

И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И ЯФ 77 - 108

В.И.Волосов, М.С.Пеккер

О ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ  
УРАВНЕНИЙ ФОККЕРА - ПЛАНКА

Новосибирск

1977

О ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ  
ФОККЕРА-ПЛАНКА

В.И.Волосов, М.С.Пеккер

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассматриваются численные решения уравнений Фоккера-Планка (ФП) для плазмы в открытых ловушках с ограниченным уходом ионов вдоль силовых линий (на примере ловушки с вращающейся плазмой). Проведены оценки ошибок разностной аппроксимации (Р.А.) возникающих при численном решении уравнений. Показано, что роль этих ошибок существенно возрастает, когда время удержания плазмы велико по сравнению с временем удержания в обычной ловушке, что налагает ограничения на величины допустимых шагов разностной схемы.

Одним из перспективных направлений в области термоядерного синтеза являются открытые магнитные ловушки /1/. В последнее время широко обсуждаются различные возможности модификации этих ловушек с целью улучшения продольного удержания плазмы (ловушки со скрещенными  $E \times H$  полями /2/, амбиполярные ловушки /3/). Для того, чтобы правильно оценить преимущества модифицированных ловушек, необходимо провести расчеты параметров плазмы для них на основе ФП уравнений аналогично /4/. Численные расчеты в этом случае осложняются необходимостью решать двумерные задачи и малостью параметра  $T_i/e\gamma$ ; при этом возрастает роль ошибок Р.А. Ниже на примере ловушки с вращающейся плазмой рассматривается подобная задача. Исследуется роль ошибок Р.А. при численном решении уравнений Ф.П.; показано, что отсутствие равновесных решений при достаточно больших значениях  $R$  ( $R$  - пробочное отношение) полученное в расчетах /5/ объясняется ошибками Р.А., а не физическими процессами в плазме. Показано, что эти эффекты могут быть весьма существенны даже, если остаточный член возникающий при Р.А. дифференциальных операторов очень мал.

Рассмотрим задачу об удержании плазмы в ловушке с радиальным электрическим полем. Инжекция и нагрев плазмы осуществляется в результате ионизации холодного нейтрального газа в объеме ловушки. Предположим, что для ловушки выполнены те же условия, что и в работе /4/. Тогда задача сводится к решению ФП уравнений в пространстве скоростей /7/. Используя обозначения, принятые в работе /4/ имеем:

$$\frac{\partial \tilde{f}_\alpha}{\partial t} = \frac{4\pi e^4 z_\alpha^4}{m_\alpha^2} \left[ -\frac{\partial}{\partial V_K} \left( \frac{\partial H_\alpha}{\partial V_K} \tilde{f}_\alpha \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial V_K \partial V_j} \left( \tilde{f}_\alpha \frac{\partial^2 G_\alpha}{\partial V_K \partial V_j} \right) + S_\alpha \right] \quad (I)$$

$\alpha$  - сорт частицы,  $H_\alpha = \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} \cdot Z_\beta^2 / Z_\alpha^2 \cdot (1 + m_\alpha/m_\beta) \cdot h_\beta$ .  
 $G_\alpha = \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} \cdot Z_\beta^2 / Z_\alpha^2 \cdot g_\beta$ ,  $\Lambda_{\alpha\beta}$  - кулоновский логарифм [4].  
 $S_\alpha$  - источник,  $g_\beta = \int \tilde{f}_\beta \cdot |V - V'| d^3V$ ,  $h_\beta = \int \tilde{f}_\beta / |V - V'|^{-1} d^3V$ ,  
где плазма рассматривается в системе отсчета, в которой электрическое поле отсутствует. Границные условия возьмем следующие [8]:  $\tilde{f}_i = 0$  на поверхности

$$-V_\perp^2(R-1) + V_\parallel^2 + 2e\tilde{\varphi} \cdot Z_i/m_i - \frac{c^2 E^2}{H^2} (1 - 1/R) = 0, \quad (2)$$

$$\tilde{f}_e = 0 \text{ на поверхности}$$

$$-V_\perp^2(R-1) + V_\parallel^2 - 2e\tilde{\varphi}/m_e = 0, \quad (3)$$

где  $e\tilde{\varphi}$  амбиполярный потенциал возникающий из условия квазинейтральности. В (3) мы пренебрели центробежным потенциалом для электронов, так как температура их много больше энергии вращения.

Опишем обычный метод решения ФП уравнений для ловушки с магнитными пробками. Для простоты рассмотрим случай двухкомпонентной плазмы (один сорт ионов,  $Z_i=1$ ). Приведем уравнения (I) к виду удобному для численного решения. Мощность источника определяется выражениями:

$$S = \int S_i d^3V; \quad S \cdot V_0^2 = \int S_i V^2 d^3V \quad (4)$$

где  $S$  - число ионов, рождающихся в ловушке в единицу времени,  $V_0^2$  - средний квадрат скорости иона, равный квадрату скорости вращения плазмы в лабораторной системе отсчета. Введем новые переменные  $X = V/V_0$ ;  $\tau = t \sqrt{4\pi e^4 S \Lambda_{ii} / m_i V_0^3}$ ;  $f_\alpha = \tilde{f}_\alpha \cdot \sqrt{4\pi e^4 V_0^3 \Lambda_{ii} / m_i S}$ ;  $q = S_\alpha V_0^3 / S$ ;  $e\varphi = 2e\tilde{\varphi} / (m_i V_0^2)$

с хорошей точностью можно считать  $g$  и  $h$  не зависящими от углов (это проверялось в работе [4]). Измеряя массу электрона в единицах массы иона получаем

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial \tau} = \frac{1}{X^2} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( A_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial X} + B_\alpha f_\alpha \right) + \frac{C_\alpha}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_\alpha}{\partial \theta} \right] + g_\alpha \quad (5)$$

где

$$B_\alpha = \frac{1}{m_\alpha^2} \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} N_\beta \cdot \frac{m_\alpha}{m_\beta}$$

$$A_\alpha = \frac{1}{m_\alpha^2} \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} \left( \frac{1}{3} X \cdot E_\beta + \frac{X^2}{3} M_\beta \right)$$

$$C_\alpha = \frac{1}{m_\alpha^2} \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} \left( \frac{1}{2X} N_\beta - \frac{E_\beta}{6X^3} + \frac{M_\beta X}{3} \right) \quad (6)$$

$$N_\alpha = \int_0^X f_\alpha \cdot d^3X; \quad E_\alpha = \int_0^X f_\alpha \cdot X^2 d^3X$$

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha\beta} / \Lambda_{ii}; \quad M_\alpha = \int_X^\infty f_\alpha X^2 d^3X$$

Для удобства введем операторы  $\ell_{xx}^\alpha = \frac{1}{X^2} \frac{\partial}{\partial X} A_\alpha \frac{\partial}{\partial X}$ ,  $\ell_x^\alpha = \frac{1}{X^2} \frac{\partial}{\partial X} B_\alpha$ ,  $\ell_{\theta\theta}^\alpha = \frac{C_\alpha}{X^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}$ . Уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial \tau} = (\ell_{xx}^\alpha + \ell_x^\alpha + \ell_{\theta\theta}^\alpha) f_\alpha + g_\alpha \quad (7)$$

Так как шаг по  $\tau$  при численном решении ФП уравнения для электронной функции распределения не должен превышать времени электрон-электронного столкновения ( $\tau_{ee} \sim \sqrt{m_e} \cdot \tau_{ii}$ ), вычисления существенно упростятся (ускорятся), если предположить, что  $f_\alpha$  допускает разделение переменных  $f_\alpha(\theta, X, \tau) = f_e(X\tau) \cdot f_\theta(\theta)$  (см. подробную работу [4]). При этом уравнение для  $f_e$  становится одномерным и задача сводится к решению "системы" уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_i}{\partial \tau} &= (\ell_{xx}^i + \ell_x^i + \ell_{\theta\theta}^i) f_i + q_i \\ \frac{\partial f_e}{\partial \tau} &= (\ell_{xx}^e + \ell_x^e - \lambda_e C_e / x^2) f_e + q_e\end{aligned}\quad (8)$$

$$N_e(\infty) = N_i(\infty) = N$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_e}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial f_i}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0 \\ \frac{\partial f_e}{\partial \theta} &= 0 \quad \text{при } \theta = 0 \text{ и } \theta = \pi/2\end{aligned}\quad (9)$$

$$f_i = 0 \text{ на поверхности } x^2 - x^2 R \sin^2 \theta + e\varphi - (1 - 1/R) = 0$$

$$\text{где } \lambda_e = 0 \quad \text{при } x < \sqrt{e\varphi/m_e} \quad \text{и } \lambda_e = \log'(R m_e x^2 / (m_e x^2 - e\varphi)) \\ \text{при } x > \sqrt{e\varphi/m_e} = x_e.$$

Для решения системы (8) вводится разностная сетка  $x = j \cdot h_\alpha$ ;  $\theta = K \cdot \delta\theta$ . Заменяя дифференциальные операторы  $\ell$  на разностные  $L$ , получим систему разностных уравнений, аппроксимирующую (8) со вторым порядком точности по шагам  $h$  и  $\delta\theta$ :

$$\begin{aligned}L_{xx}^\alpha \cdot f &= \frac{1}{x^2} \left( A_{j+1/2}^\alpha \frac{f_{K,j+1} - f_{K,j}}{h_\alpha^2} - A_{j-1/2}^\alpha \frac{f_{K,j} - f_{K,j-1}}{h_\alpha^2} \right) \\ L_x^\alpha \cdot f &= \frac{1}{x^2} (B_{j+1/2}^\alpha \cdot f_{K,j+1/2} - B_{j-1/2}^\alpha \cdot f_{K,j-1/2})\end{aligned}\quad (10)$$

$$L_{\theta\theta}^\alpha \cdot f = \frac{1}{x^2 \sin \theta} \left( \sin \left( \theta + \frac{\delta\theta}{2} \right) \frac{f_{K,j+1} - f_{K,j}}{\delta\theta/2} - \sin \left( \theta - \frac{\delta\theta}{2} \right) \frac{f_{K,j} - f_{K,j-1}}{\delta\theta/2} \right)$$

Интегралы, входящие в коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  вычисляются по квадратурной формуле Симпсона, при этом значения  $A_\alpha$ ,  $B_\alpha$ ,  $f_\alpha$  в точках  $x \pm h_\alpha/2$  вычисляются как полусумма значений в точках  $x$  и  $x + h_\alpha$ . Границные условия (9) аппроксимируются со вторым порядком точности.

При решении уравнения для ионной функции распределения используют схему полного расщепления (ПР) [6]. Она обладает преимуществом перед схемой переменных направлений (ПН), т.к. более устойчива при больших шагах по  $\tau$  (что нами проверялось).

При решении уравнения для электронной функции распределения применяется неявная абсолютно устойчивая разностная схема [4], [3].

Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  вычисляются по величинам, известным на предыдущем шаге по  $\tau$ . Уравнения используемые при численном решении имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{f_i^{''/2} - f_i''}{\delta\tau} &= L_{xx}^i \cdot f_i^{''/2} + L_x^i f_i'' + q_i/2 \\ \frac{f_i^{''/2} - f_i'}{\delta\tau} &= L_{\theta\theta}^i \cdot f_i^{''/2} + q_i/2\end{aligned}\quad (II)$$

$$\frac{f_e^{''/2} - f_e''}{\delta\tau} = L_{xx}^e \cdot f_e^{''/2} + L_x^e f_e'' - C_e \lambda / x^2 \cdot f_e + q_e$$

где  $f$ ,  $f^{''/2}$ ,  $f''$  значения  $f$  в момент времени  $\tau$ ,  $\tau + \frac{\delta\tau}{2}$ ,  $\tau + \delta\tau$ .

Теперь покажем, что ошибки Р.А. могут приводить к отсутствию равновесных решений системы (II) и оценим значения  $\delta\tau$ ,

$h_i \rightarrow h_e$ , при которых это происходит. Рассмотрим аппроксимацию системы (8) разностной схемой (II). Имеем

$$\frac{\partial f_i}{\partial \tau} = (\ell_{xx}^i + \ell_x^i + \ell_{\theta\theta}^i) f_i + \frac{h_i^2}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{6} (B_i f_i'' + \frac{1}{2} f_i' B_i' + f_i B_i'') + A_i'' f_i' + \frac{1}{2} A_i' f_i'' + \frac{1}{2} f_i''' A_i \right\} + \delta\tau \ell_{xx}^i (L_{\theta\theta}^i f_i + \frac{q_i}{2}) + q_i,$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial \tau} = (\ell_{xx}^e + \ell_x^e - C_e \lambda / x^2) f_e + \frac{h_e^2}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{6} (B_e f_e'' + \frac{1}{2} f_e' B_e' + f_e B_e'') + A_e'' f_e' + \frac{1}{2} A_e' f_e'' + \frac{1}{2} f_e''' A_e \right\} + q_e, \quad \text{где } ( )' = \frac{\partial}{\partial x}$$

член  $\delta\tau \cdot \ell_{xx}^i (\ell_{\theta\theta}^i f_i + q_i/2)$  получается при подстановке  $f_i^{1/2}$  из второго уравнения (II) в первое и замене  $f_i^{1/2}$  на  $f_i$ . Предположим, что  $f_i$  допускает разделение переменных по  $\theta$  и  $x$  (как будет видно ниже, это предположение не влияет на характер оценок). Получим

$$\frac{\partial f_i}{\partial \tau} = (\ell_{xx}^i + \ell_x^i - c_i \lambda_i/x^2) f_i + O(h_i^2, \delta\tau) \quad (I3)$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial \tau} = (\ell_{xx}^e + \ell_x^e - c_e \lambda_e/x^2) f_e + O(h_e^2)$$

где  $\lambda_i = 0$  при  $x^2 \leq 1 - 1/R - e\varphi = x_i^2$  и  $\lambda_i = \log^{-1} \frac{Rx^2}{x^2 - x_i^2}$

при  $x > x_i$

Рассмотрим случай, когда  $x_i^2 \gg 2E_i(\infty)/3N$

что имеет место при больших  $R$ , тогда можно считать, что источник не влияет на  $f_i$  при  $x < 1$  (это подтверждается численными расчетами). Основными членами в уравнении являются  $\ell_{xx}^i f_i$  и  $\ell_x^i f_i$ , поэтому можно считать для оценок функцию распределения максвелловской  $f_i = N \exp(-x^2/v_i^2) / (\pi^{1/2} v_i^3)$ .

Аналогично  $f_e = N \exp(-x^2/v_e^2) / (\pi^{1/2} v_e^3)$

После несложных преобразований получаем

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = 1 - \frac{2N^2 \exp(-x_e^2/v_e^2)}{\sqrt{\pi} m_e^2 v_e x_e^2 \log(Rx_e^2/v_e^2)} \quad (I4)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = 1 - \frac{N^2 \exp(-x_i^2/v_i^2)}{\sqrt{\pi} v_i x_i^2 \log(Rx_i^2/v_i^2)} \left(1 - \frac{2\delta\tau \cdot N}{v_i^2 x_i}\right)$$

$$m_e \frac{\partial E_e(\infty)}{\partial \tau} = Q_{ie} + \left(\frac{\partial N}{\partial \tau} - 1\right) m_e (v_e^2 + x_e^2) - \frac{h_e^2 N^2 \cdot I}{v_e^3 m_e}$$

$$\frac{\partial E_i(\infty)}{\partial \tau} = -Q_{ie} + \left(\frac{\partial N}{\partial \tau} - 1\right) (v_i^2 + x_i^2) - \frac{h_i^2 N^2 \cdot I}{v_i^3}$$

$$I = \frac{8}{\pi} \int_0^\infty (4x - x') e^{-x^2} dx \int_0^x e^{-x'^2} x'^2 dx' \approx 0.6$$

где  $Q_{ie}$  – член, описывающий обмен энергией между электронами и ионами. Здесь мы отбросили малые величины, не влияющие на дальнейшие оценки.

Рассмотрим случай, когда ошибки Р.А. связаны в основном с членами  $h^2$ . Предполагая существование равновесных решений получим из (I4).

$$\frac{1}{R} = m_e v_e^2 + v_i^2 + 0.6 \cdot N^2 (h_i^2/v_i^3 + h_e^2/(v_e^3 m_e)) \quad (I5)$$

Параметрами задачи являются пробочное отношение и масса электрона. Однако выразить в явном виде  $N, v_i^2, v_e^2$  через них удается только в случае равенства температур электронов и ионов. Поэтому при  $m_e v_e^2 \neq v_i^2$  условие отсутствия равновесных решений можно представить только в грубом виде:

$$0.6 N^2 (h_i^2/v_i^3 + h_e^2/(v_e^3 m_e)) > \frac{1}{R} \quad (I6)$$

которое проверяется в процессе счета.

В случае, когда  $m_e v_e^2 = v_i^2$  имеем

$$\frac{1}{R} = 2v_i^2 + \frac{\sqrt{\pi} \exp(-x_i^2/v_i^2) \cdot 0.6 \log(Rx_i^2/v_i^2)}{v_i^2} (h_i^2 + h_e^2/m_e) \quad (I7)$$

В (I7) отброшены несущественные поправки. Обозначая  $v_i^2$  через  $T$  получим из условия равенства потоков ионов и электронов из ловушки

$$x_i^2/v_i^2 = (1 - 1/R)/2T + 1/4 \log m_e$$

Вводя  $\xi = \log(RX_i^2/T) \cdot m_e^{1/4} (h_i^2 + h_e^2 \sqrt{m}) \cdot 0,6 \sqrt{\mu}$  имеем:

$$\frac{1}{R} = 2T + \frac{\xi}{2T} \exp \frac{R-1}{2RT} \quad (18)$$

Для существования положительных корней (18) необходимо, чтобы в точке, в которой производные функций  $Z_1 = \frac{1}{R} - 2T$  и  $Z_2 = -(\xi/2T) \exp \frac{R-1}{2RT}$  равны, значение функции  $Z_2$  было больше  $Z_1$ . Отсюда следует ограничение

$$\xi < R^{-3/2} \text{ или } (h_i^2 + h_e^2 \sqrt{m_e}) < (0,6 \sqrt{\mu})^{1/2} e^{-R^{-3/2}} m_e^{-1/4} (\log R^2)^{1/2} \quad (19)$$

Заметим, что устойчивое решение системы (14) соответствует большему корню уравнения (18).

Таким образом условие существования равновесных решений состоит в том, что поток энергии через границы много больше объемных потерь за счет ошибок Р.А.

В случае достаточно мелкой сетки по  $X$  можно аналогичным образом оценить величину ошибок, возникающих в решении из-за Р.А. по  $T$ . Условие существования равновесных решений при этом имеет вид:  $N \cdot \delta T / (V_i^2 X_i) \approx 1$

Еще одним источником ошибок является Р.А. граничных условий, в том числе замена кривой (2) ломанной. Легко проверить, что граничные условия при  $X = 0$  аппроксимируют нулевой поток частиц и энергии с точностью  $h_i^5$  и  $h_i^7$  ( $h_e^5$ ,  $h_e^7$ ). Влияние граничных условий по  $\theta$  при  $\theta = 0, \pi/2$  существенно только при  $X > x_i$ , где функция распределения зависит от углов. Это приводит к ошибке в определении полного потока частиц по порядку величины равной потоку через границу, умноженному на  $(\delta \theta)^2$ , и ошибке в потоке энергии соответственно рав-

на  $(\delta \theta)^2$  по порядку величины потоку энергии через границу, умноженному на  $(\delta \theta)^2$ . Для оценки роли границы области удержания сдвигом её на  $h_i$  и на  $\delta \theta$ . Ошибка в потоке частиц порядка первоначального потока, умноженного на  $(2X_i h_i / V_i^2 + \delta \theta)$  и аналогично для потока энергии. Эти ошибки существенны в случае, когда  $\delta \theta > 2X_i h_i / V_i^2$  порядка единицы, т.е. при условии, когда нельзя использовать разностную схему.

Был проведен расчет параметров плазмы, находящейся в ловушке со скрещенными электрическим и магнитным полями. Инжекция в ловушку производится за счет ионизации холодного нейтрального газа. Для нахождения  $f_i$  использовалась схема (III), функция  $f_i(x, t)$  считалась максвелловской (см. (8)). В этом случае отсутствуют ошибки Р.А., связанные с шагом по  $X$  для электронов и по  $T$  для ионов. Шаг по  $\theta$  был выбран 0,025 π. Графики функций  $nT$  ( $nT = \frac{n}{S}$ , где  $n$  плотность ионов  $\text{cm}^{-3}$ ),  $T_i = 2E_i(\infty)/3N$ ,  $T_e = 2E_e(\infty)/3N$  от  $R$  полученные при различных шагах по  $X$  приведены на рисунках I и 2 при энергии инжекции ( $W$ ) 20 кэВ и мощности источника  $10^{15}$  э/сек. Вид подобных графиков (при других значениях  $W$  и  $S$ ) слабо зависит от энергии инжекции и мощности источника, т.к. эти величины влияют только на величину кулоновского логарифма. При изменении  $W$  от 10 до 200 кэВ соответствующие поправки не превышают 5%. Основным параметром, от которого зависит  $nT$ ,  $T_i$ ,  $T_e$  является пробочное отношение  $R$ , которое определяет глубину потенциальной ямы для ионов. Другим параметром является отношение массы иона и массе электрона (здесь он равен отношению массы дейтона и массе электрона).

Кривая I на рисунках I и 2 получена для шага по  $X$  равного 0.02, кривая 2 для шага по  $X$  - 0.05. На этих же рисунках приве-

дена кривая III, полученная в работе /5/ при тех же энергии инжекции и мощности источника. Электронная функция распределения находилась в этом случае из решения ФП уравнения. Особенностью всех этих кривых является резкое возрастание  $\eta\tau$  и падение  $T_i$  при достаточно больших значениях  $R$ . Это связано с ростом ошибок Р.А. по мере возрастания  $R$ . Сравним величину расхождения между  $T_i$  и  $\eta\tau$  в разных случаях с оценками ошибок Р.А., приведенными выше. Величина  $h_e$  в /5/ порядка 0,02; предполагая, что  $h_e \approx 0.2$  и подставляя  $h_i$  и  $h_e$  в (15) получим величину ошибки при определении  $T_i$  порядка  $0.6 \cdot h_e^2 N^2 / V_e^3 m_e$ . Эта величина хорошо совпадает с разностью  $T_i$  между кривыми I и III для всех значений  $R$ . Поправку в  $\eta\tau$  можно оценить предполагая, что изменение  $\eta\tau$  происходит только за счёт изменения температуры ионов. По порядку величины  $\Delta\eta\tau \approx \eta\tau \cdot \delta T_i X_i^2 / T_i^2$ , что совпадает с  $\Delta\eta\tau$  между кривыми I и III. Подъём кривой II при  $R > 4,5$  и I при  $R > 5$  также связан с ростом ошибок Р.А. Однако при больших значениях  $R$  величина их становится несколько больше чем дает выражение (15), т.к. в этом случае функция  $f_i$  достаточно сильно изменяется на шаге сетки. Был численно вычислен интеграл  $\int st(f_i) x^2 d^3x - Q_{ie} - \frac{\partial E_i}{\partial t}$  который дает величину объемных потерь энергии, связанных с ошибками Р.А. Полученная при этом величина  $S\tau$  объясняет расхождение между кривыми I и II.

Авторы благодарят сотрудников Ливерморской Лаборатории А.Фатча и А.Мирна за любезно предоставленные результаты расчетов.

### Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Будкер, Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, 3, 3. Изд. АН СССР, М. (1958).
2. B. Lehnert. Nucl. Fusion. 11, 485 (1971)
3. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишиневский. Физика плазмы, 2, 597 (1976).
4. A.H.Futch, J.R.Holdren, J.Killeen, A.A.Mirin, Plasma Physics, 14, 211 (1972)
5. А.Фатч, А.Мирин. Частное сообщение (1976).
6. J. Killeen. Nucl. Fusion, 16, 841 (1976)
7. M. Rosenbluth, W. Mac Donald, D. Judd. Phys. Rev. 107, 1 (1957)
8. Г.Нортон. Адиабатическая теория движения заряженных частиц. Атомиздат, М. 1967.

Подписи к рисункам

Рис.1. Зависимость плотности ионов  $N$  график а) и величины  $n\tau$  (где  $n\tau = N^2 m_i^2 \lambda_{ii} / (4\pi e^4)$ ) график б) от  $R$ ; I - шаг сетки по  $x$  - 0,02; II - 0,05; функция  $f_e$  - максвелловская, III - величины  $N$  и  $n\tau$  из работы /5/; функция  $f_e$  находится из решения ФП уравнения.

Рис.2. Зависимость температуры ионов  $T_i$  ( $T_i = 2E_i(\infty)/3N$ ) от величины  $R$ . Обозначения те же что и на рисунке I.

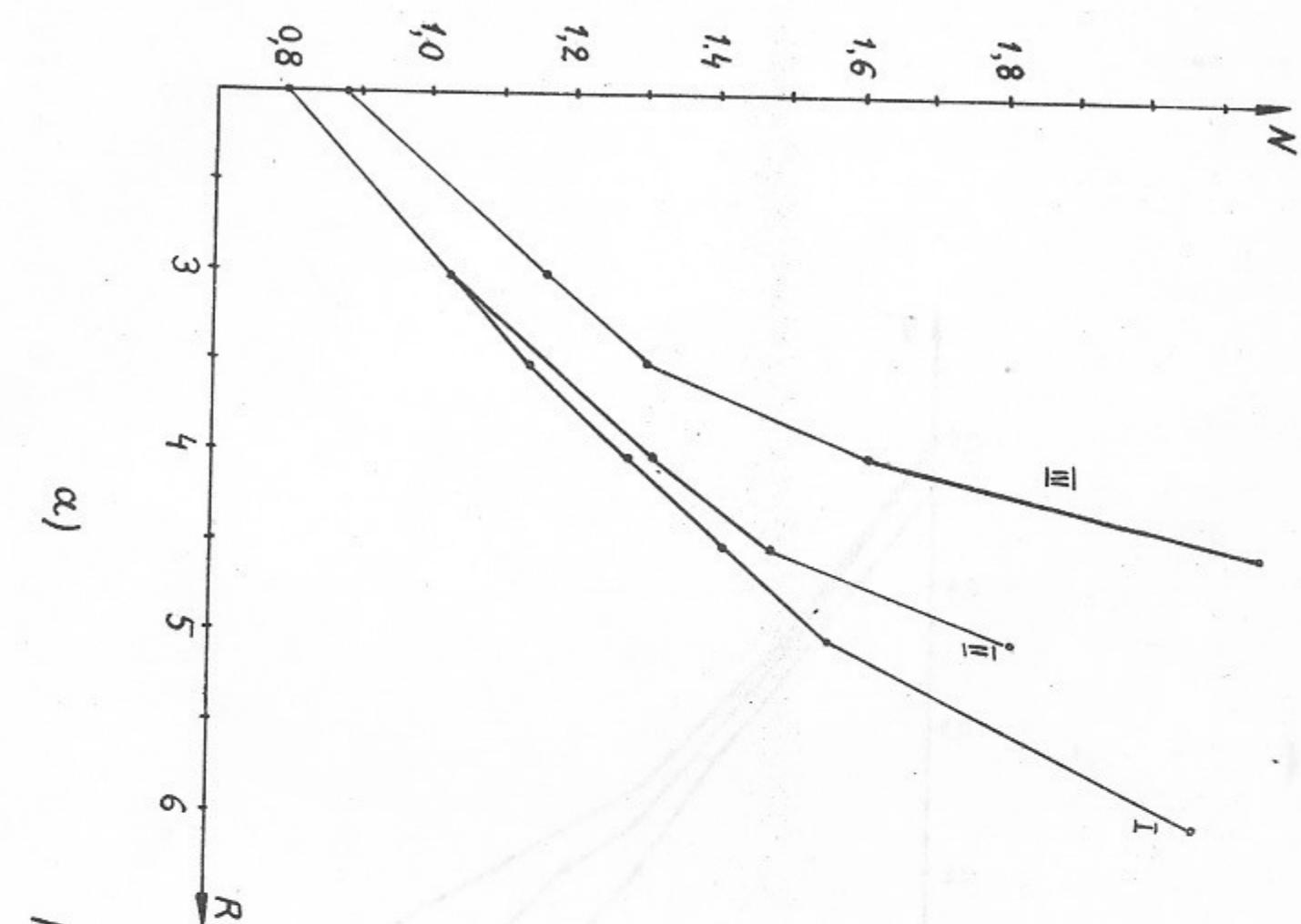
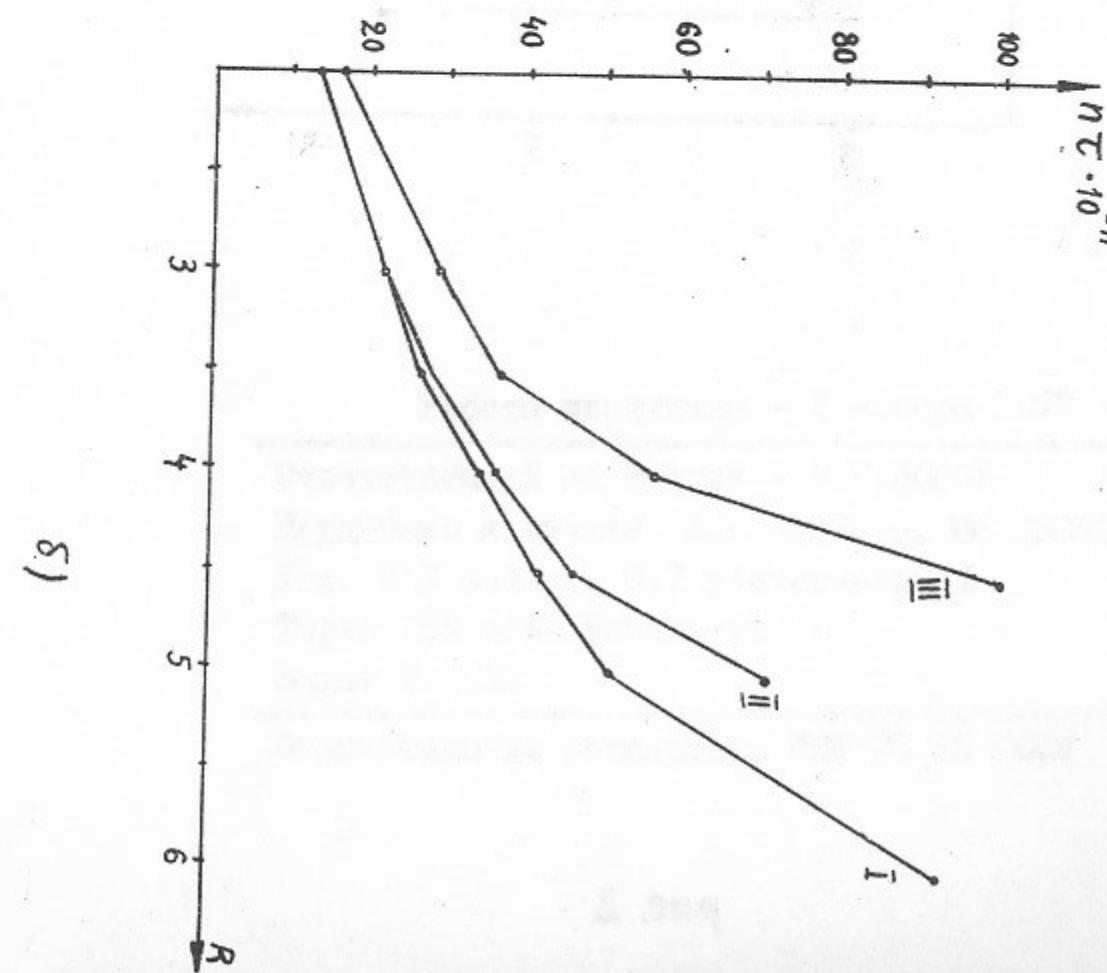


Рис 1



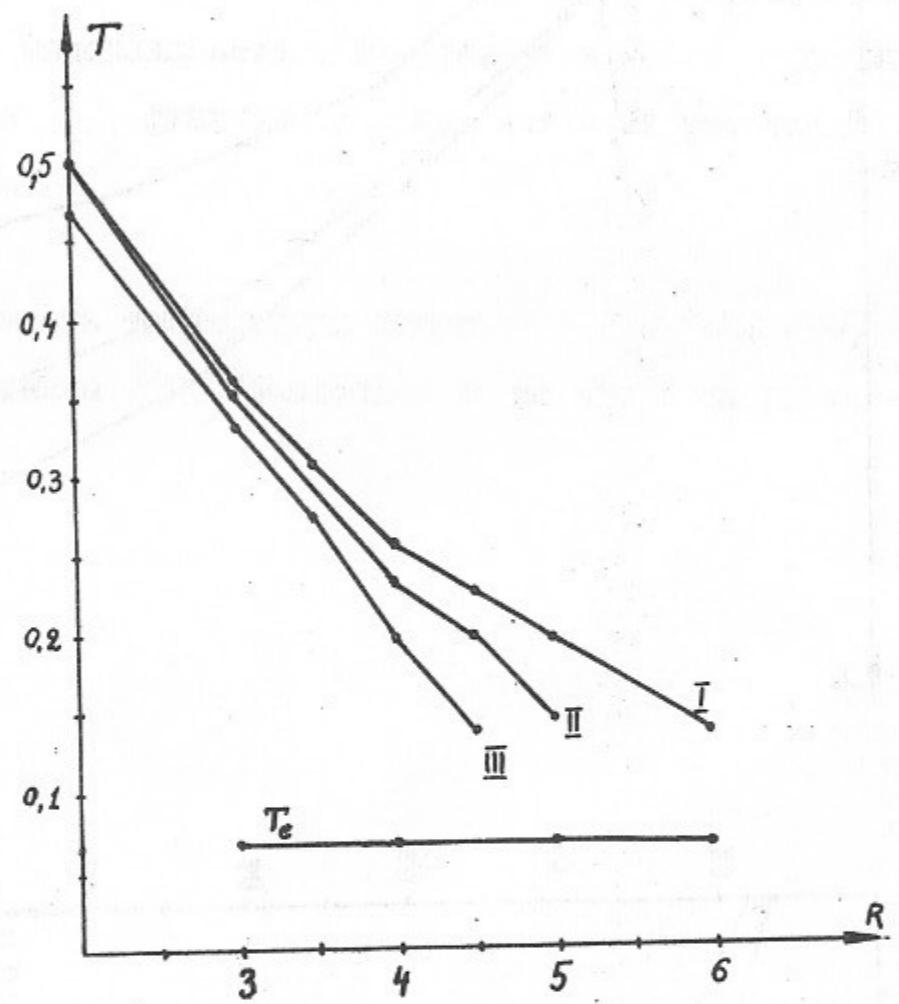


рис. 2

Работа поступила - 1 ноября 1977 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ  
 Подписано к печати 2.XI-1977 г. МН 03050  
 Усл. 0,8 печ.л., 0,7 учетно-изд.л.  
 Тираж 150 экз. Бесплатно  
 Заказ № 108.

---

Отпечатано на ротаприме ИЯФ СО АН СССР