

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

А.В.Новохатский

**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ
КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ
ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ НАГРЕВА
ПРОВОДНИКОВ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 8

Новосибирск

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ
ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ НАГРЕВА ПРОВОДНИКОВ

А.В.Новохатский

А Н Н О Т А Ц И Я

Описан метод расчета сильных магнитных полей, формируемых токоведущими шинами с учетом изменения проводимости шин вследствие нагрева. Приведен расчет конкретной геометрии поворотного магнита с полем ~ 200 кГс.

Введение

Необходимость в подробном анализе квазистационарных магнитных полей, формируемых токоведущими шинами, возникает при разработке магнитов, используемых в ускорительной технике. В общем случае, т.е. при произвольной геометрии шин и произвольной зависимости приложенного напряжения от времени, расчет возможен только численным методом.

В настоящее время методы расчета магнитных полей достаточно хорошо развиты. Например, в работах Н.И. Дойникова /1/ и В.И. Юрченко /2/ рассмотрены различные алгоритмы расчета двумерных полей при произвольной геометрии шин. Однако в этих работах не учитывается изменение проводимости шин вследствие нагрева, что существенно при сильных магнитных полях.

В данной работе излагается метод расчета двумерных квазистационарных полей с учетом нагрева шин. На примере конкретной геометрии поворотного магнита с полем 200 кГс показано, что нагрев шин существенно влияет на характеристики магнита.

II. Алгоритм расчета полей

В двумерном случае вектор-потенциал, определяющий магнитное поле, имеет только одну, отличную от нуля компоненту $A = A_z$. Уравнение для A в проводнике имеет следующий вид

$$\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} = E + \frac{c}{4\pi\sigma} \Delta A$$

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \beta Q} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{j^2}{\sigma} \quad \frac{4\pi}{c} j = -\Delta A$$

где $E(t)$ - приложенное напряжение на ед. длины, $j(x, y, t)$ - плотность тока, $\sigma(x, y, t)$ - удельная проводимость проводника, $Q(x, y, t)$ - плотность тепловой энергии, $\beta(x, y)$ - тепловой коэффициент.

Для численного решения используется явная разностная схема

$$j_{l,k} = -\frac{c}{4\pi H} (A_{l+1,k}^n + A_{l-1,k}^n + A_{l,k-1}^n + A_{l,k+1}^n - 4A_{l,k}^n)$$

$$A_{I,K}^{n+1} = A_{I,K}^n + c \Delta t (E^n - j_{I,K} / \sigma_{I,K}^n)$$

$$\sigma_{I,K}^{n+1} = \sigma_{I,K}^0 / (1 + \beta_{I,K} Q_{I,K}^n)$$

$$Q_{I,K}^{n+1} = Q_{I,K}^n + j_{I,K}^2 / \sigma_{I,K}^n \quad (I)$$

где H - шаг сетки по координате, Δt - шаг по времени. Для того, чтобы схема была устойчивой необходимо выполнение следующего условия /3/

$$\frac{c^2 \Delta t}{4 \pi H^2 \sigma} < \frac{1}{2}$$

Если поле формируется системой проводников, разнесенных в пространстве, то для каждого проводника задается соответствующее напряжение E при питании от разных источников или напряжение на каждом проводнике определяется из условия сохранения полного тока при питании от одного источника /2/. Например, для двух шин

$$E_1 = \frac{1}{S_1 + S_2} \left(E_0 S_2 + \frac{1}{c} \int_{S_1} \frac{\partial A}{\partial t} dS + \frac{1}{c} \int_{S_2} \frac{\partial A}{\partial t} dS \right)$$

$$E_2 = E_1 - E_0$$

где E_1, E_2 - напряжение на шинах, E_0 - полное напряжение, S_1, S_2 - поперечная площадь шин.

Соответствующие разностные уравнения решаются совместно с уравнениями (I) прямыми методами или итерационными. В случае, когда геометрия шин одинакова и они расположены симметрично относительно некоторой плоскости, то $E_1 = -E_2 = E_0 / 2$

Уравнение для вектор-потенциала в области, где отсутствует проводник $\Delta A = 0$. Для численного решения используется пяти-точечная разностная схема /3/

$$A_{I+1,K} + A_{I-1,K} + A_{I,K+1} + A_{I,K-1} - 4 A_{I,K} = 0 \quad (2)$$

Границей для этой области является с одной стороны граница проводника, а с другой - внешняя граница, на которой задается необ-

ходимое граничное условие

$$A|_{\Gamma} = 0 \quad (\text{сверхпроводящий экран})$$

$$\frac{\partial A}{\partial n}|_{\Gamma} = 0 \quad (\text{ферромагнитный экран})$$

Если геометрия обладает определенной симметрией или антисимметрией, то используются соответствующие граничные условия.

Схема решения разностных уравнений состоит в следующем. Сначала задается начальное значение для вектор-потенциала внутри проводника из условия отсутствия магнитного поля в проводнике в момент включения напряжения. Методом последовательных приближений с использованием ускоряющего множителя решается разностное уравнение (2). Далее на каждом временном шаге определяется значение вектор-потенциала внутри проводника по формулам (I) и основа решается уравнение (2)

III. Описание вычислительной программы. Тестовые задачи

Выше описанный алгоритм расчета магнитных полей был реализован в виде универсальной программы на языке Фортран для ЭВМ "Минск-32". Программа позволяет рассчитывать поле, формируемое токоведущими шинами произвольной геометрии и произвольной зависимостью приложенного напряжения от времени. Кроме того, шины могут быть собраны из различного материала с соответствующей проводимостью и тепловым коэффициентом. Все входные параметры задаются в отдельной подпрограмме. Этим достигается быстрый переход от расчета одного варианта геометрии к другому. На печать выводится распределение магнитных силовых линий, график поля на границе апертуры, коэффициенты нелинейности, распределение плотности тока, тепловых потерь и удельных проводимостей в проводнике, а также энергоемкость и прочие параметры.

Среднее время счета одного варианта геометрии при количестве координатных точек $\sim 40 \times 40$ и шагов по времени ~ 300 составляет ~ 30 минут.

Для контроля программы было рассчитано поле, формируемое двумя плоскими шинами, причем высота шин была существенно больше, чем расстояние между ними. Сравнение с аналитическим реше-

нием дало оценку на точность расчета полей $\sim 10^{-4}$. Также было исследовано влияние внешней границы на решение и определено необходимое число итераций, оптимальный ускоряющий множитель.

В качестве иллюстрации был рассмотрен случай очень сильных магнитных полей, когда изменение проводимости вследствие нагрева играет существенную роль. Геометрия шин показана на рис.1. Напряжение задано в виде ступеньки

$$E = \begin{cases} E_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

На рис.2 представлены графики распределения плотности тока в сечении шины $Y=0$ в зависимости от координаты X в разные моменты времени. На распределении плотности тока имеется пик, который перемещается вглубь проводника (пик-эффект /4/). Для сравнения на рис.3 представлены графики плотности тока в соответствующие моменты времени без учета нагрева шин. Как видно, в первом случае поле проникает в проводник значительно быстрее.

IV. Расчет магнита безжелезного ускорителя

Вычислительная программа была использована для выбора оптимальной геометрии поворотного магнита безжелезного ускорителя с максимальным значением ведущего поля 200 кГс при экспоненциальной зависимости напряжения от времени. В этом случае после окончания переходного процесса распределения магнитного поля не меняется со временем, если не учитывать нагрев шин. При выборе геометрии шин основное внимание уделялось получению однородного поля внутри апертуры при наименьшей энергоемкости и минимальном перегреве кромок шин. В результате расчетов была выбрана геометрия, представленная на рис.4. Зависимость приложенного напряжения от времени показана на рис.5. Для сокращения переходного процесса в начальный момент подается напряжение специальной формы.

Основные параметры магнита

Радиус апертуры $R = 1$ см

Постоянная времени экспоненты $\tau = 2$ мсек

Коэффициенты нелинейности

$$N_k = \frac{1}{\pi H_0} \int_0^{2\pi} H_y(R, \varphi) \cos k\varphi d\varphi$$

$$N_2 \lesssim 10^{-4}$$

$$N_4 = 0,7 \cdot 10^{-3}$$

$$N_6 = 1,5 \cdot 10^{-3}$$

$k = 2, 4, 6, \dots$

Критичность к форме отгибающей питающего напряжения

$$\tau \frac{\Delta N_2}{\Delta \tau} = 0,02$$

Распределение энергии в ед. $H_0^2 R^2 / 8$

магн. поле	тепло
6	2.2

Максимальный перегрев в ед. $H_0^2 / 8\pi$

$$\approx = 1.8$$

Полный ток при $H_0 = 200$ кГс

$$I = 1400 \text{ кА}$$

На рис.5 представлена зависимость квадратичной нелинейности от времени (Высшие нелинейности $\sim 10^{-3}$ и меняются со временем незначительно). Длительность переходного процесса составляет $\sim 2\tau$ ($N_2 \lesssim 10^{-3}$). Далее нелинейность поля монотонно стремится к нулю, но при поле ~ 80 кГс начинает снова увеличиваться и достигает значения $7 \cdot 10^{-3}$ при поле 200 кГс. Максимальный нагрев составляет 80° , а проводимость на кромках шин уменьшается на 40%. Таким образом, нагрев шин существенно влияет на распределение поля и это необходимо учитывать. Следует отметить, что рост нелинейности можно компенсировать путем соответствующего изменения постоянной времени экспоненты, что и было подтверждено расчетами.

З а к л ю ч е н и е

Использование универсальной программы расчета магнитных полей позволяет проводить анализ различных конструкций магнитов для всевозможных приложений, а также оптимизировать конкретную геометрию магнита по заданным характеристикам.

Автор выражает благодарность В.Е.Балакину за обсуждения и постановку задачи, а также Р.А.Салимову за полезные обсуждения.

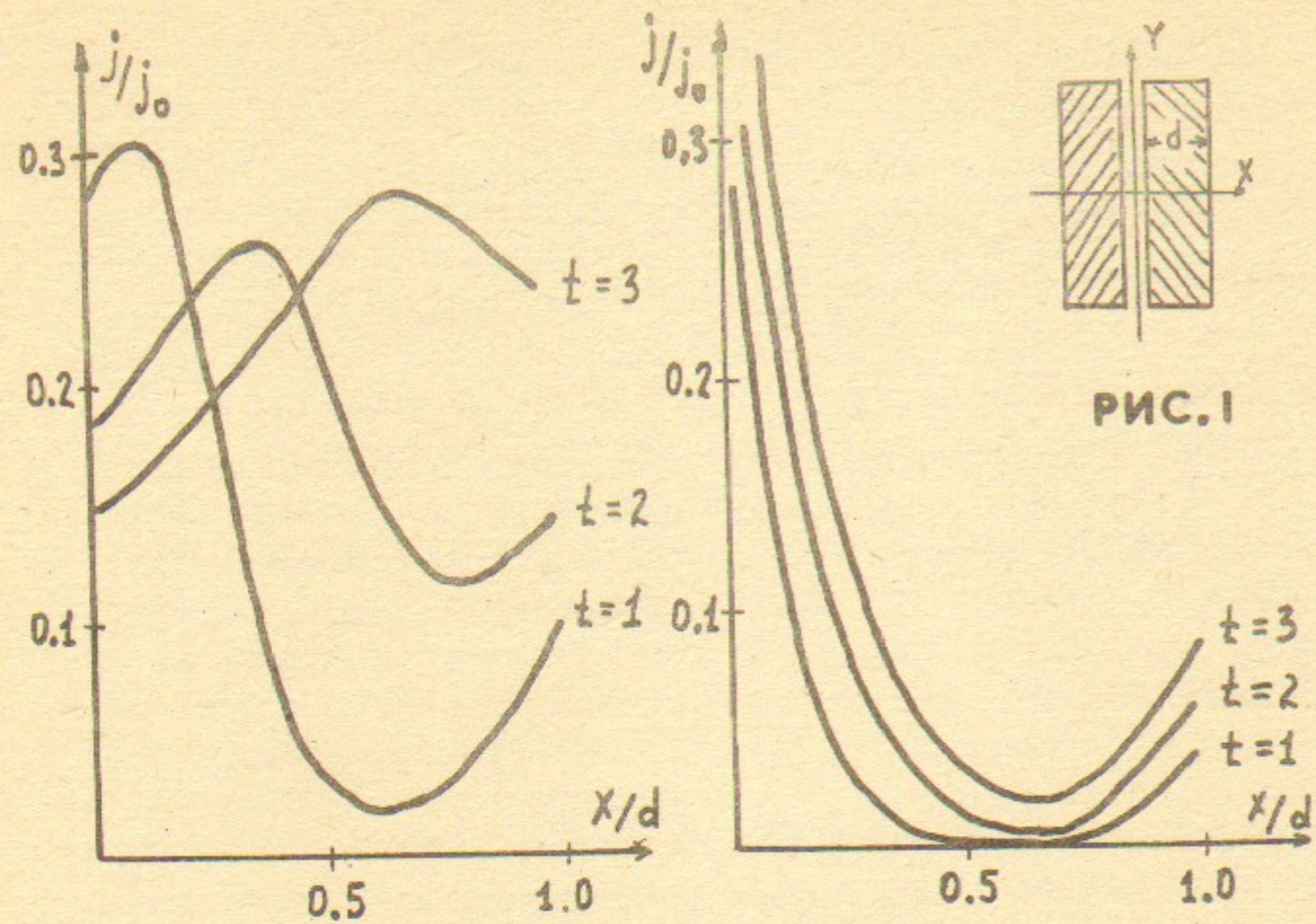


РИС. 1

РИС. 2

РИС. 3

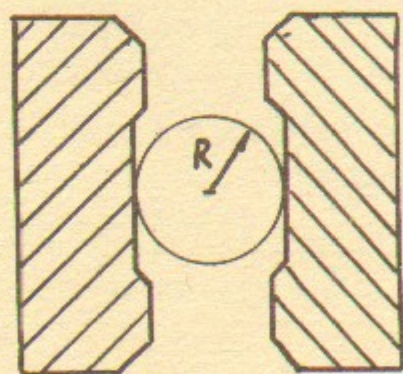


РИС. 4

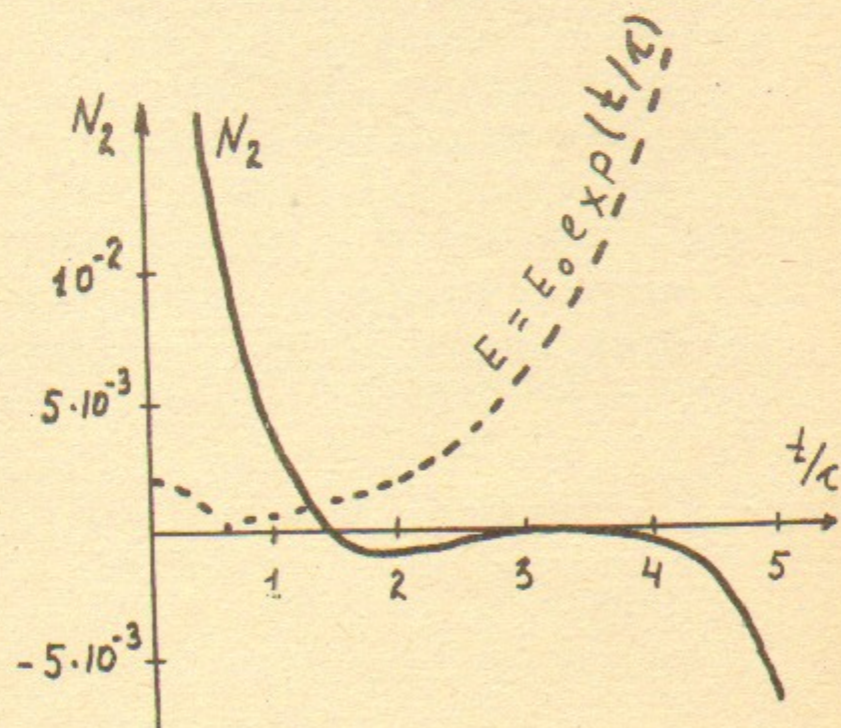


РИС. 5

Л и т е р а т у р а

1. Н.И. Дойников, ЖТФ, 43, 897, 1973.
2. В.И. Юрченко. Формирование магнитных полей с учетом скин-эффекта. Канд. диссертация ИЯФ, 1977.
3. В.Вазов. Дж.Форсайт. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных изд. "Ин.лит.", М. 1963.
4. Г.Кнопфель. Сверхсильные импульсные магнитные поля, изд. "Мир", М., 1972.