

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР**

ПРЕПРИНТ И ЯФ 77-115

П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

**ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ МАКРОЧАСТИЦЫ ДЛЯ
РАСЧЕТА ДВИЖЕНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ
ПУЧКОВ**

Новосибирск

1977

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ МАКРОЧАСТИЦЫ ДЛЯ РАСЧЕТА
ДВИЖЕНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ ПУЧКОВ

П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

АННОТАЦИЯ

Интенсивные аксиально-симметричные пучки заряженных частиц моделируются с помощью цилиндрических макрочастиц. Программа протестирована задачами, решенными либо аналитически, либо посредством аналогичной модели. Приведен пример расчета движения протонного пучка в конкретном ускорителе.

I. Предлагается модификация модели CIC (Cloud in cell) I,2 для аксиально-симметричных пучков заряженных частиц. В цилиндрической системе координат пучок представляется как совокупность заряженных цилиндров с конечными размерами по координатам R и Z (рис.1). Движения пучка происходит во внешних электромагнитных полях с учетом поля собственных зарядов.

Два основных вопроса моделирования - это вычисление траекторий движения макрочастиц и вычисление собственного поля пучка.

Первый вопрос решается следующим образом. Каждой микрочастице приписываются координаты и скорость бесконечно-тонкого кольца в центре цилиндра. Для кольца решается уравнение движения релятивистской частицы:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{e}{m\gamma} \left\{ \vec{E} + [\vec{V} \vec{B}] - \frac{1}{c^2} (\vec{V} \vec{E}) \vec{V} \right\} \quad (1)$$

Вводя безразмерные переменные $\theta = \omega t$ и $\beta = \frac{V}{c}$ приходим к системе уравнений в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_z}{d\theta} &= \frac{M}{\gamma} \left\{ E_z (1 - \beta_z^2) - E_r \beta_z \beta_r + B_\varphi \beta_r - B_r \beta_\varphi \right\} \\ \frac{d\beta_r}{d\theta} &= \frac{M}{\gamma} \left\{ E_r (1 - \beta_r^2) - B_\varphi \beta_z - E_z \beta_z \beta_r + B_z \beta_\varphi \right\} + \frac{A}{R} \beta_z^2 \\ \frac{d\beta_\varphi}{d\theta} &= \frac{M}{\gamma} \left\{ E_\varphi (1 - \beta_\varphi^2) + B_r \beta_z - E_r \beta_r \beta_\varphi - E_z \beta_\varphi \beta_z - B_z \beta_r \right\} - \frac{A}{R} \beta_r \beta_\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $A = c/\omega$, $M = e/m\omega c$

На каждом шаге определяются 2 координаты (R, Z) и 3 составляющих скорости ($\beta_r, \beta_z, \beta_\varphi$) для всех макрочастиц.

Для вычисления собственного поля на область, где расположен пучок накладывается плоская сетка по координатам R и Z . Сетка движется вместе с пучком и является червоточной. Ее шаг

зависит от распределения плотности заряда, т.е. в областях с большей плотностью заряда сетка гуще и наоборот.

Заряды макрочастиц распределяются по ячейкам сетки с учетом протяженности частиц по координатам R и Z .

Каждой данной ячейке приписывается заряд от частицы, пропорциональный площади, которая принадлежит данной ячейке (рис.2). Производится суммирование заряда по всем частицам, которые имеют общую площадь с данной ячейкой. Так же ячейке приписываются скорости $(\beta_R, \beta_\varphi, \beta_z)$, которые получаются усреднением по частицам с весом, пропорциональным площади пересечения ячейки и частицы. Поля ячейки подсчитываются по формулам для бесконечно тонкого цилиндра, образующей которого является нижняя сторона ячейки. Цилиндр обладает зарядом ячейки и ее скоростями (см. Приложение). Поля от совокупности ячеек сетки получаются суммированием от всех цилиндров. Таким способом определяются поля в узлах сетки. Поле в произвольной точке можно получить интерполяцией по узлам сетки.

2. Модель цилиндрических макрочастиц реализована в программе *RING* (*FORTRAN IV*, ОДРА-1305, 6 сек на 1 шаг для 150 макрочастиц, 20К 24-разрядных слов).

Входными данными программы являются ток пучка, энергия инжекции, начальный радиус пучка, угол влета и характеристики внешних переменных (или стационарных) электромагнитных полей.

После обработки входных данных в программе производится "инжекция" порции частиц (одного слоя по Z), построение сетки, распределение заряда по ее ячейкам, вычисление полей в узлах с последующей линейной аппроксимацией. Затем делается шаг интегрирования уравнений движения по времени по всем

инжектированным частицам. После того, как все частицы вошли в рабочую область, производится интегрирование уравнений движения с периодическим построением новой сетки и вычислением собственного поля пучка. Построение новой сетки производится также в том случае, если пучок выйдет за пределы старой сетки.

3. Работа программы проверена путем сравнения с такими решениями задач о движении пучков, которые были получены либо аналитически, либо с помощью аналогичной модели в *Sandia Laboratories*.

Сравнение с аналитическими решениями:

- а) Радиальная неустойчивость пучка в области дрейфа под действием собственного пространственного заряда [3]
- б) Тот же тест при движении пучка в стационарном электрическом поле [4]
- в) Фокусировка пучка продольным магнитным полем [3]

Сравнение с программой *J.W. Poukey*

- а) Движение электронного пучка в плазме при полной зарядовой компенсации. Был получен эффект *пинчевания* пучка при токе пучка $I < I_A = \beta \gamma m c^3 / e$ и самостановка пучка при $I > I_A$ [5]
- б) Движение электронного пучка при наличии металлического катода. Получен эффект *виртуального* катода [6]

Сравнение результатов показало, что для получения удовлетворительной точности достаточно проследить движение 100-150 частиц при общем числе ячеек сетки 50-80.

4. Программа *RING* была использована для расчета динамики пучка в линейном протонном ускорителе ИЛУ-5.

Основными узлами ускорителя ИЛУ-5 являются (рис.3):

I - инжектор протонов

- МЛ-1 - корректирующая магнитная линза
 2 - группирователь
 3,4 - ускоряющие зазоры

Расчет производился, начиная с того момента, когда пучок попадал в группирователь. Вследствие того, что апертура ускоряющей системы намного превосходила радиус пучка, граничные условия на металлических поверхностях в учет не принимались, что оправдывает применение настоящей модели.

Главный интерес представляет процесс разлета пучка в дрейфовом пространстве АВ (рис.3) под действием сил собственного поля, а так же процессы группировки и изменения фазового объема пучка.

На входе пучок имеет следующие характеристики: энергия пучка - 50 кэв; ток - 10 ма; фазовый объем - 10 мрад.см, напряжение на ускоряющих резонаторах (3-4) - 700 кВ. На выходе ускорителя требуется получить следующие характеристики:

- фазовый объем $\Omega \leq 2$ мрад.см.;
 энергию ~ 1300 кэв;
 фазовую длину сгустков $15 \pm 20^\circ$;
 радиус $R \leq 1$ см

Варианты расчетов, произведенных программой RING, имели следующие параметры:

- число макрочастиц в сгустке - 100+300
 число ячеек сетки - 60+100
 шаг по фазе θ , (рад) - 0,01;

По результатам расчетов были выбраны оптимальные входные размеры пучка:

радиус $R_0 = 1.5$ см

угол влета в группирователь $\alpha = -50$ мрад,

а также напряжение на группирователе, необходимое для нужной компрессии пучка.

Рассматривалось два варианта ускоряющей системы:

- а) с сеткой на группирователе,
 б) без сетки.

Отказ от применения сетки на группирователе хотя и позволяет избежать потери тока пучка, приводит, однако, к значительному увеличению фазового объема. Это объясняется тем, что поле резонатора, "вываливается" из отверстий и отверстие действует на пучок как линза с переменным фокусным расстоянием.

Иллюстрацией к этому может служить таблица:

Точка наблюдения	$\Delta \Omega$, мрад.см	
	1) с сеткой	2) без
0	0	0
B	3,1	7,2
D	0,75	1,8
E	0,5	1,2

5. Эффективность метода макрочастиц пропорциональна мощности вычислительной техники. В этом состоит и перспективность метода. Конечно, весьма заманчиво строить модель с числом макрочастиц $10^5 \div 10^6$. Однако, опыт показывает, что практически интересные результаты можно получать и на моделях с числом макрочастиц $10^2 \div 10^3$, что обеспечивается доступными в настоящее время ЭВМ.

Авторы выражают благодарность М.М.Карлинеру за ценные советы и А.Д.Панфилову за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Поля подвижного бесконечно тонкого заряженного цилиндра

Обозначения:

- q - заряд цилиндра;
 z_0 - его длина;
 R_0 - его радиус;
 R, z - координаты точки наблюдения;
 \vec{E} - напряженность электрического поля;
 \vec{H} - напряженность магнитного поля;
 φ - потенциал электрического поля;
 \vec{j} - плотность поверхностного тока;
 β_φ - азимутальная компонента скорости точки на поверхности цилиндра (нормированная на скорость света);
 r - расстояние от точки наблюдения до точки на поверхности цилиндра.

Считаем, что цилиндр имеет только азимутальную компоненту скорости. Система координат совмещена с центром его симметрии. Поля в произвольной системе координат, движущейся относительно данной со скоростью β_z можно получить, используя релятивистские преобразования (полей и координат).

$$\varphi(R, z) = \int \frac{\sigma}{r} dS = \frac{q}{\pi z_0} \int_0^\pi d\varphi \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \frac{dz_1}{[R_0^2 + R^2 + (z - z_1)^2 - 2RR_0 \cos \varphi]^{1/2}} \quad (3)$$

$$E_R = -\frac{\partial \varphi}{\partial R} = -\frac{q}{\pi z_0} \int_0^\pi (R - R_0 \cos \varphi) d\varphi \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \frac{dz_1}{[R_0^2 + R^2 + (z - z_1)^2 - 2RR_0 \cos \varphi]^{3/2}}$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{q}{\pi z_0} \int_0^\pi d\varphi \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \frac{(z - z_1) dz_1}{[R_0^2 + R^2 + (z - z_1)^2 - 2RR_0 \cos \varphi]^{3/2}}$$

(4)

$$\vec{H}(R, z) = \frac{1}{c} \int \frac{[\vec{j} \cdot \vec{r}]}{r^3} dS$$

$$H_R = \frac{q \beta_\varphi}{\pi z_0} \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \frac{(z - z_1) dz_1}{[R_0^2 + R^2 + (z - z_1)^2 - 2RR_0 \cos \varphi]^{3/2}}$$

$$H_z = \frac{q \beta_\varphi}{\pi z_0} \int_0^\pi (R \cos \varphi - R_0) d\varphi \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \frac{dz_1}{[R_0^2 + R^2 + (z - z_1)^2 - 2RR_0 \cos \varphi]^{3/2}}$$

После интегрирования по z , выражения 3-4 можно привести к виду:

$$E_R(R, z) = \frac{q}{\pi z_0 R(R_0)^2} \left\{ \frac{(z + z_0/2)[(R^2 - R_0^2)\Pi(n, k_1) + (R_0 + R)^2 F(k_1)]}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z + z_0/2)^2}} - \frac{[(R^2 - R_0^2)\Pi(n, k_2) + (R_0 + R)^2 F(k_2)](z - z_0/2)}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z - z_0/2)^2}} \right\}$$

$$E_z(R, z) = \frac{2q}{\pi z_0} \left\{ \frac{F(k_1)}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z + z_0/2)^2}} - \frac{F(k_2)}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z - z_0/2)^2}} \right\}$$

$$H_R(R, z) = \frac{q \beta_\varphi}{\pi z_0 R_0} \sqrt{\frac{R_0}{R}} \left\{ 2 \left[\frac{F(k_1) - E(k_1)}{k_1} - \frac{F(k_2) - E(k_2)}{k_2} \right] - k_1 F(k_1) + k_2 F(k_2) \right\}$$

$$H_z(R, z) = \frac{q \beta_\varphi}{\pi z_0 R_0 (R + R_0)^2} \left\{ \frac{(z + z_0/2)[(R + R_0)^2 F(k_1) - (R^2 - R_0^2)\Pi(n, k_1)]}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z + z_0/2)^2}} - \frac{(z - z_0/2)[(R + R_0)^2 F(k_2) - (R^2 - R_0^2)\Pi(n, k_2)]}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (z - z_0/2)^2}} \right\},$$

где

$$k_{1,2}^2 = \frac{4R_0R}{(R+R_0)^2 + (z \pm z_0/2)^2};$$

$$n = \frac{4R_0R}{(R+R_0)^2};$$

$$F(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \quad - \text{ эллиптический интеграл I-го рода}$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad - \text{ эллиптический интеграл 2-го рода}$$

$$\Pi(n, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1+n \sin^2 \varphi) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \quad - \text{ эллиптический интеграл 3-го рода}$$

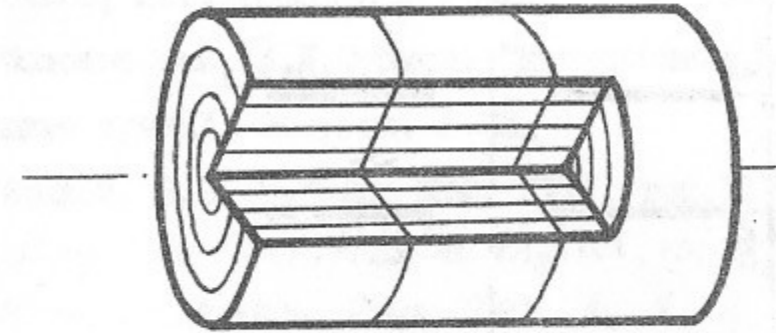


Рис. 1

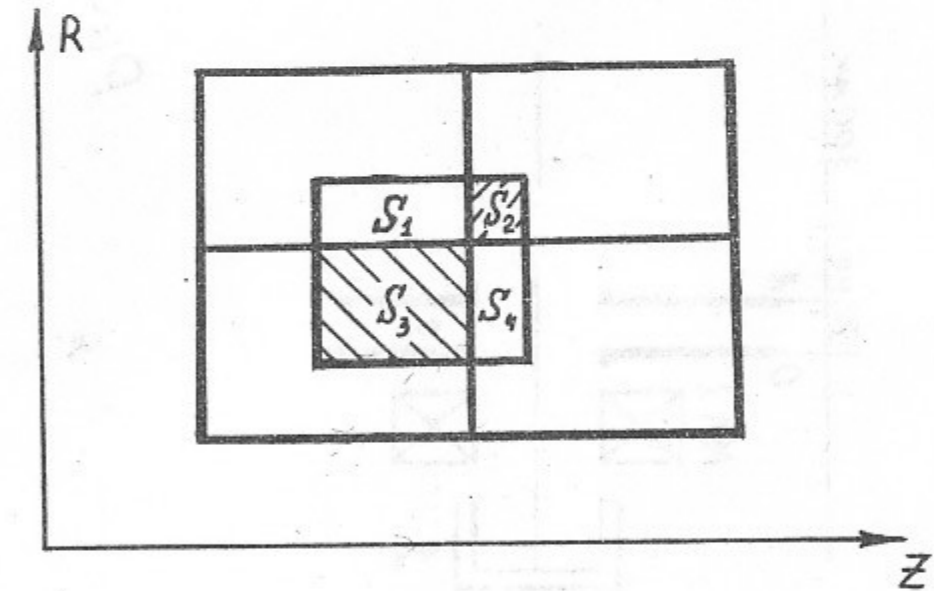


Рис. 2

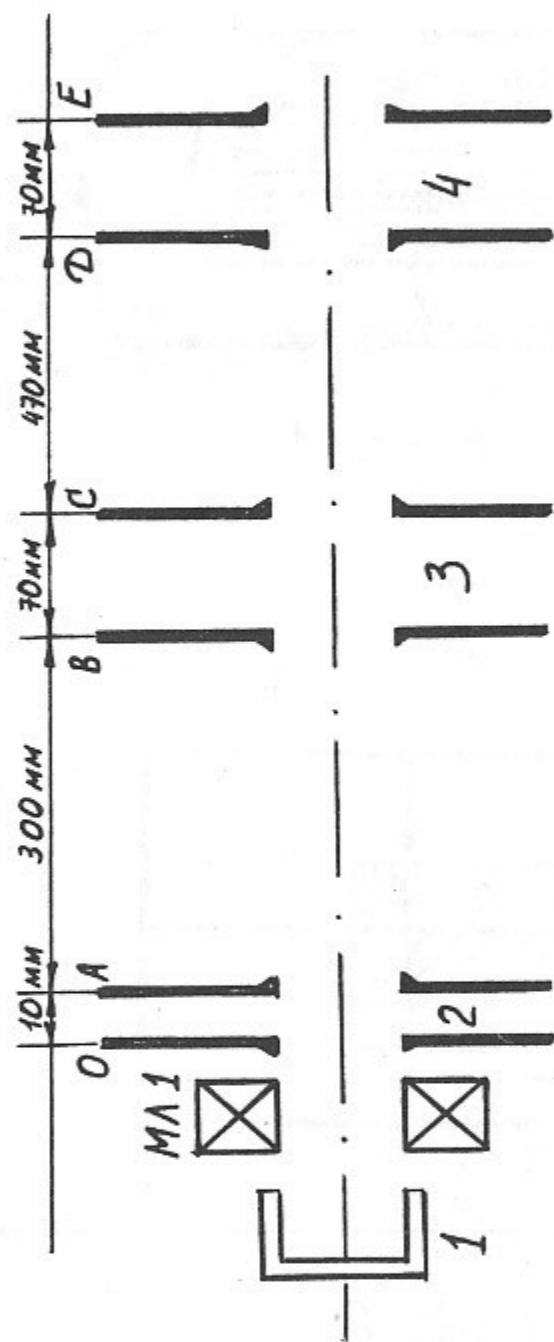


Рис. 3

Л и т е р а т у р а

1. Сб. "Вычислительные методы в физике плазмы", Мир, 1974.
2. В.Б.Бавин, А.С.Ромаль и др. ПМТФ, № 6, 1973.
3. С.И.Молоновский, А.Д.Сушков. "Интенсивные электронные и ионные пучки", Энергия, 1972.
4. И.Н.Мешков, Б.В.Чириков, ЖТФ, XXV, вып.12, 1965.
5. J.W.Poukey, M.Rostoker. *Plasma Physics*, vol 13, 897(1971).
6. C.L.Olson, J.W.Poukey. *Phys. Rev. A*, v. 9, № 6 (1974).

Работа поступила - 19 сентября 1977 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ

Подписано к печати 24.XI-1977 г. МН 03081

Усл. 0,6 печ.л., 0,5 учетно-изд.л.

Тираж 150 экз. Бесплатно

Заказ № 115.

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР