frac{k}{T}), \quad (43)$$

где  $B_1$  и  $C$  — коэффициенты, зависящие только от энергии электрона  $T$ . Принятая на основе данных [I, 9-II] зависимость  $B_1(T)$  для железа приведена на рис.10. Зависимость  $C(T)$  определялась из условия нормировки (3); таким образом:

$$\varphi(k, T) = \tau \frac{E}{T} \frac{1,36 - B_1 \frac{k}{T}}{1,36 - \frac{B_1}{2}} \quad (44)$$

На рис.11 показан вид спектрального распределения тормозного излучения единичного электрона  $i(k, T_1, \vartheta)$  в железе для  $\vartheta = 40^\circ$  при различных начальных энергиях  $T_1$ . Такого рода распределения были получены посредством численной оценки внутреннего интеграла в (2) при различных значениях параметров  $\vartheta$  и  $T_1$  и энергии фотона  $k$ .

Если пренебречь начальным угловым разбросом электронов, образующихся в ливне при энергии  $T_1$ , то приближенную оценку спектраль-

во-углового распределения тормозного излучения ливня  $Y_0(k, T_0, \theta)$  (без учета поправки, связанной с комптоновским рассеянием испускаемых квантов) можно получить, интегрируя распределения  $i(k, T_1, \theta)$  аналогичные показанным на рис. II с весом  $|\frac{dq}{dT_1}|$  (см. выражение (2)). При этом нужно иметь в виду, что в интервале энергий  $\frac{T_0}{2} < T_1 < T_0$  величина  $|\frac{dq}{dT_1}|$  представлена только  $\delta$ -функцией, учитывающей вклад первичного электрона:

$$|\frac{dq}{dT_1}| = \delta(T_1 - T_0) \quad (45)$$

При  $T_1 < \frac{T_0}{2}$  к  $\delta$ -функции (45) добавляется непрерывная функция типа приведенной на рис. 3. Таким образом, при  $\frac{T_0}{2} < k < T_0$  вид спектрально-углового распределения  $Y_0(k, T_0, \theta)$  определяется только непосредственным вкладом первичного электрона.

Результаты численных расчетов  $Y_0(k, T_0, \theta)$  для одиннадцати углов представлены на рис. I2.

Перейдем к оценке роли комптоновского рассеяния в формировании спектрально-углового распределения фотонного излучения ливня. Нормированное к единице угловое распределение рассеянных при комптон-эффекте фотонов, имевших до рассеяния энергию  $K$ , можно записать в следующем виде:

$$f(k, \theta) d\Omega_s = \frac{1}{\sigma_c(k)} \frac{d\sigma_c(k, \theta)}{d\Omega} d\Omega_s, \quad (46)$$

где  $\frac{d\sigma_c(k, \theta)}{d\Omega}$  - дифференциальное сечение комптоновского рассеяния;  $d\Omega_s$  - элемент телесного угла в направлении рассеяния под углом  $\theta'$  к первоначальному направлению;  $\sigma_c(k)$  - полное сечение комптоновского рассеяния.

Пусть первоначально под углом  $\theta$  к оси ливня в элемент телесного угла  $d\Omega$  было испущено

$$dN_0 = \frac{1}{k} Y_0(k, T_0, \theta) dk d\Omega$$

тормозных фотонов с энергией вблизи  $K$ . Тогда в элемент телесного

угла  $d\Omega_s$ , расположенный под углом  $\theta'$  к направлению элемента  $d\Omega$ , рассеется за счет комптон-эффекта в результате первого взаимодействия следующее количество этих фотонов:

$$dN_s = dN_0 \frac{\sigma_c(k)}{\sigma_c(k)} f(k, \theta') d\Omega_s = \frac{1}{k} Y_0(k, T_0, \theta) dk d\Omega \cdot \frac{1}{\sigma_c(k)} \frac{d\sigma_c(k, \theta')}{d\Omega} d\Omega_s, \quad (47)$$

где  $\sigma_c(k)$  - полное сечение взаимодействия фотонов энергии  $K$  в расчете на один электрон среды; множитель  $\sigma_c/\sigma_c$  в первом из выражений (47) есть вероятность того, что первое взаимодействие будет комптоновским рассеянием.

Совместим полярную ось сферической системы координат с тем направлением под углом  $\theta_s$  к оси ливня, для которого мы хотим знать количество ливневых фотонов, рассеянных однократно комптоновским образом на угол  $\theta'$  и имеющих энергию  $K'$  (см. геометрию на рис. I3). Тогда

$$d\Omega = \sin \theta' d\theta' d\varphi \quad (48)$$

Поскольку связь между энергиями фотона до и после рассеяния однозначно определяется углом рассеяния  $\theta'$ :

$$K = K' [1 - \frac{K'}{mc^2} (1 - \cos \theta')]^{-1}, \quad (49)$$

то энергетический интервал  $dk$  можно выразить через соответствующий интервал энергий рассеянных фотонов:

$$dk = \frac{dk}{dk'} dk' \quad (50)$$

Подставляя (48) и (50) в (47) и выполняя интегрирование по  $\varphi$  и  $\theta'$ , получим полное количество ливневых фотонов  $dN_s$ , однократно рассеянных в элемент телесного угла  $d\Omega_s$  в интервале энергий  $dk'$  вблизи  $K'$ :

$$dN_s = dk' d\Omega_s \int_0^{\theta_{max}} \frac{1}{\sigma_c(k)} \frac{d\sigma_c(k, \theta')}{d\Omega} \frac{1}{k(k, \theta)} \frac{dk}{dk'} \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} Y_0(k, T_0, \theta_s, \varphi, \theta') d\varphi \quad (51)$$

Из (49) следует, что если

$$K' > T_0 \left( \frac{2T_0}{mc^2} - 1 \right)^{-1}, \quad (52)$$

то

$$\vartheta_{\max} = \arccos \left[ 1 - \frac{mc^2}{K'} \left( 1 - \frac{K'}{T_0} \right) \right], \quad (53)$$

в противном случае  $\vartheta_{\max} = \pi$ .

Умножая обе части (51) на  $k/(dk'd\Omega_s)$ , а также учитывая симметрию при интегрировании по  $\varphi$ , получим спектрально-угловое распределение энергии однократно рассеянных ливневых фотонов в следующем виде:

$$Y_{s0}(k', T_0, \vartheta) = \frac{k' dN_s}{dk' d\Omega_s} = \int_0^{\vartheta_{\max}} \frac{d\sigma_c(k, \vartheta')}{d\Omega} \frac{k'}{k(k', \vartheta')} \frac{dk}{dk'} \sin\vartheta' d\vartheta' \int_0^\pi Y_0(k, T_0, \vartheta(\vartheta_s, \varphi, \vartheta')) d\varphi \quad (54)$$

Дифференциальное сечение комптоновского рассеяния может быть представлено следующим образом (см. например, [5]):

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{k'}{k} + \frac{k'^3}{k^3} - \frac{k'^2}{k^2} \sin^2\vartheta' \right) \quad (55)$$

С другой стороны, с помощью (49) нетрудно убедиться, что

$$\frac{k' dk}{k dk'} = \frac{k}{k'} \quad (56)$$

Используя (55) и (56), приводим выражение (54) к виду, более удобному для численных расчетов:

$$Y_{s0}(k', T_0, \vartheta) = \int_0^{\vartheta_{\max}} \frac{r_0^2}{2} \left( 1 + \frac{k'^2}{k^2} - \frac{k'}{k} \sin^2\vartheta' \right) \sin\vartheta' d\vartheta' \int_0^\pi Y_0(k, T_0, \vartheta(\vartheta_s, \varphi, \vartheta')) d\varphi, \quad (57)$$

где

$$\frac{k'}{k} = 1 - \frac{K'}{mc^2} (1 - \cos\vartheta')$$

а зависимость  $\vartheta = \vartheta(\vartheta_s, \varphi, \vartheta')$  определяется уравнением:

$$\cos\vartheta = \cos\vartheta_s \cdot \cos\vartheta' + \sin\vartheta_s \cdot \sin\vartheta' \cos\varphi$$

На рис. 14 представлены результаты численных расчетов  $Y_{s0}$  по соотношению (57) (с переобозначением  $k' \rightarrow k, \vartheta_s \rightarrow \vartheta$ ) для II-ти углов. Наличие максимумов в мягкой части спектров рассеянного излучения для больших углов обусловлено, главным образом, тем обстоятельством, что до рассеяния направления импульсов значительного числа

ливневых фотонов концентрируются вблизи  $\vartheta=0$ . Положение максимумов приближенно соответствует рассеянию фотонов с энергией  $K \gg mc^2$  на угол  $\vartheta = \vartheta_s$ :

$$K'_{\max} \approx \frac{mc^2}{1 - \cos\vartheta_s} \quad (58)$$

Вклад аннигиляционного излучения. Среднее количество энергии, испускаемое в единичный телесный угол при аннигиляции остановившихся позитронов, оценивается по формуле:

$$I_{\text{оан}} = \frac{2mc^2}{4\pi} n^+, \quad (59)$$

где  $n^+$  - среднее число позитронов в ливне.

Последняя величина выражается через дифференциальную длину пробега фотонов  $g(k)$  и сечение образования пар  $\mu_p(k)$  следующим образом:

$$n^+ = \int_{\frac{2mc^2}{2}}^{\infty} X_0 \mu_p(k) g(k) dk, \quad (60)$$

где  $\mu_p$  выражено в  $\text{см}^{-1}/\text{г}$ , а  $g(k)dk$  - в радиационных единицах длины. Кривая  $g(k)$  для  $T_0=232$  МэВ (см. рис. 15) рассчитывалась численно из соотношению, аналогичному (15):

$$g(k) = \frac{1}{\mu(k) X_0 k} \int_k^{\infty} \frac{\tau(\tau) g(\tau) d\tau}{\tau(\tau) \tau + mc^2 + X_0 \left( \frac{dE}{dx} \right)_i} \quad (61)$$

где  $\mu(k)$  - полное сечение взаимодействия фотонов энергии  $K$ ,  $\text{см}^2/\text{г}$ ;  $\left( \frac{dE}{dx} \right)_i$  - ионизационные потери заряженных частиц энергии  $T$ ,  $\text{МэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$ . В расчете использовались данные [21] по  $\left( \frac{dE}{dx} \right)_i$  для электронов и позитронов, причем в (61) подставлялась их полусумма.

Численный расчет количества ливневых позитронов в железе при  $T_0=232$  МэВ по выражению (60) с использованием кривой рис. 15 дал:

$$n^+ = 5,1 \quad (62)$$

Таким образом, для железа

$$\frac{n^+}{T_0} = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ МэВ}^{-1} \quad (63)$$

Подставляя (62) в (59), для нашей конкретной задачи получим:

$$I_{\text{оан}} = 0,41 \text{ МэВ}/(\text{стер. е}) \quad (64)$$

Самопоглощение излучения в мишени. Характерный масштаб попереч-

ного расширения ливня в железе не превышает  $X_0$  [8], поэтому для цилиндрических мишеней с радиусом  $R_0 \gg X_0$  спектрально-угловое распределение излучения ливня (без учета самопоглощения) не должно сильно отличаться от распределения, рассчитанного для бесконечной среды. Принимая также во внимание, что наибольшее количество фотонов, вылетающих в данном направлении, испускается в области, лежащей вблизи оси ливня, представляется естественным учитывать роль самопоглощения простым фактором вида  $e^{-\mu(k)R_0/\sin\theta}$ . Такой прием кажется наиболее пригодным для прямого тормозного излучения, испускаемого ливневыми частицами, в наибольшей степени концентрирующимися около оси ливня; в отношении же аннигиляционного излучения и тормозных фотонов, испытавших комптоновское рассеяние, основания для использования этого приема выглядят несколько хуже, а для рассеянного аннигиляционного излучения утрачиваются совсем. В общем случае указанный прием приводит к переоценке самопоглощения.

Таким образом, спектрально-угловое распределение энергии фотонного излучения, покидающего цилиндрическую мишень, можно приближенно записать в следующем виде:

$$J(k, T_0, \theta) = [J_0(k, T_0, \theta) + J_{SO}(k, T_0, \theta) + I_{SOH}(T_0) \delta(k - 0.511)] e^{-\frac{\mu(k)R_0}{\sin\theta}} + J_{SOH}(k, T_0, \theta), \quad (65)$$

где  $J_{SOH}(k, T_0, \theta)$  — спектрально-угловое распределение однократно рассеянного аннигиляционного излучения. Это слагаемое выделено отдельно для более адекватного учета самопоглощения.

Вероятность того, что аннигиляционный фотон в результате первого взаимодействия будет иметь энергию вблизи  $K'$ , есть

$$w(k') dk' = \frac{1}{b_z(0.511)} \cdot \frac{db_z(0.511; k')}{dk'} dk' \quad (66)$$

где  $\frac{db_z(0.511; k')}{dk'}$  — дифференциальное по энергии сечение комптоновского рассеяния аннигиляционных фотонов. Поскольку исходное аннигиляционное излучение остановившихся позитронов изотропно, то спек-

тральное распределение энергии ливневых аннигиляционных фотонов, рассеянных однократно в единицу телесного угла в данном направлении, также не будет зависеть от угла:

$$J_{SOH}(k', T_0) = 2n^+ \frac{K' w(k')}{4\pi} = \frac{n^+ K'}{2\pi b_z(0.511)} \frac{db_z(0.511; k')}{dk'} \quad (67)$$

Чтобы оценить вид спектрально-углового распределения однократно рассеянного аннигиляционного излучения, покидающего мишень, мы сделаем упрощающее предположение, что аннигиляция позитронов происходит на оси мишени.

Вследствие связи энергии рассеянных фотонов с углом рассеяния (см. (49)) каждому значению угла  $\theta$  будет соответствовать конус направлений исходных аннигиляционных фотонов с углом половинного раствора  $\theta'$ , порождающих рассеянные фотоны энергии  $K'$ , летящие под углом  $\theta$  к оси ливня (см. рис. 16). Если расстояние от места рассеяния фотона до боковой поверхности мишени вдоль направления  $\theta$  есть  $S$ , то вероятность выхода рассеянного фотона из мишени без очередного взаимодействия будет

$$w_S = e^{-\mu_S S}, \quad (68)$$

где  $\mu_S = \mu(K')$ .

Для того, чтобы получить вероятность выхода из мишени для любого фотона энергии  $K'$ , необходимо усреднить (68) по месту рассеяния вдоль образующей конуса с весом  $\mu_0 e^{-\mu_0 l} dl$ , где  $\mu_0 = \mu(0.511)$ ,  $l$  — длина пути первичного аннигиляционного фотона до взаимодействия, и по азимуту с весом  $d\varphi/2\pi$ :

$$w_S(\theta, \theta'(K')) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{l_{\max}(\theta, \theta', \varphi)} \mu_0 e^{-\mu_0 l} dl e^{-\mu_S S(l, \theta, \theta', \varphi)} \quad (69)$$

Точное аналитическое вычисление этого интеграла представляется затруднительным, и мы ограничимся лишь грубой его оценкой, пригодной для больших углов  $\theta$  ( $\sim 90^\circ$ ).

Положим при  $\theta' < 90^\circ$  (обозначения см. на рис.16):

$$l_{max} \approx l_{эф} = \frac{l_0}{\cos \theta'} \neq l_{эф}(\varphi); \quad (70)$$

$$S \approx S_{эф} = l_0 - l \cos \theta' \neq S_{эф}(\varphi). \quad (71)$$

Тогда надобность в интегрировании по  $\varphi$  в (69) отпадает и

$$w_s(\theta, \theta') \approx \int_0^{l_{эф}} \mu_0 e^{-\mu_0 l} dl e^{-\mu_s(l_0 - l \cos \theta')} = \frac{\mu_0}{\mu_s \cos \theta' - \mu_0} (e^{-\frac{\mu_0 l_0}{\cos \theta'}} - e^{-\mu_s l_0}). \quad (72)$$

Аналогичная оценка для  $\theta' > 90^\circ$  дает:

$$w_s(\theta, \theta') = \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu_s \cos \theta'} (e^{-\mu_s l_0} - e^{-\frac{\mu_0 l_0}{\cos \theta'}}). \quad (73)$$

Таким образом, с учетом сделанных допущений (и переобозначения  $k' \rightarrow k$ ) спектрально-угловое распределение однократно рассеянного аннигиляционного излучения из цилиндрической мишени может быть записано следующим образом:

$$Y_{san}(k, T_0, \theta) \approx Y_{soan}(k, T_0) \times w_s(\theta, \theta'), \quad (74)$$

где  $w_s(\theta, \theta')$  выражается подходящей из формул (72) или (73), в которых

$$l_0 = R_0 / \sin \theta \quad (75)$$

$$\theta' = \arccos(2 - mc^2/k) \quad (76)$$

На рис.17-20 приведены результаты расчетов  $Y(k, T_0, \theta)$  в соответствии с (65) для восьми углов с показом относительной роли отдельных слагаемых. На этих же рисунках приведены результаты расчета  $Y(k, T_0, \theta)$  методом Монте-Карло по программе В.А.Таюрского „EMSH“, в общих чертах описанной ранее [22]. Для больших углов результаты, полученные обоими методами, находятся в удовлетворительном согласии. При малых же углах низкоэнергетические хвосты монте-карловских распределений лежат заметно выше полученных полуаналитическим методом. Причина расхождения заключается в том, что простой экспоненциальный фактор самопоглощения, использованный в полуаналитическом расчете, не учитывает корреляцию между

пространственными и угловыми отклонениями частиц и фотонов, а также радиальное уширение ливня, которое становится существенным на низкоэнергетической стадии.

#### ГЛУБИННЫЕ ДОЗЫ

Оценка глубинных доз фотонного излучения с помощью полученных выше спектрально-угловых распределений была сделана для фантома из полиметилметакрилата ( $\rho = 1,184$  г/см<sup>3</sup>), выполненного в виде прямоугольного блока размером 40x40x57 см<sup>3</sup>.

Величина поглощенной дозы  $D_{lr}$  от ливневых фотонов, выходящих из мишени, на глубине  $X$  см фантома, расположенного на большом (по сравнению с его собственными размерами) расстоянии, в общем виде записывается следующим образом:

$$D_{lr}(\text{рад}) = D_{lr}(T_0, N, \theta, R, X) = \frac{N}{R^2 6,25 \cdot 10^7} \int_0^{T_0} D_0(k, X) Y(k, T_0, \theta) \frac{dk}{k}, \quad (77)$$

где  $N$  - число первичных электронов энергии  $T_0$ , упавших на мишень;  $R$  - расстояние от мишени до передней поверхности фантома, см;  $D_0(k, X)$  - величина глубинной дозы при падении на фантом широкого мононаправленного пучка моноэнергетических фотонов энергии  $k$  с единичным флюенсом, МэВ/г;  $6,25 \cdot 10^7$  МэВ/г = 1 рад. Помимо указанного в (77) списка аргументов,  $D_{lr}$  в общем случае еще зависит от вещества мишени, а также от вещества, размеров, формы и ориентации фантома.

Все дальнейшие расчеты  $D_{lr}$  условно отнесены к  $R = 1$  м и  $N = 10^{11} e^-$ ; для этого случая (77) переписывается в виде ( $D_{lr} \rightarrow D_{lrd}$ ):

$$D_{lrd} = D_{lrd}(T_0, \theta, X) = 0,16 \int_0^{T_0} D_0(k, X) Y(k, T_0, \theta) \frac{dk}{k} \quad (78)$$

При помощи  $D_{lrd}(T_0, \theta, X)$  значение реальной глубинной дозы при произвольных  $N$  и  $R$  можно приблизительно выразить следующим образом:

$$D_{lr}(T_0, N, \theta, R, X) \approx D_{lrd}(T_0, \theta, X) \times \frac{N}{10^{11}} \times \left(\frac{100}{R+X}\right)^2 \quad (79)$$

При расчете  $D_0(k, X)$  в области  $k < 1$  МэВ поглощенная доза при-

нималась совпадающей с кермой, т.е.

$$D_0(k, x) = \gamma(k) e^{-\mu(k)x} B(x, k), \quad (80)$$

где  $\gamma(k)$  - массовый коэффициент передачи энергии для фотонов энергии  $k$  в полиметилметакрилате,  $\text{см}^2/\text{г}$ ;  $B$  - фактор накопления для кермы.

При  $K < 1$  МэВ учитывался перенос энергии вторичными заряженными частицами ( $e^\pm$ ). Расчет выполнялся с помощью приближения типа "прямо вперед". Всего принималось во внимание четыре поколения фотонов: первичный пучок и три последующих поколения, возникающих в результате комптоновского рассеяния. Тормозное излучение вторичных заряженных частиц в фантоме не учитывалось. Для упрощения вычислений считалось, что все фотоны  $i$ -го поколения моноэнергетичны и их энергии  $K_i$  равны (начиная с первого, отличного от начального, поколения) средним при комптоновском рассеянии "моноэнергетических" фотонов предшествующего поколения. Считалось также, что энергия фотонов последнего рассматриваемого поколения поглощается при очередном взаимодействии локально и полностью. С учетом сделанных допущений общее выражение для  $D_0(k, x)$  можно записать в следующем виде:

$$D_0(k, x) \approx S \times \sum_{i=0}^2 \int_{x_{\min}(k_i, x)}^x \omega_i(k, x') \sum_{re}(\kappa_i, (x-x')S) A(k, x') dx' + \\ + \omega_3(k, x) \kappa_3 \mu(\kappa_3) A(k, x) + \\ + \gamma(k) k e^{-\mu(k)x} B(x, k) [1 - 1/B(k, k)] A(k, x), \quad (81)$$

где  $S$  - эффективная тормозная способность заряженных частиц в фантоме (принималась постоянной и равной 3 МэВ/см);  $\omega_i(k, x)$  - вероятность прохождения фотона  $i$ -го поколения через  $1 \text{ см}^2$  поперечного сечения фантома на глубине  $x$ ,  $\text{см}^{-2}$ ;  $\sum_{re}(\kappa_i, T)$  - макроскопическое сечение образования фотоном  $i$ -го поколения вторичной заряженной частицы ( $e^-$  или  $e^+$ ) с энергией, превышающей  $T$ ,  $\text{см}^2/\text{г}$ ;  $x_{\min}(k_i, x) =$

$= \max[0, x - R_m(k_i)]$ , где  $R_m(k_i)$  - максимальный эффективный пробег вдоль направления первичного излучения в фантоме вторичных заряженных частиц, образованных фотонами  $i$ -го поколения;  $A(k, x)$  - правочный коэффициент  $\sim 1$  для перенормировки по керме функций  $\omega_i(k, x)$ .

Первая строка в (81) представляет вклад в дозу заряженных частиц, образованных фотонами всех поколений, кроме последнего (вклад которого записан во второй строке). Слагаемое, записанное в 3-й строке, введено для улучшения приближения "прямо вперед"; оно учитывает вклад обратно рассеянных фотонов низкой энергии и имеет наибольшее значение при  $x=0$ .

Явный вид функций  $\omega_i(k, x)$  приводится ниже:

$$\omega_0 = e^{-\mu_0 x} \\ \omega_1 = \mu_{k0} \frac{e^{-\mu_0 x} - e^{-\mu_1 x}}{\mu_1 - \mu_0} \\ \omega_2 = \mu_{k0} \mu_{k1} \left[ \frac{e^{-\mu_0 x} - e^{-\mu_2 x}}{(\mu_1 - \mu_0)(\mu_2 - \mu_0)} + \frac{e^{-\mu_1 x} - e^{-\mu_2 x}}{(\mu_0 - \mu_1)(\mu_2 - \mu_1)} \right] \quad (82)$$

где  $\mu_i$  - полный коэффициент ослабления для фотонов  $i$ -го поколения в материале фантома;  $\mu_{ki}$  - часть полного коэффициента ослабления для фотонов  $i$ -го поколения, обусловленная комптоновским рассеянием.

Целесообразность введения коэффициента  $A(k, x)$  (так же как и последнего слагаемого в (81)) определяется самим характером приближения "прямо вперед", использованием усредненных энергий фотонов, а также ограниченностью количества учтенных в расчетах поколений фотонов. Этот коэффициент определяется следующим образом:

$$A(k, x) = K_{r1}(k, x) / K_{r2}(k, x), \quad (83)$$

где

$$K_{r1} = \gamma(k) k e^{-\mu(k)x} B(x, k) \quad (84)$$

$$K_{T2} = \sum_{i=0}^2 \omega_i(k, x) K_i \gamma(k_i) + \omega_3(k, x) K_3 \mu(k_3) + \gamma(k) k e^{-\mu(k)x} B(x, k) [1 - 1/B(0, k)] \quad (85)$$

Если сделать в (81) замену  $x' = x - T/S$ , то можно перейти от интегрирования по координате к интегрированию по энергии заряженных частиц  $T$ :

$$D_0(k, x) = \sum_{i=0}^2 \int_0^{T_{mi}} \omega_i(k, x - T/S) \sum_{re} \gamma_e(k_i, T) A(k, x - T/S) dT + \omega_3(k, x) K_3 \mu(k_3) A(k, x) + \gamma(k) k e^{-\mu(k)x} B(x, k) [1 - 1/B(0, k)] A(k, x), \quad (86)$$

где  $T_{mi} = \min[xS, T_{maxi}]$ ;  $T_{maxi}$  - максимальная кинетическая энергия вторичных заряженных частиц, создаваемых фотонами энергии  $K_i$ .

Полуинтегральное сечение  $\sum_{re} \gamma_e(k, T)$  в (81) и (86) складывается из двух частей

$$\sum_{re} \gamma_e = \sum_{ke} + \sum_{pe}, \quad (87)$$

обусловленных процессами комптоновского рассеяния и образования пар, соответственно. Интегрирование дифференциальных по энергии сечений процессов дает следующие выражения для  $\sum_{ke}$  и  $\sum_{pe}$ .

$$\sum_{ke} = \frac{n \kappa r_0^2}{r} \left\{ \left[ 1 - \frac{2(\gamma+1)}{\gamma^2} \right] \ln \frac{K-T}{K-T_{max}} + \frac{(T_{max}-T)(2K-T_{max}-T)}{2K^2} + \frac{1+2\gamma \cdot T_{max}-T}{\gamma^2} + \frac{K}{\gamma^2} \left( \frac{1}{K-T_{max}} - \frac{1}{K-T} \right) \right\}, \quad (88)$$

где  $n$  - количество электронов в 1 г среды;

$$\gamma = K/mc^2;$$

$$T_{max} = \frac{2\gamma}{2\gamma+1} K; \quad (89)$$

$$\sum_{pe} \approx 2 \sum_p \rho(k) (1 - T/K) \quad (90)$$

При выводе формулы (90) аннигиляционное излучение не учитывалось, а зависимость  $\frac{d \sum_p \rho(k, T)}{dT}$  схематизировалась аналогично (9), но без члена  $2mc^2$  в знаменателе.

Наибольшие трудности при расчете по формулам типа (81) и (86) связаны с недостатком сведений о факторах накопления  $B(x, k)$ . За-

висимость факторов накопления от атомного номера среды не является слишком резкой, и для фантома больших размеров из  $C_5H_8O_2$  можно было бы воспользоваться известными результатами расчетов методом моментов для бесконечной водной среды [23, 24]. Однако прямое использование этих результатов для рассматриваемого фантома невозможно из-за влияния ограниченности его размеров, которое является достаточно существенным (по крайней мере, для  $\gamma$ -квантов не слишком высокой энергии). Для количественной оценки этого влияния были проведены экспериментальные измерения ослабления экспозиционной дозы вдоль оси фантома при энергиях  $\gamma$ -квантов  $Cs^{137}$  и  $Co^{60}$ . Измерения выполнялись с помощью конденсаторных камер КИД-1-4 при расстоянии от источника до передней грани фантома, равном 120 см. Для определения фона от излучения, рассеянного ограждающими элементами помещения и окружающими предметами, проводились контрольные экспозиции при наличии между источником и фантомом свинцового экрана толщиной 10 см. Положение экрана выбиралось таким образом, чтобы получаемый конус "тени" был минимальным, но достаточным для полного затенения передней грани фантома. Результаты измерений представлены на рис.21 в сравнении с расчетными кривыми, полученными с использованием факторов накопления для плоского мононаправленного источника в бесконечной водной среде [23] (предполагалось, что для  $C_5H_8O_2$  и  $H_2O$  факторы накопления совпадают, если глубины выражены в длинах свободного пробега).

На рис.22 показаны принятые для расчетов факторы накопления в рассматриваемом фантоме ограниченных размеров. Типичный характер выполнявшихся экстраполяций при переходе от бесконечной среды к ограниченной геометрии (с использованием данных по  $Co^{60}$  и  $Cs^{137}$ ) иллюстрируется двумя кривыми для глубины 30 см. Для построения



исходных кривых, относящихся к бесконечной среде  $C_5H_8O_2$ , в зависимости от энергетического диапазона применялись три подхода. При  $K < 0,5$  МэВ фактор накопления оценивался по соотношению:

$$B(K, X) = B_{T\infty}(K, X) \alpha(K),$$

где  $B_{T\infty}$  — фактор накопления поглощенной энергии для точечного изотропного источника в бесконечной водной среде из таблицы Бергера (см. [24]);  $\alpha(K)$  — экстраполированное по энергии в область  $K < 0,5$  МэВ отношение  $B_{M\infty}/B_{T\infty}$ , где  $B_{M\infty}$  — дозовый фактор накопления для плоского мононаправленного источника в воде [23]. При  $K > 10$  МэВ приближение "прямо вперед" дает удовлетворительные результаты; факторы накопления для  $C_5H_8O_2$  в этой энергетической области рассчитывались по формуле:

$$B(K, X) = \frac{\sum_{i=1}^3 \omega_i(K, X) K_i \gamma(K_i) + \omega_3(K, X) K_3 \mu(K_3)}{\omega_0(K, X) K \gamma(K)} \quad (91)$$

Контрольные расчеты для воды по этой формуле показали, что расхождения с результатами расчетов методом моментов не превышают 10% вплоть до 4-х длин свободного пробега даже при энергии  $K = 8$  МэВ (продольный же размер фантома соответствует 1,55 длины свободного пробега при этой энергии).

Общий вид последнего слагаемого в формулах (81), (85) и (86) можно обосновать, выражая вклад в керму обратно рассеянных фотонов через факторы накопления следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta K_{\text{обр}} &= \gamma(K) K e^{-\mu(K)X} [B(X, K) - B_S(X, K)] = \\ &= \gamma(K) K e^{-\mu(K)X} B(X, K) [1 - B_S/B], \end{aligned} \quad (92)$$

где  $B(X, K)$  — фактор накопления на глубине  $X$  внутри среды;  $B_S(X, K)$  — фактор накопления для барьера толщиной  $X$ . Пользуясь тем, что отношение  $B_S/B$  не зависит от  $X$  [25] и учитывая, что  $B_S(0, K) = 1$ , легко приходим к окончательному виду рассматриваемого слагаемого.

Кривые глубинных доз  $D_0(K, X)$  в фантоме, рассчитанные по формуле (86) для некоторых энергий падающих фотонов, приведены на рис.23.

Результаты расчетов глубинных доз от ливневых фотонов по формуле (78) с использованием (86), показаны на рис.24 для 5-ти значений  $\theta$  вместе с экспериментальными данными. Представленные кривые получены с использованием спектров, рассчитанных полуаналитическим методом.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Экспериментальные измерения глубинных доз ливневого излучения из массивной железной мишени были выполнены на 232-МэВ пучке синхротрона Б-3М при  $\theta = 15,5; 40; 60; 90$  и  $121,5^\circ$  (рис.1) с помощью описанного выше фантома. Пучок ускоренных электронов сбрасывался в торец стального цилиндра ( $d \times H = 3,6 \times 50$  см), расположенного соосно с пучком. Эффективный диаметр пучка в месте вхождения в цилиндр составлял около 6 мм. Абсолютное измерение количества сбрасываемых на мишень электронов осуществлялось с помощью трансформатора тока с ферритовым кольцом, калиброванного по цилиндру Фарадея. Одновременно производилось относительное мониторирование пучка посредством измерения дозы ливневого излучения из мишени двумя дозиметрами-мониторами, расположенными симметрично относительно оси пучка под углами  $\theta = 20^\circ$  на расстоянии 3,8 м от мишени. Оба дозиметра находились в капсулах из полиметилметакрилата с толщиной стенок 1,7 см. Расстояние от мишени до лицевой поверхности фантома составляло 1,5 - 3,3 м (считалось, что эффективный центр мишени находится на расстоянии 8 см от ее переднего торца). В качестве фантомных детекторов использовались конденсаторные ионизационные камеры КИД-1-4 со стенками из воздушно-эквивалентной прово-

дней пластмассы ( $\rho = 1,49 \text{ г/см}^3$ ) толщиной 2,5 мм. Такие же детекторы использовались и для относительного мониторинга пучка.

Толщины стенок детекторов, а также толщины воздушных промежутков между мишенью и лицевой поверхностью фантома при обработке результатов включались в эффективную глубину, которой ставилось в соответствие измеренное значение дозы. У детекторов, предназначенных для определения доз на малых глубинах ( $\sim 1$  см и менее), толщины стенок были предварительно уменьшены с помощью механической обработки до величин  $\sim 1$  мм.

Определение фона в ходе эксперимента проводилось для каждого фиксированного положения фантома тем же способом, что и при измерениях с  $\text{Cs}^{137}$  и  $\text{Co}^{60}$ , т.е. при наличии свинцового экрана между мишенью и фантомом.

Из-за значительной прозрачности свинцового экрана для фотонейтронов, их вклад в показания детекторов частично учитывался как фон. Специально проведенное контрольное облучение фантома нейтронами  $\text{Pu-Be}$ -источника позволяет считать, что погрешность определения дозы электронно-фотонной компоненты ливня, обусловленная вкладом фотонейтронов, не превышает 5% при самых неблагоприятных условиях (большие углы и максимальные глубины).

Результаты измерений глубинных доз ливневого излучения для пяти углов представлены на рис.24. При больших  $X$  экспериментальные результаты удовлетворительно согласуются с расчетными кривыми для фотонного излучения, основанными на полуаналитических спектрах. Характерные пики в экспериментальных значениях глубинной дозы вблизи  $X = 0$  при больших  $\vartheta$  обусловлены значительным вкладом в дозу заряженных частиц ( $e^\pm$ ) небольшой энергии. Существенная роль заряженных частиц в формировании максимума дозы при больших углах

отмечена также в работах [26,27] для мишеней другой геометрии. При малых  $\vartheta$  определяющим фактором в формировании дозного поля является тормозное излучение высокой энергии, вследствие чего максимум дозы смещается на большие глубины.

Если предположить, что расчетные кривые (рис.24) правильно описывают поведение глубинных доз фотонного излучения и на малых глубинах фантома, то вклад в дозу заряженных частиц можно извлечь простым вычитанием расчетных кривых из экспериментальных значений глубинной дозы. Соответствующие результаты показаны на рис.25 в сравнении с данными, полученными на основе монте-карловских спектров заряженных частиц, рассчитанных по упомянутой выше программе. Переход от спектрально-угловых распределений заряженных частиц к глубинной дозе осуществлялся по приближенному соотношению:

$$D_{\pm} \approx \frac{N}{R^2} \frac{1}{6,25 \cdot 10^7} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{эф}} \frac{dN}{d\Omega} (T_0, \vartheta, T), \quad (93)$$

где  $\frac{dN}{d\Omega}$  - суммарное число  $e^+$  и  $e^-$  с энергией  $T \geq X \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{эф}}$ , испускаемых в единичный телесный угол под углом  $\vartheta$  к оси пучка (в расчете на один первичный электрон);  $\left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{эф}}$  - эффективная тормозная способность  $e^+$  и  $e^-$ , принятая равной  $2,55 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$ .

Угловая зависимость максимума глубинной дозы фотонного излучения, полученная тремя различными методами, показана на рис.26. За экспериментальное значение максимума дозы принимался максимум расчетной кривой глубинной дозы после ее параллельного переноса с целью подгонки к экспериментальным значениям в области  $X \geq 20$  см. Обращает внимание хорошее согласие всех 3-х методов при больших углах и заметное расхождение между полуаналитическим и монте-карловским расчетами при  $\vartheta \leq 25^\circ$ . Качественно последнее обстоятельство представляется естественным, поскольку полуаналитический расчет явно недооценивает низкоэнергетические хвосты спектральных

распределений (см. стр.24 и рис.17). Однако экспериментальная точка при  $\vartheta = 15,5^\circ$  ложится почти точно на полуаналитическую кривую. Этому обстоятельству не найдено удовлетворительного объяснения.

На рис.27 и 28 представлены аналогичные зависимости для максимума глубинной дозы от заряженных частиц и для максимума суммарной глубинной дозы.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Некоторые расхождения в угловых распределениях фотонного излучения, полученных различными методами, делают желательными проведение более тщательных расчетов и измерений для рассмотренной выше задачи, в особенности в отношении малых углов. Однако, с точки зрения использования полученных данных для целей радиационной защиты, эти расхождения в большинстве случаев не являются слишком существенными.

В связи с тем, что полное решение ливневой задачи с конкретными параметрами является в любом случае достаточно дорогостоящей операцией\*, определенный практический интерес представляет возможность экстраполяции полученных выше результатов на другие энергии бомбардирующих электронов и на мишени с иными радиальными размерами.

Из структуры выражения (2) видно, что зависимость спектрально-углового распределения от  $T_0$  определяется главным образом множителем  $|dq(T_0, T_1)/dT_1|$ , который при  $T_1 < T_0/2$  зависит от  $T_0$  только линейным образом (см. табл.1). При этом для не слишком малых  $\vartheta$

\* Кроме того, при монте-карловских расчетах для мишеней с  $R_0 > X_0$  возрастают трудности со статистической обеспеченностью вычислений, а прямое использование простого экспоненциального фактора самопоглощения фотонов в мишени (см. стр.22) становится грубо некорректным.

и  $K < T_0/2$  основной вклад в интеграл (2) вносят значения  $T_1$  по порядку величины близкие к  $K^*$ , вклад же первичного электрона не является определяющим. Это означает, что спектрально-угловое распределение  $\mathcal{J}(K, T_0, \vartheta)$  будет изменяться с  $T_0$  также только линейным образом, за исключением высокоэнергетического хвоста. Однако последний в любом случае резко спадает с энергией фотона (быстрее, чем  $1/k^2$ ) и соответственно его относительный вклад для многих практически важных функционалов не должен быть существенным.

Линейный характер зависимости дозы электронно-фотонной компоненты ливня от энергии  $T_0$  при не слишком малых  $\vartheta$  установлен экспериментально [27] для мишеней в виде пластин, наклоненных под различными углами к оси пучка. Такой функционал как доза за толстым слоем защиты безусловно более чувствителен к деталям спектрального распределения, чем просто (поверхностная) фантомная доза; однако и в этом случае вряд ли следует ожидать, что зависимость от  $T_0$  окажется очень существенной.

Как уже отмечалось выше, точность экспоненциального фактора самопоглощения (стр.24, 25) резко ухудшается с увеличением радиуса мишени. С другой стороны, во внешнем излучении, выходящем из массивной мишени, фотоны малой энергии, первоначально испущенные из области, лежащей вблизи оси ливня, будут существенно подавлены. Таким образом, внешнее излучение из мишени большого радиуса обусловлено, главным образом, испускаемыми из сердцевины ливня относительно жесткими фотонами, для которых факторы накопления имеют не большую величину и в значительной степени связаны с фотонами, имеющими направление, близкое к первоначальному. Это обстоятельство позволяет грубо оценить угловое распределение фантомной кермы

$K_p(T_0, \vartheta, R)$  (рад) для мишени радиуса  $R_1 > R_0$ , используя результа-

\* Здесь имеется в виду случай  $T_0 \gg T_{кр}$

ты, полученные для мишени радиуса  $R_0$ , при помощи соотношения:

$$K_r(T_0, \theta, R) = \frac{N}{R^2 \cdot 6,25 \cdot 10^7} \int_0^{\infty} \gamma(k) Y(k, T_0, \theta) e^{-\mu(k) \frac{R_1 - R_0}{\sin \theta}} B_M(k, \frac{R_1 - R_0}{\sin \theta}) dk, \quad (94)$$

где  $Y(k, T_0, \theta)$  - спектрально-угловое распределение энергии фотонного излучения для мишени радиуса  $R_0$ ;  $B_M$  - дозовый фактор накопления для материала мишени.

На рис.29 представлены результаты расчетов  $K_r(T_0, \theta, R)$  по соотношению (94) для железных мишеней радиусом 6 и 12 см. С увеличением радиуса мишени возрастает роль фактора самопоглощения и положение максимума в угловом распределении смещается в область больших углов, приближаясь к  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . На этом же рисунке приведена оценка эквивалентной дозы быстрых фотонейтронов для мишени с  $R_0 = X_0$ , выполненная на основании данных, приведенных в [8]. Для  $R_0 = 12$  см нейтронная доза вследствие самопоглощения в мишени будет несколько меньше показанной на рисунке (возможно на фактор-2), однако из рисунка ясно, что при  $R_0 > 12$  см основным фактором, определяющим поле излучения в широком диапазоне углов, становятся нейтроны.

Авторы благодарны П.Л.Храпкину за помощь в программировании и организации вычислений на ЭВМ, В.А.Таврскому за проведение расчета спектрально-угловых распределений методом Монте-Карло, А.Н.Скрявокому за поддержку экспериментальной части работы, Л.М.Баркову за просмотр рукописи и сделанные критические замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М., ИЛ, 1956.
2. Росси Б. Частицы больших энергий. М., Гостехтеориздат, 1955.
3. Стародубцев С.В., Романов А.М. Взаимодействие гамма-излучения с веществом. Ч.1. Ташкент, Изд-во "Наука" Узб.ССР, 1964.
4. Беленький С.З. Лавинные процессы в космических лучах. М.-Л., Гостехиздат, 1948.
5. Экспериментальная ядерная физика. Под ред. Э.Сегре, Т.1, М., ИЛ, 1955.
6. Lawson J.D. Nucleonics, 10(11), 61(1952).
7. Richards I.A., Nordheim L.W. Phys.Rev., 74, 106(1948).
8. Приходько В.П., Чудаев В.Я. Некоторые оценки доз и защиты от излучений электронов высокой энергии. Препринт ИЯФ СО АН СССР 74-35, Новосибирск, 1974.
9. Koch H.W., Motz J.W. Rev.Mod.Phys., 31, 920(1959).
10. Motz J.W. Phys.Rev., 100, 1560(1955).
11. Rester D.H. and Dance W.E. Phys.Rev., 161, 85(1967).
12. McKinley W.A., Feshbach H. Phys.Rev., 74, 1759(1948).
13. Росси Б., Грейзен К. Взаимодействие космических лучей с веществом. М., ИЛ, 1948.
14. Nigam B.P., Sundaresan M.K., Wu T.Y. Phys.Rev., 115, 491(1959).
15. Marion J.B. and Zimmerman B.A. Nucl.Instr. and Meth., 51, 93(1967).
16. Schiff L.I. Phys.Rev. 92, 4, 988(1953).
17. Hofstadter R., Fehder H.K., McIntyre J.A. Phys.Rev. 92, №4, 978(1953).
18. Herman R., Hofstadter R. High Energy Electron Scattering Tables. Stanford, California, 1960.

19. Гулькаргов И.С. Исследование ядер электронами. М., Атомиздат, 1977.
20. Принципы и методы регистрации элементарных частиц. Под ред. Лук К.Л. Дан и Ву Цзянь-сюн. М., ИЛ, 1963.
21. High energy and Nuclear Physics Data Handbook, The National Institut for Nuclear Science, Rutherford High Energy Laboratory. Chilton, 1963.
22. Израйлев Ф.М., Сынах В.С., Таурский В.А., Чириков Б.В., Шмаков В.Ф. Расчет оптимального позитронного конвертора методом Монте-Карло. Препринт ИЯФ СО АН СССР 63-73, Новосибирск, 1973.
23. Гольдштейн Г., Уилкинс Дж. В сб. "Защита транспортных установок с ядерным двигателем". М., ИЛ, 1961.
24. Руководство по радиационной защите для инженеров. Пер. с англ. М., Атомиздат, Т.1, 1972.
25. Кимель Л.Р., Машкович В.П. Защита от ионизирующих излучений. Справочник. М., Атомиздат, 1969.
26. J.M.Wyckoff, J.S.Fruitt and Gören Svensson. Dose vs. angle and depth produced by 20 to 100 MeV electrons incident on thick targets. Proceedings of Intern.Congr. against accelerator and space radiation. CERN 71-16, Vol.2, Geneva, 1977, pp.773-797.
27. H.Dinter and K.Tesch. Measurements of Dose and Shielding Parameters of Electron-Photon Stray Radiation from High-Energy Electron Beam. DESI 76/19, 1976.

Подписи к рисункам.

- Рис.1. Геометрия задачи.
- Рис.2. Семейство решений уравнения (17) для среднего числа  $q$  электронов и позитронов ливня, пересекающих при "замедлении" уровень энергии  $T$ . Ливень вызывается электроном (позитроном) с начальной энергией  $T_0$ .
- Рис.3. Величины  $q$  и  $|dq/dT|$  для ливня, вызванного электроном с начальной энергией  $T_0=232$  МэВ в железе.
- Рис.4. Относительные радиационные потери электронов на одной радиационной единице длины в меди.
- Рис.5. Средний квадрат угла, характеризующий гауссовскую часть углового распределения электрона с начальной энергией  $T_0=232$  МэВ, замедляющегося в железе. Расчет в приближении непрерывного замедления.
- Рис.6-9. Функции  $f(T_1, T, \theta)$  углового распределения энергии тормозного излучения, испускаемого в единицу телесного угла в железе электроном (позитроном) энергии  $T$ , начальная энергия которого равна  $T_1$ . Значения  $T_1$  в МэВ указаны около каждой кривой. Подробности см. в тексте.
- Рис.10. Зависимость коэффициента  $B_1$  в формуле (43) от энергии излучающего электрона.
- Рис.11. Спектральные распределения энергии тормозного излучения единичных электронов (позитронов) при полном замедлении их в железе для  $\theta=40^\circ$ . Цифры около кривых указывают значение начальной энергии электрона (позитрона) в МэВ.
- Рис.12. Спектрально-угловое распределение энергии тормозного излучения электронов и позитронов ливня, вызванного электроном

с начальной энергией  $T_0 = 232$  МэВ в железе. (Без учета комптон-эффекта).

Рис.13. Геометрия к расчету поправки к спектру за счет однократного комптоновского рассеяния.  $\vec{P}_{T_0}$  — импульс первичного электрона (перед входением в мишень);  $\vec{P}_K$  и  $\vec{P}_{K'}$  — импульсы тормозного фотона до и после рассеяния, соответственно.

Рис.14. Вклад в спектрально-угловое распределение энергии фотонного излучения ливня от тормозных фотонов, испытавших однократное комптоновское рассеяние.

Рис.15. Дифференциальная длина пробега фотонов в ливне, вызванном электроном с  $T_0 = 232$  МэВ в железе. См. формулу (61).

Рис.16. К оценке самопоглощения рассеянных аннигиляционных фотонов.

Рис.17-20. Спектрально-угловое распределение энергии фотонного излучения, выходящего из мишени; — — — без учета комптоновского рассеяния тормозных фотонов и без учета аннигиляционного излучения; — — — с учетом однократного комптоновского рассеяния, но без учета аннигиляционного излучения; — — — с учетом однократного комптоновского рассеяния тормозных и аннигиляционных фотонов; ||||| — — — расчет методом Монте-Карло; вертикальный размер штриховки соответствует  $\bar{J} \cdot (1 \pm \frac{1}{\sqrt{N}})$ , где  $\bar{J}$  — среднее по элементу  $\Delta k \cdot \Delta \Omega$  значение функции  $J(k, T_0, \theta)$ ,  $N$  — число событий в элементе  $\Delta k \cdot \Delta \Omega$ , зарегистрированных при счете.

Рис.21. Ослабление дозы широкого пучка  $\gamma$ -излучения  $Cs^{137}$  и  $Co^{60}$  в полиметилметакрилате. — — — расчет для плоского мононаправленного источника в бесконечной среде;  $\bar{J}$  — экспериментально измеренные значения на оси фантома ограниченных

размеров ( $40 \times 40 \times 57$  см<sup>3</sup>). Измерения проводились с использованием точечных изотропных источников, удаленных на 120 см от передней плоскости фантома.

Рис.22. Дозовые факторы накопления на осевой линии фантома, принятые для расчетов. Цифры у кривых — глубина в см. Штриховой линией показаны факторы накопления для плоского мононаправленного источника и бесконечной среды на глубине 30 см. Точки представляют значения, извлеченные из экспериментальных данных по ослаблению  $\gamma$ -излучения  $Cs^{137}$  и  $Co^{60}$  на глубине 30 см (см. рис.21).

Рис.23. Глубинные дозы от широкого мононаправленного пучка моноэнергетических фотонов при нормальном падении их на фантом с флюенсом 1 фотон/см<sup>2</sup>. Цифры у кривых — энергия падающих фотонов в МэВ. Данные относятся к осевой линии фантома.

Рис.24. Глубинные дозы от ливневого излучения, выходящего из мишени. Сплошные кривые — дозы от фотонного излучения (полуаналитический расчет). Точки — экспериментальные значения суммарной дозы от фотонов и заряженных частиц. Данные относятся к осевой линии фантома.

Рис.25. Глубинные дозы от заряженных частиц, выходящих из мишени. Гистограммы — расчет с использованием спектрально-угловых распределений, полученных методом Монте-Карло; точки — комбинация экспериментальных данных по суммарным дозам с полуаналитическим расчетом доз фотонного излучения (см. текст).

Рис.26. Угловая зависимость величины максимума глубинной дозы от фотонного излучения. Сплошная кривая — полуаналитический расчет;  $\bar{J}$  — эксперимент (см. текст);  $\square$  — расчет, базиру-

щийся на монте-карловских спектрально-угловых распределениях с экстраполированием (на основе полуаналитических результатов) высоко- и низкоэнергетическими "хвостами".

Рис.27. Угловая зависимость величины максимума глубинной дозы от заряженных частиц.  $\square$  - расчет на основе монте-карловских результатов;  $\bullet$  - комбинация экспериментальных данных с полуаналитическим расчетом.

Рис.28. Угловая зависимость величины максимума суммарной глубинной дозы от фотонов и заряженных частиц.  $\square$  - расчет на основе монте-карловских спектрально-угловых распределений для фотонов и для заряженных частиц;  $\circ$  - расчет а) для фотонов - на основе полуаналитических данных; б) для заряженных частиц - на основе монте-карловских результатов;  $\bullet$  - эксперимент.

Рис.29. Угловые распределения фотонного излучения, выходящего из цилиндрических железных мишеней различных радиусов.  
 1 - величина максимума глубинной дозы фотонного излучения для мишени радиусом  $R_0 = X_0 = 1,8$  см;  
 2 и 3 - величина кермы для мишеней радиусом 6 и 12 см, соответственно;  
 4 - оценка эквивалентной дозы от фотонейтронов (в мбэр) для мишени радиусом 1,8 см. Все данные отнесены к расстоянию от мишени  $R = 1$  м.  $T_0 = 232$  МэВ,  $N = 10^{11} e^-$ .

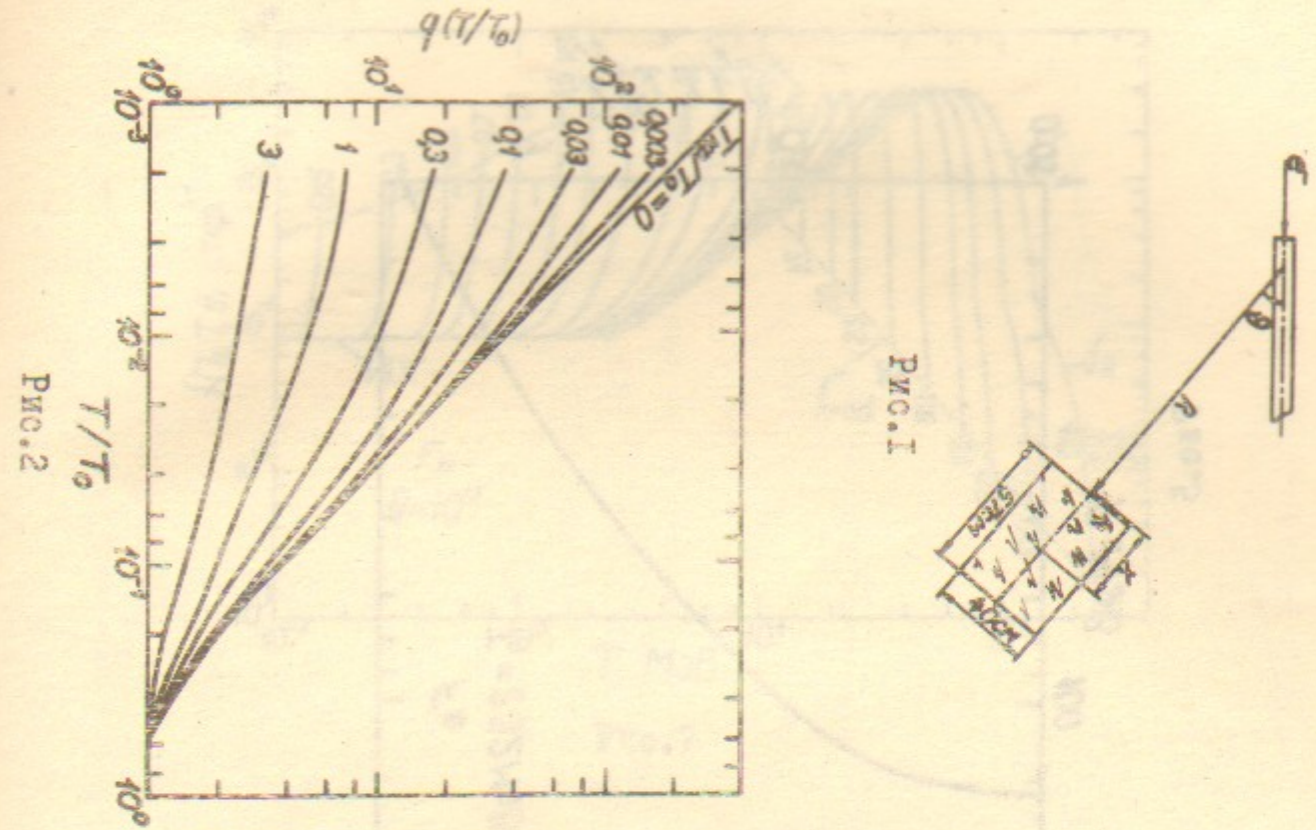


Рис.2

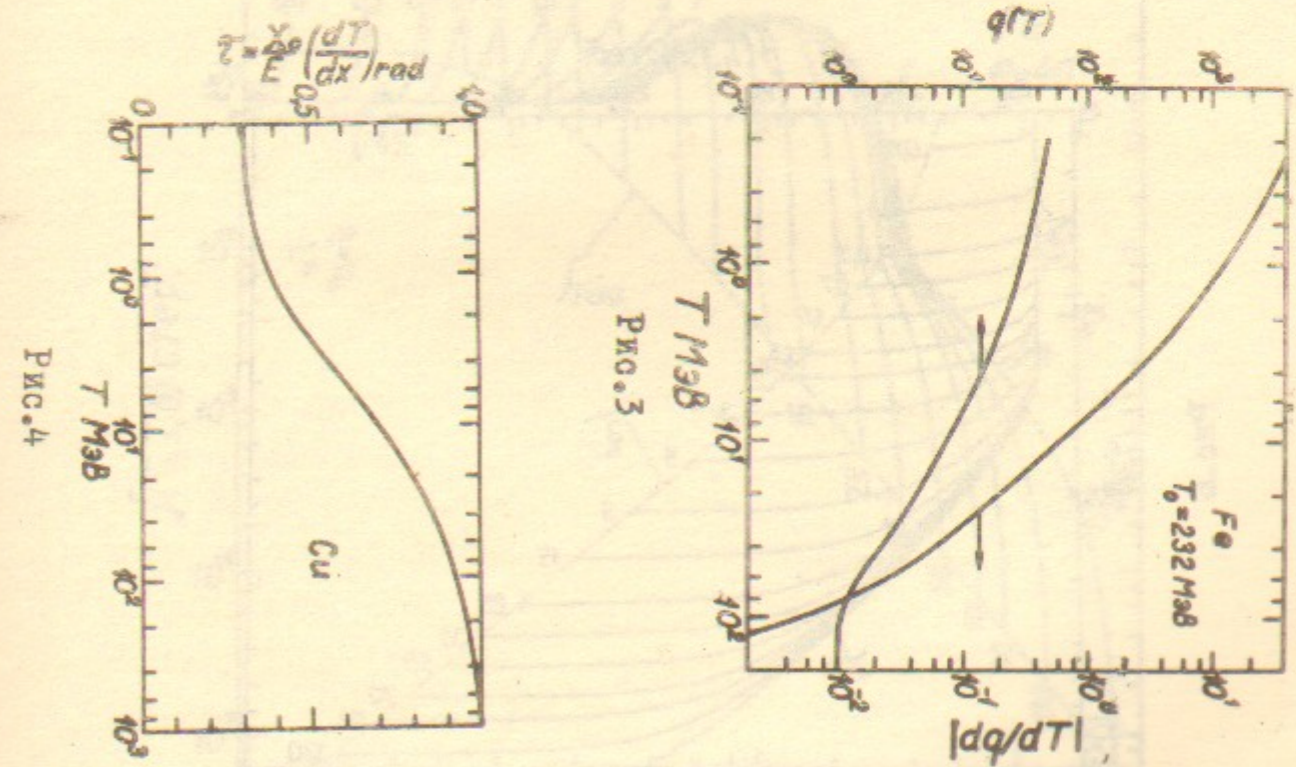


Рис.4

Рис.3

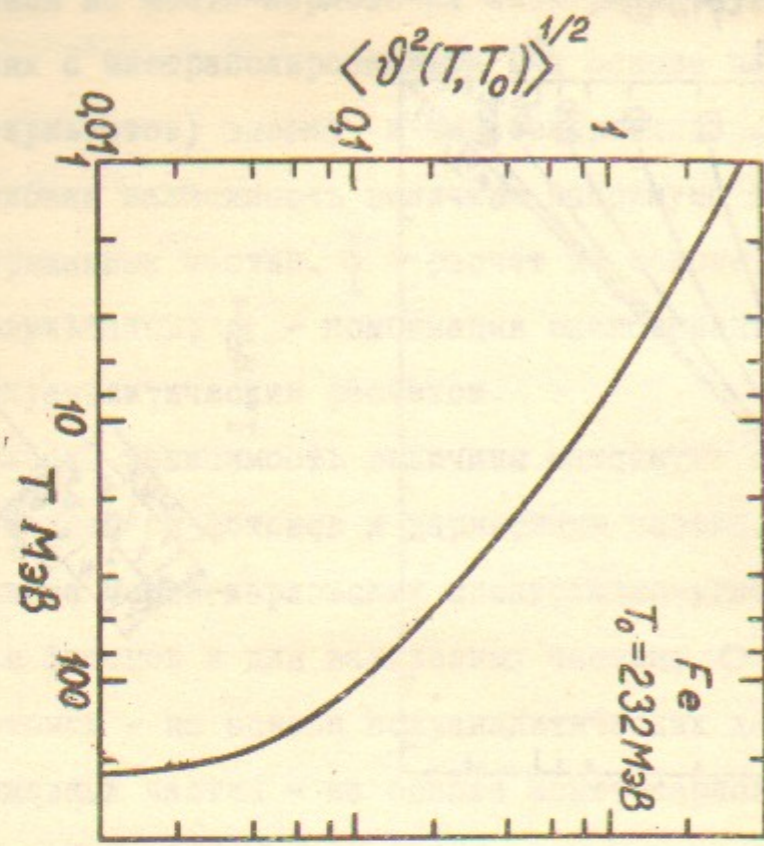


Рис. 5

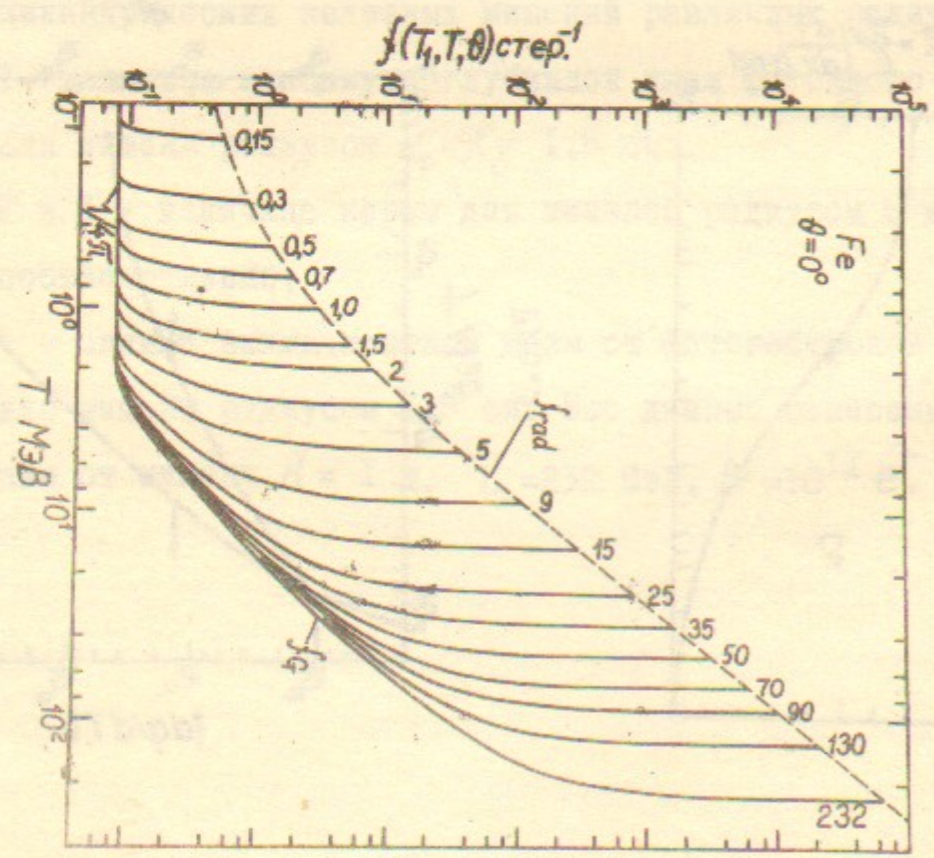


Рис. 6

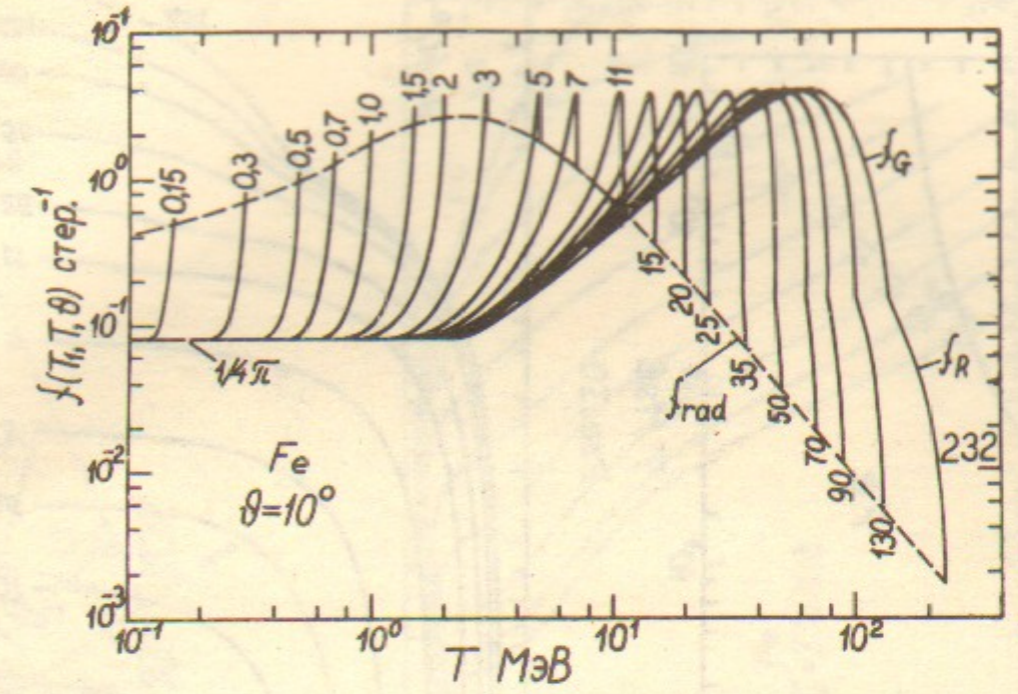


Рис. 7

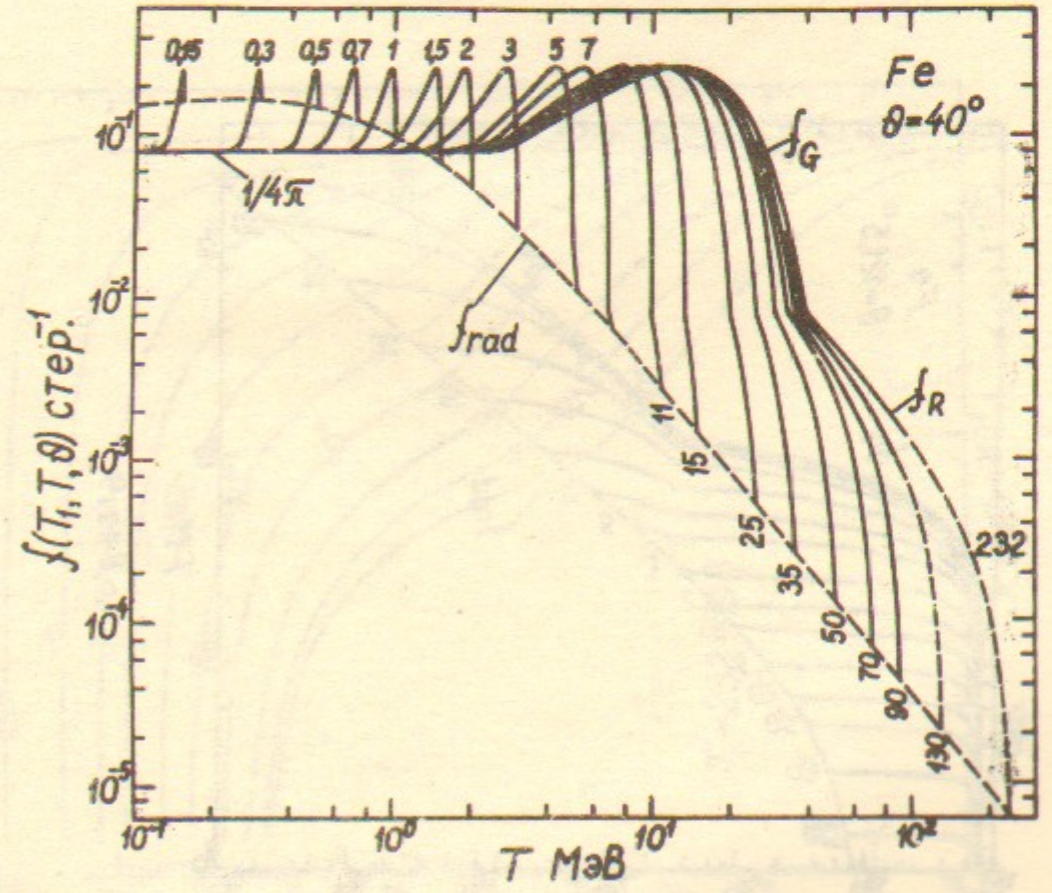


Рис. 8



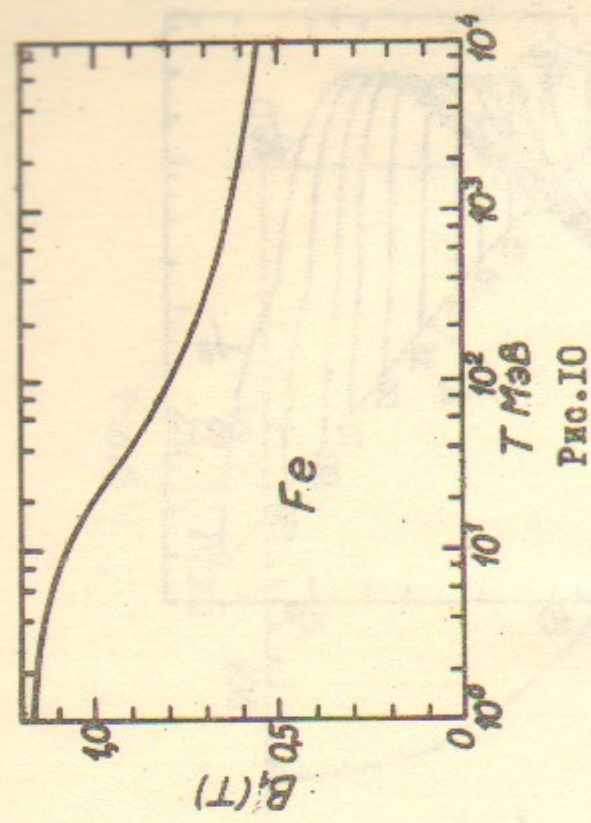


Рис.10

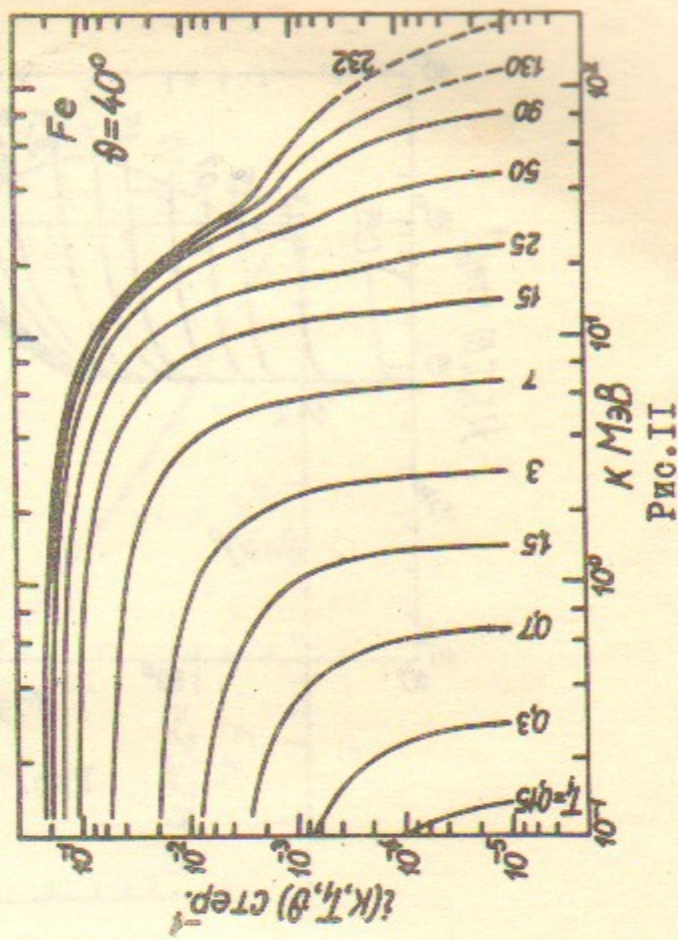


Рис.11

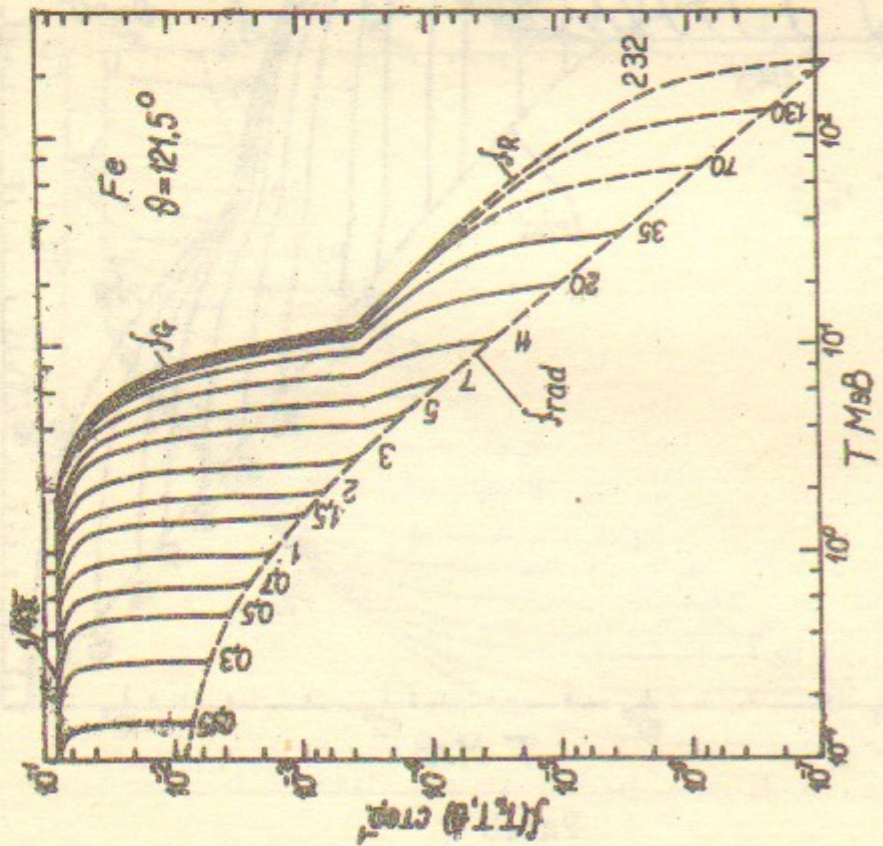


Рис.9

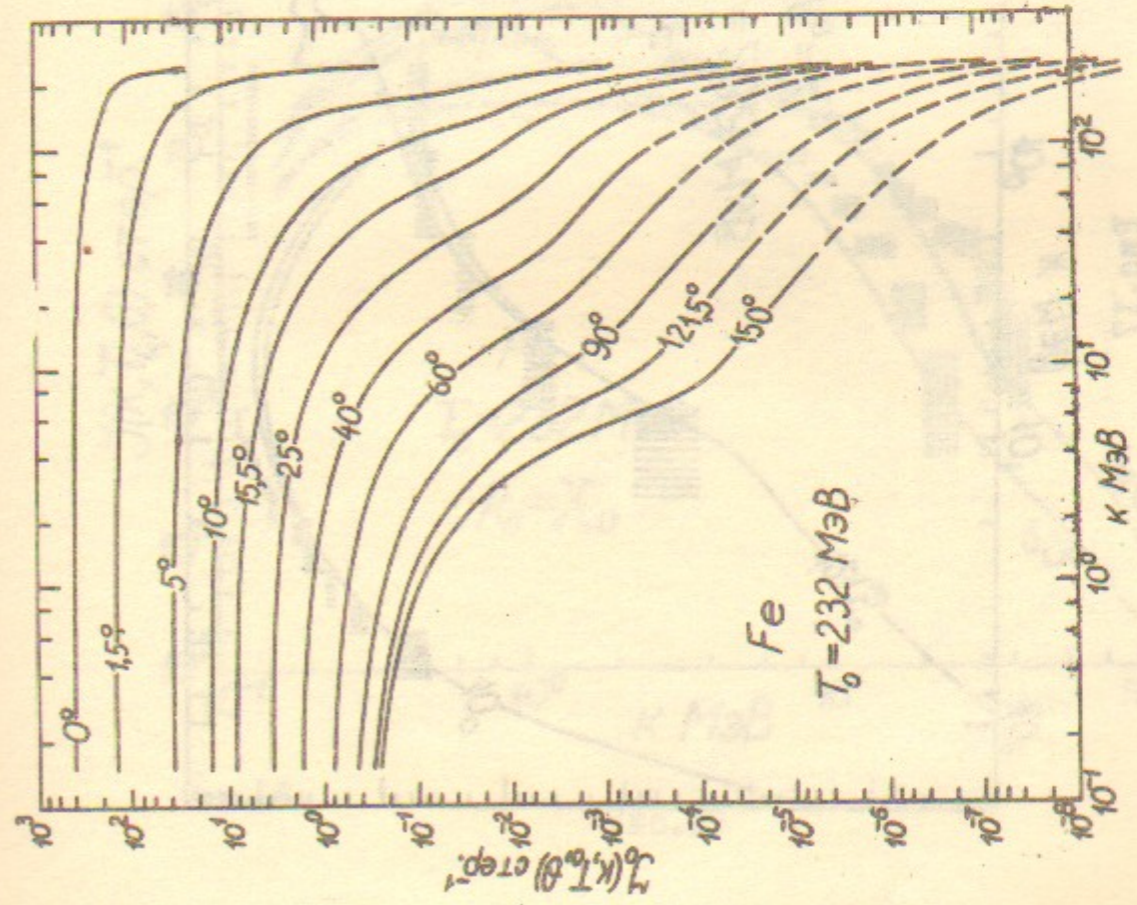


Рис.12

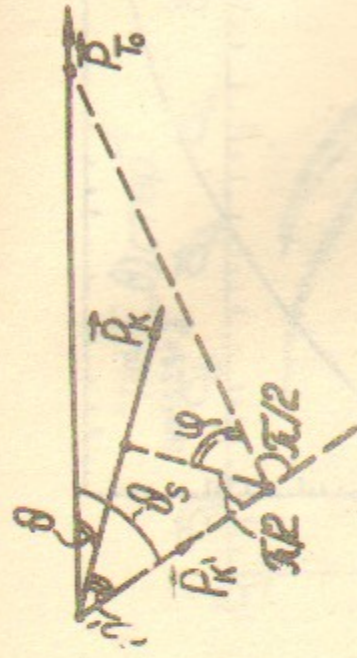


Рис.13

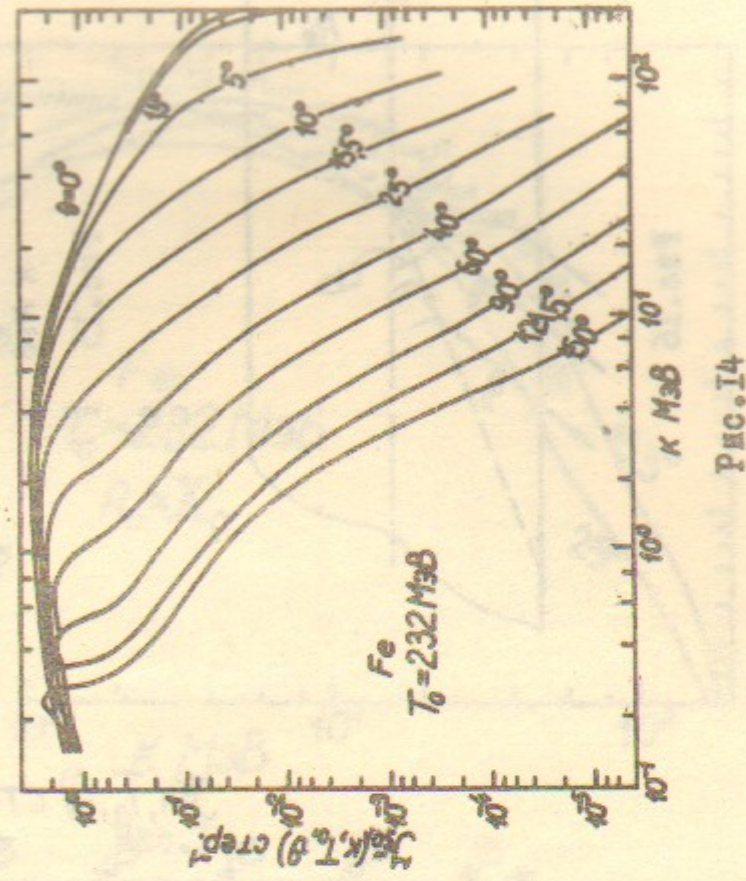


Рис.14

Рис. 16

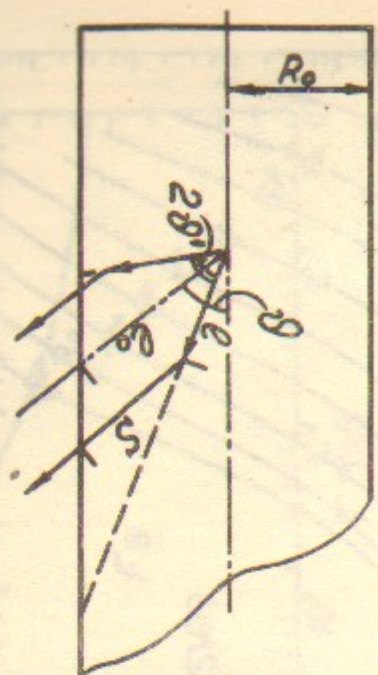


Рис. 15

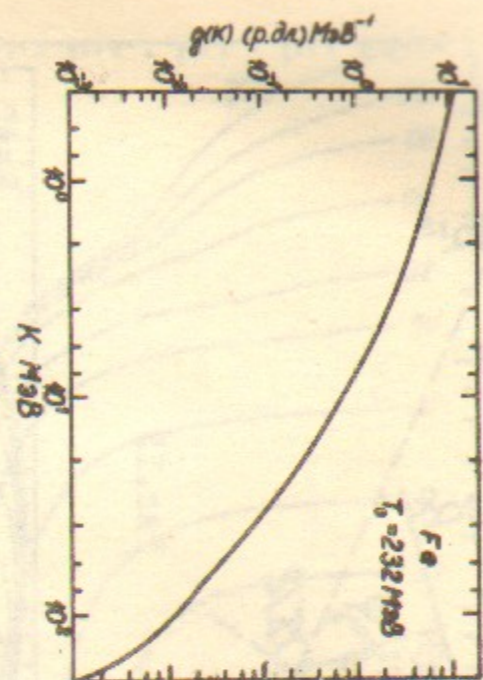


Рис. 17

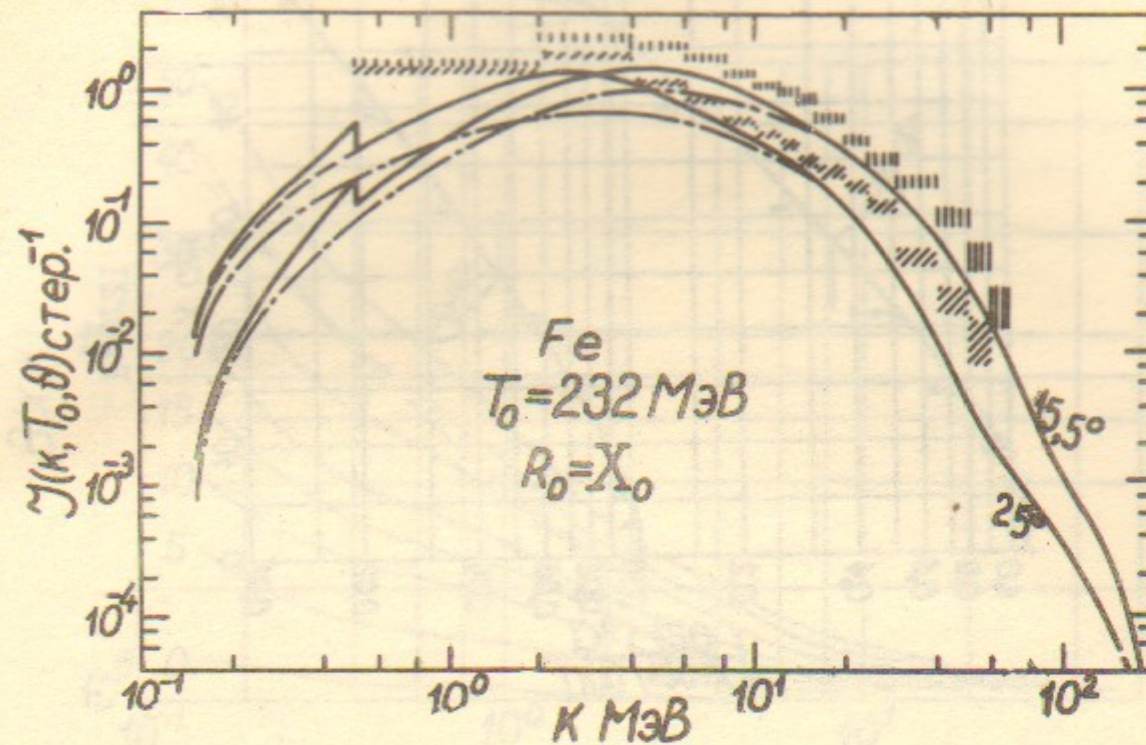
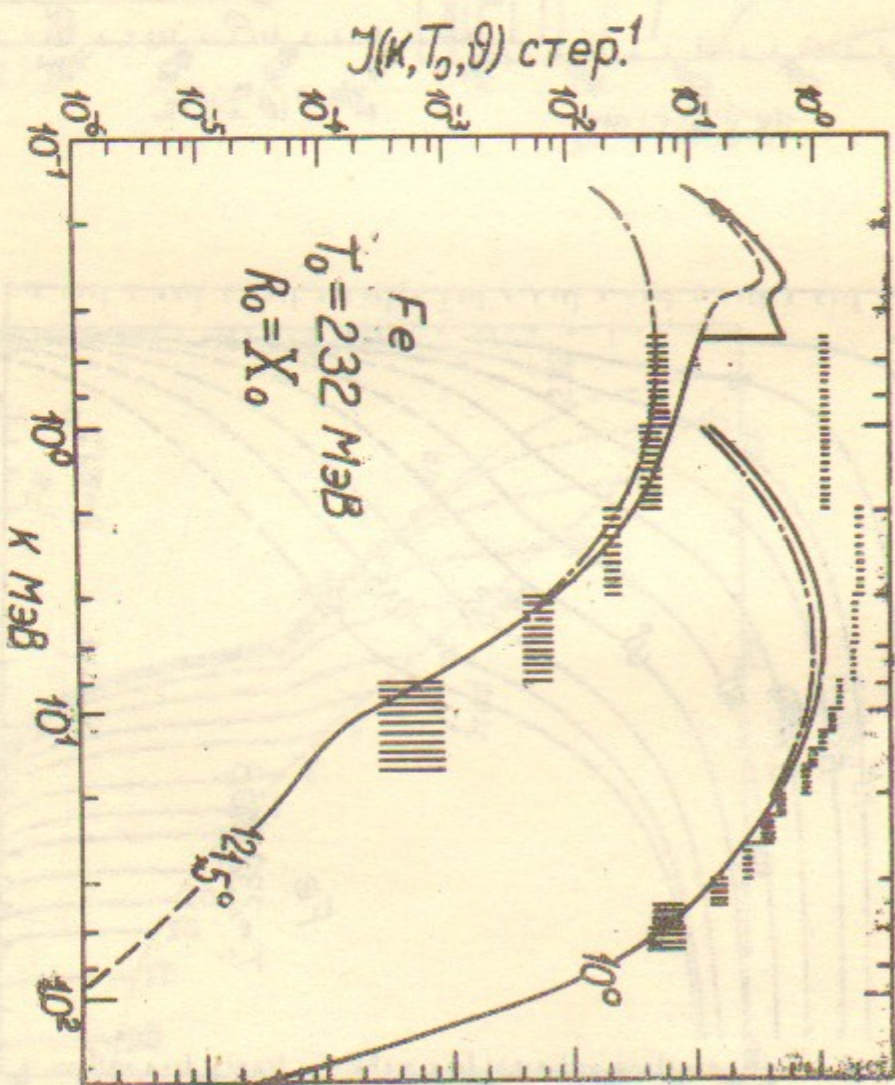


Рис. 18

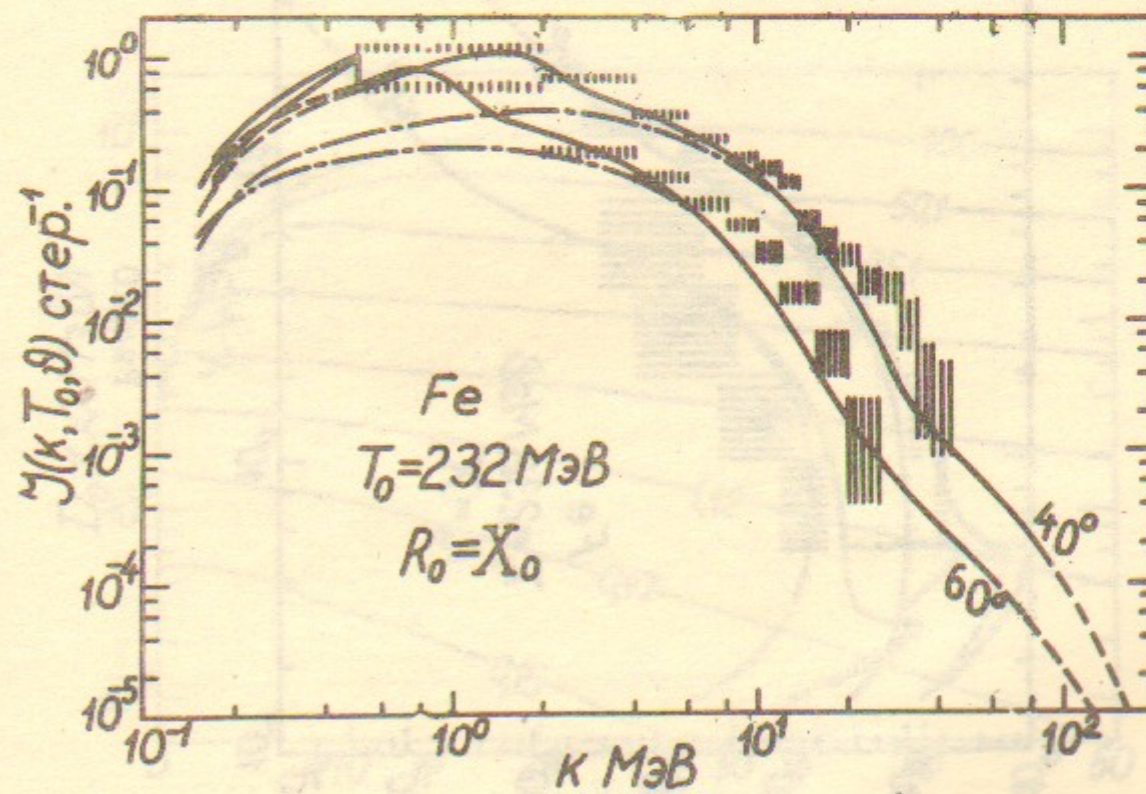


Рис. 19

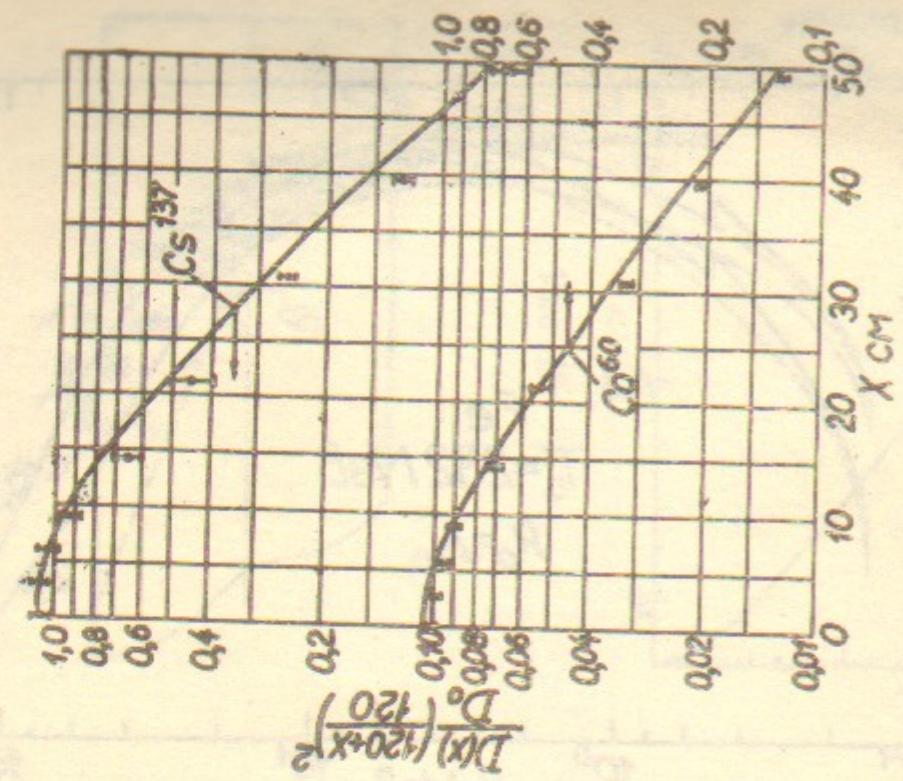


Рис.21

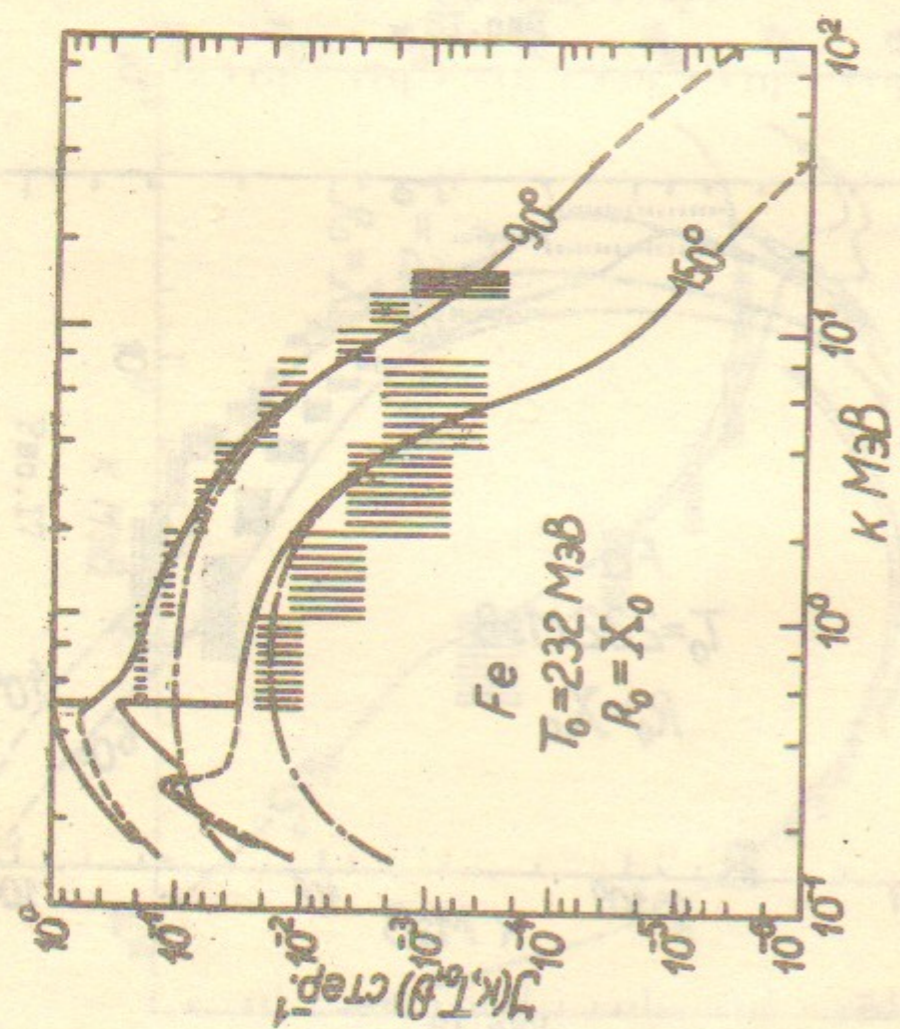


Рис.20

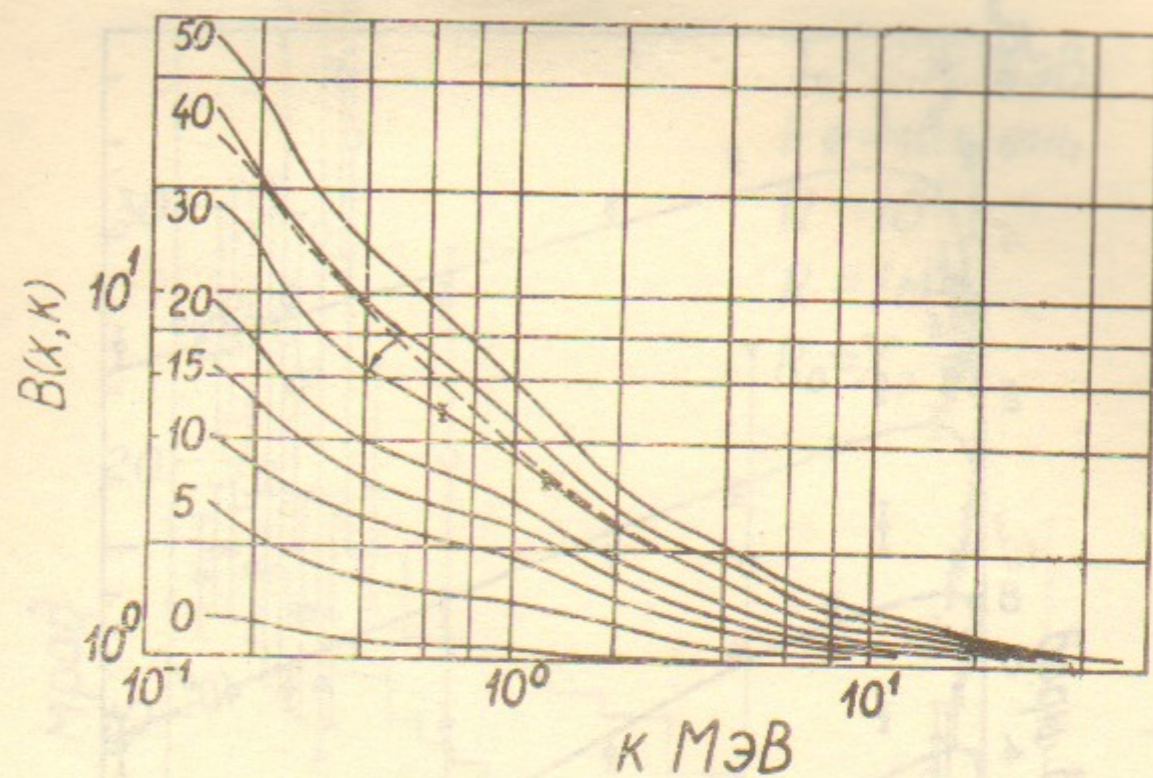


Рис.22

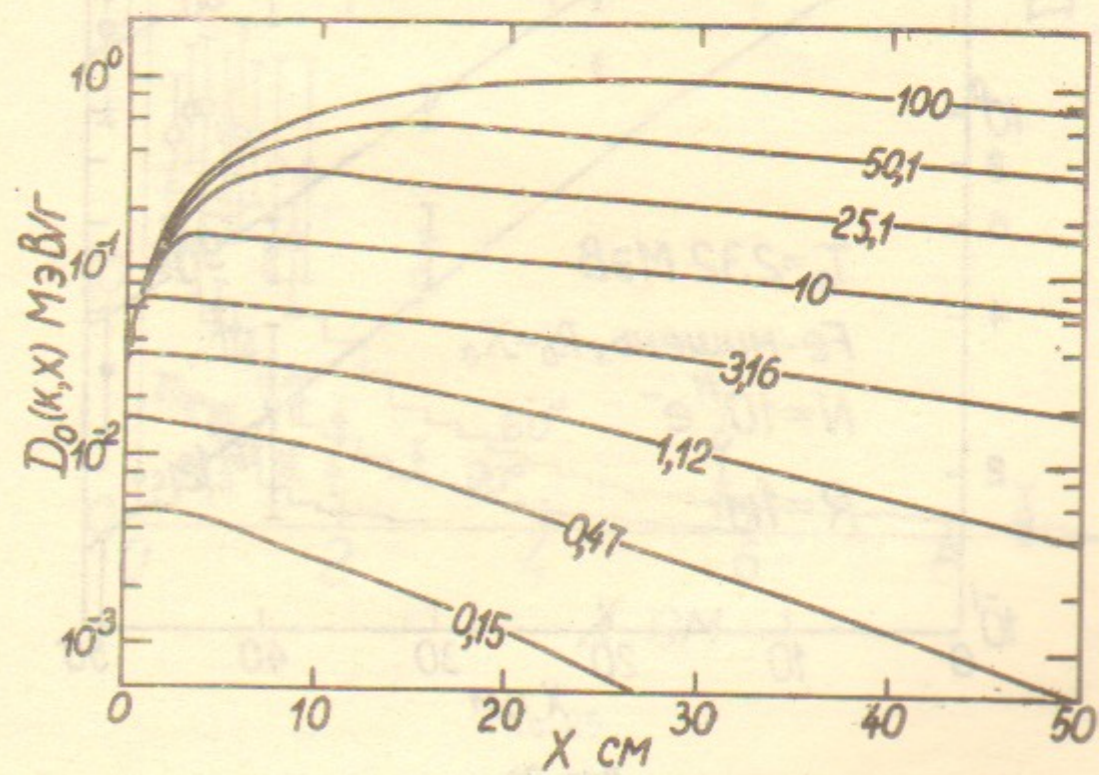


Рис.23

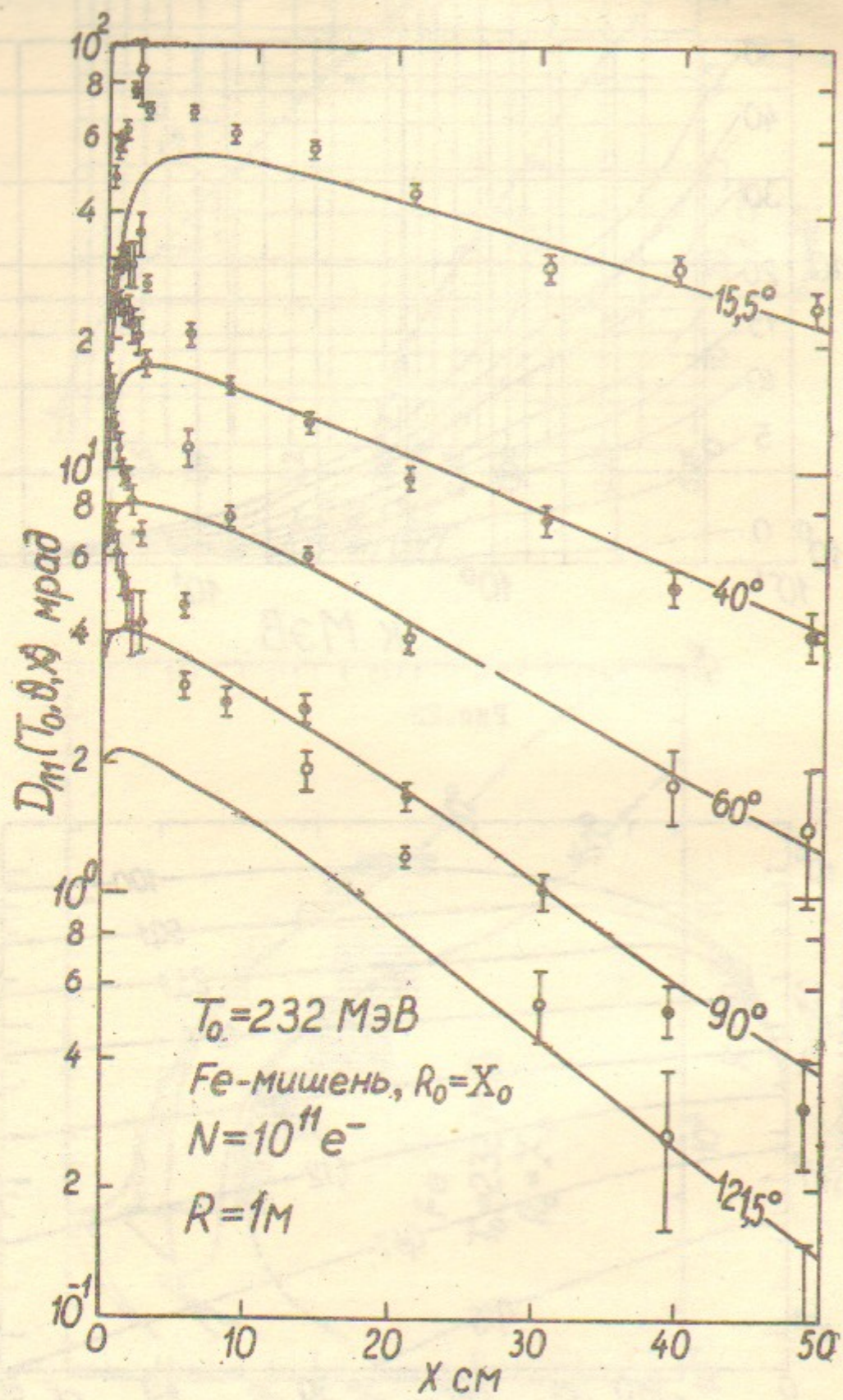


Рис.24

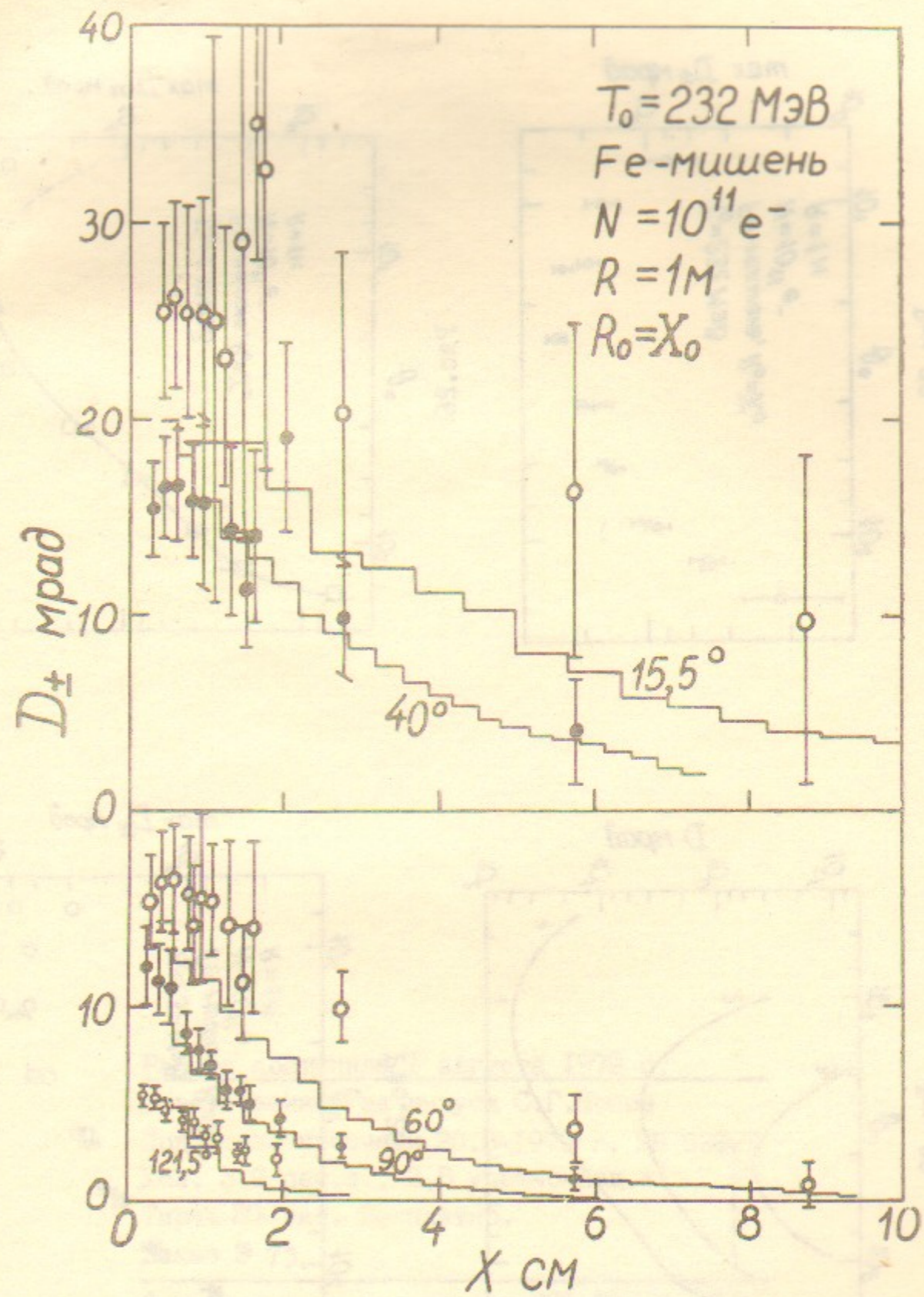


Рис.25

Работа поступила 1 августа 1979 г.  
 Ответственный за выпуск С.Г.Попов  
 Подписано к печати 20.8-1979 г. МН 02991  
 Усл. 3,0 печ.л., 2,8 учетно-изд.л.  
 Тираж 200 экз. Бесплатно.  
 Заказ № 73.  
 Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР

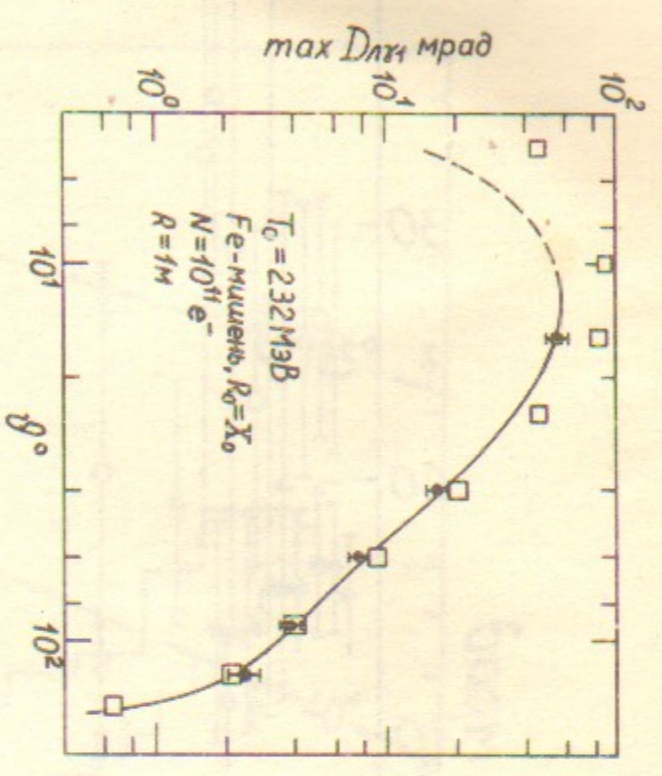


Рис. 26

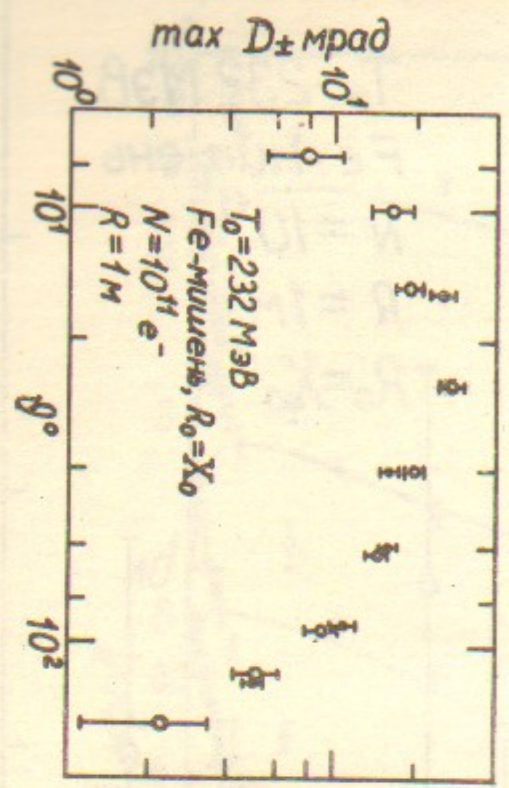


Рис. 27

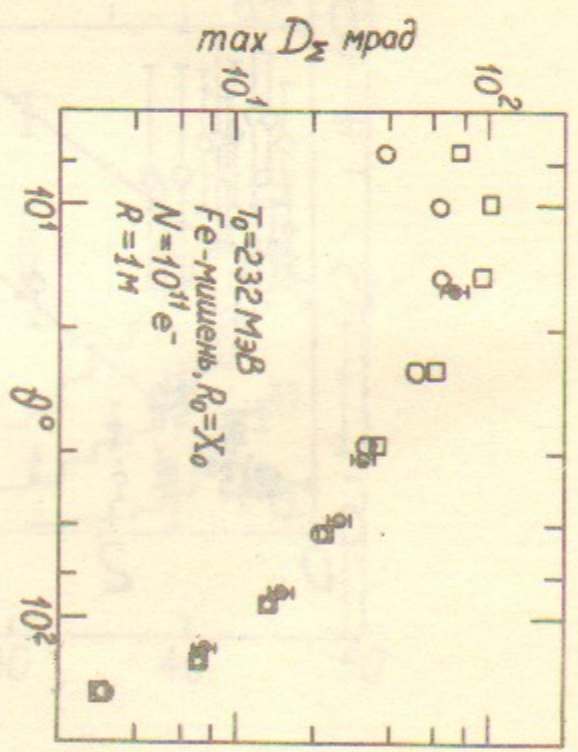


Рис. 28

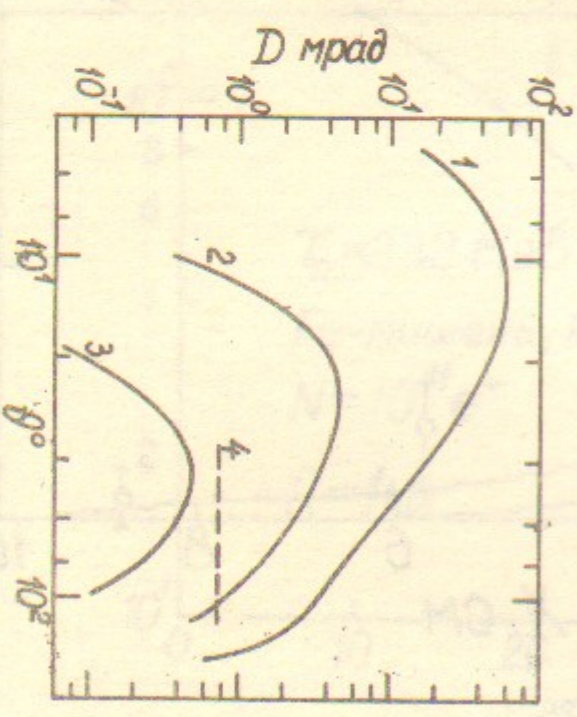


Рис. 29