

*На правах рукописи*

**КРАЧКОВ Петр Александрович**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ  
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ  
В СИЛЬНЫХ АТОМНЫХ ПОЛЯХ  
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ**

**01.04.02 – теоретическая физика**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**НОВОСИБИРСК-2016**

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

#### НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

МИЛЬШТЕЙН  
Александр Ильич — доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, г. Новосибирск.

#### ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

КОЗЛОВ  
Михаил Геннадьевич — доктор физико-математических наук, НИЦ “Курчатовский институт” Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, г. Гатчина, ведущий научный сотрудник.

НИКОЛАЕВ  
Николай Николаевич — доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, г. Черноголовка, главный научный сотрудник.

ВЕДУЩАЯ  
ОРГАНИЗАЦИЯ — Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург.

Защита диссертации состоится « 26 » декабря 2016 г. в « 10:00 » часов на заседании диссертационного совета Д 003.016.02 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, расположенно по адресу:

630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
доктор физ.-мат. наук, профессор

В.С. Фадин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы

Процессы квантовой электродинамики в сильных полях играют большую роль в различных областях физики. Особый интерес представляют процессы, изучение которых выходит за рамки обычной теории возмущений. Теоретическое изучение таких процессов несомненно имеет большую ценность, так как сильные электромагнитные поля встречаются в современных лазерах, тяжёлых ядрах и астрофизических объектах.

Процессы квантовой электродинамики, протекающие в полях тяжёлых атомов, играют принципиальную роль при описании электромагнитных ливней в детекторах, а также являются большим фоном при поиске новой физики в прецизионных экспериментах. Поэтому сечения этих процессов необходимо знать с высокой точностью. В теоретических расчётах таких процессов часто приходится точно учитывать внешнее атомное поле, так как эффективная константа связи  $\eta = Z\alpha$  ( $Z$  — зарядовый номер ядра,  $\alpha = e^2 \sim 1/137$  — постоянная тонкой структуры) для тяжёлых атомов оказывается величиной, сравнимой с единицей. До сих пор часть таких задач была решена только в низшем порядке теории возмущений (борновском приближении). Однако точный учёт внешнего поля может значительно изменить результат по сравнению с борновским результатом.

Большие трудности, возникающие на пути аналитического и численного изучения процессов высокой энергии в поле тяжелого атома, могут быть преодолены с помощью квазиклассического подхода, который при высоких энергиях позволяет получать точные по параметру  $Z\alpha$  результаты.

### Цель диссертационной работы

Целью работы является развитие и применение квазиклассического подхода к процессам квантовой электродинамики в поле тяжелого атома при высоких энергиях. Для этого получены квазиклассическая функция Грина с учётом первой квазиклассической поправки и соответствующие волновые функции уравнения Дирака в произвольном атомном потенциале.

Метод квазиклассических функций Грина применён для анализа различных процессов: тормозного излучения, двойного тормозного излучения, а также к процессу фоторождения пар, сопровождаемого излучением фотона.

### **Личный вклад автора**

Изложенные в работе результаты получены автором лично или при его определяющем вкладе.

### **Научная новизна**

В произвольном атомном потенциале впервые получены квазиклассическая функция Грина с учётом первой квазиклассической поправки и соответствующие волновые функции уравнения Дирака.

В рамках квазиклассического приближения найдены точная по  $Z\alpha$  зарядовая и азимутальная асимметрии для тормозного излучения при высоких энергиях. В главном квазиклассическом приближении получены точно по  $Z\alpha$  дифференциальные сечения процессов двойного тормозного излучения, фоторождения пар с испусканием дополнительного фотона. До работ автора эти процессы при высоких энергиях изучались только в борновском приближении.

### **Научная и практическая значимость**

Найденная квазиклассическая функция Грина уравнения Дирака и соответствующие волновые функции в произвольном атомном потенциале могут быть использованы для расчётов сечений различных процессов квантовой электродинамики в атомных полях при высоких энергиях. Учёт квазиклассической поправки позволяет не только увеличить точность теоретических предсказаний для сечений различных процессов, но и приводит к предсказанию эффектов, отсутствующих при вычислении этих сечений в рамках главного квазиклассического приближения. Квазиклассическая функция Грина позволяет проводить вычисления для произвольного атомного потенциала, что даёт возможность исследовать влияние атомной экранировки и эффекта конечного размера ядра на характеристики различных процессов.

Полученные сечения тормозного излучения, двойного тормозного излучения и фоторождения пары, сопровождаемого излучением фотона, могут быть использованы при прецизионном описании образования и развития электромагнитных ливней в веществе. Знание сечений этих процессов важно для обработки экспериментальных данных, так как эти процессы являются фоновыми в прецизионных экспериментах.

## **Основные положения, выносимые на защиту:**

- Получение с учётом первой квазиклассической поправки квазиклассической функции Грина и соответствующих волновых функций уравнения Дирака в произвольном атом потенциале.
- Исследование зарядовой и азимутальной асимметрии в тормозном излучении при высоких энергиях.
- Вычисление в рамках главного квазиклассического приближения дифференциального сечения процесса двойного тормозного излучения.
- Получение в рамках главного квазиклассического приближения дифференциального сечения фоторождения пар с испусканием дополнительного фотона.
- Исследование предела применимости квазиклассического приближения на примере упругого рассеяния.

## **Апробация работы**

Основные результаты диссертации докладывались на следующих международных конференциях и научных семинарах:

- International Conference PHOTON 2015, Novosibirsk, 2015.
- Международная Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН, Дубна, 2016.
- Семинар теоретического отдела ИЯФ СО РАН, Новосибирск, 2016.
- International Workshop "Strong Field Problems in Quantum Theory, Tomsk, 2016.

## **Публикации**

Материалы диссертации опубликованы в 4 печатных работах [1]–[4], все в рецензируемых научных журналах.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, включающего обзор литературы, пяти глав, заключения, двух приложений и библиографии. Общий объем диссертации составляет 91 страницу, включая 22 рисунка. Библиография включает 49 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы. Обсуждается представление Фарри, основанное на использовании точных волновых функций и функций Грина во внешнем поле. Приводятся аргументы в пользу применения квазиклассического приближения к описанию процессов во внешних атомных полях при высоких энергиях. Перечисляются обсуждаемые в следующих главах процессы. Представлен краткий обзор известных результатов, посвященных теме диссертации.

**В первой главе** дан краткий обзор метода квазиклассических функций Грина. Обосновывается применимость квазиклассического метода при высоких энергиях и кратко обсуждается его отличие от приближения эйконала.

В первом разделе получены квазиклассическая функция Грина с учётом первой квазиклассической поправки и соответствующие волновые функции уравнения Дирака в произвольном атомном потенциале. Квазиклассическая функция Грина для квадрированного уравнения Дирака имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
 D(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) &= d_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) + \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{d}_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) + \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{d}_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon), \\
 d_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) &= \frac{ie^{i\kappa r}}{4\pi^2 r} \int d\mathbf{Q} \left\{ 1 + \frac{ir^3}{2\kappa} \int_0^1 dx \int_0^x dy (x-y) \nabla_{\perp} V(\mathbf{R}_x) \cdot \nabla_{\perp} V(\mathbf{R}_y) \right\} \mathcal{T}, \\
 \mathbf{d}_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) &= -\frac{i}{2\varepsilon} (\nabla_1 + \nabla_2) d_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) - \frac{ie^{i\kappa r}}{16\pi^2 \varepsilon^2} \int d\mathbf{Q} \int_0^1 dx \nabla V^2(\mathbf{R}_x) \mathcal{T}, \\
 \mathbf{d}_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\varepsilon) &= -\frac{re^{i\kappa r}}{16\pi^2 \varepsilon^2} \int d\mathbf{Q} \int_0^1 dx \int_0^x dy [\nabla V(\mathbf{R}_x) \times \nabla V(\mathbf{R}_y)] \mathcal{T}, \\
 \mathcal{T} &= \exp \left[ iQ^2 - ir \int_0^1 dx V(\mathbf{R}_x) \right], \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \\
 \mathbf{R}_x &= \mathbf{r}_1 + x\mathbf{r} + \mathbf{Q} \sqrt{\frac{2r_1 r_2}{\kappa r}}, \tag{1}
 \end{aligned}$$

где  $\mathbf{Q}$  — двумерный вектор, перпендикулярный  $\mathbf{r}$ . Эта функция имеет довольно ясную физическую интерпретацию. Частица летит по прямой от  $\mathbf{r}_1$  до  $\mathbf{r}_2$ , но помимо простого набора фазы, как в приближении эйко-

нала, также учитываются квантовые флуктуации вблизи прямолинейной траектории (интеграл по двумерному вектору  $\mathbf{Q}$ ).

Функция Грина (1) и соответствующие волновые функции позволяют проводить вычисления в рамках квазиклассического подхода с учётом первой квазиклассической поправки в произвольном атомном потенциале.

Результаты первой главы опубликованы в работе [1].

**Во второй главе** получены зарядовая и азимутальная асимметрии в процессе тормозного излучения в атомном поле при высоких энергиях. Эти асимметрии отсутствуют при вычислении в лидирующем квазиклассическом приближении, поэтому необходимо учесть первую квазиклассическую поправку. Вычисление дифференциального сечения выполнено для произвольного атомного потенциала, что позволило изучить влияние атомной экранировки в случае тормозного излучения электрона и влияние атомной экранировки и конечного размера ядра для тормозного излучения мюона. Вся зависимость матричного элемента от потенциала сводится только к двум факторам  $A_0$  и  $A_1$ , которые имеют следующий вид

$$A_0 = -\frac{i}{\Delta_{\perp}^2} \int d\mathbf{r} \exp \left[ -i\mathbf{\Delta} \cdot \mathbf{r} - i \int_{-\infty}^{\infty} V(z, \boldsymbol{\rho}) dz \right] \Delta_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} V(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$A_1 = -\frac{1}{2\varepsilon_p \varepsilon_q} \int d\mathbf{r} \exp \left[ -i\mathbf{\Delta} \cdot \mathbf{r} - i \int_{-\infty}^{\infty} V(z, \boldsymbol{\rho}) dz \right] \times \quad (3)$$

$$\times \int_0^{\infty} dx x \nabla_{\perp} V(\mathbf{r} - x\boldsymbol{\nu}) \cdot \nabla_{\perp} V(\mathbf{r}),$$

где  $\mathbf{\Delta} = \mathbf{q} + \mathbf{k} - \mathbf{p}$  — передача импульса. Члены, пропорциональные  $A_0$ , соответствуют главному квазиклассическому вкладу, а члены, пропорциональные  $A_1$ , соответствуют первой квазиклассической поправке. Зарядовая и азимутальная асимметрии пропорциональны реальной и мнимой части  $A_0 A_1^*$ .

В случае тормозного излучения электрона кулоновские поправки к зарядовой и угловой асимметриям набираются в области  $\Delta \sim m$ , где можно пренебречь влиянием атомной экранировки. Проанализированы асимптотики дифференциального сечения и получены различные интегральные характеристики этого процесса.

В случае тормозного излучения мюона проведён анализ влияния эффекта конечного размера ядра (отличие атомного потенциала от кулоновского на расстояниях порядка радиуса ядра) на дифференциальное сечение. Показано, что эффект конечного размера ядра сильно модифицирует дифференциальное сечение в области  $\Delta \sim 1/R$ , где  $R$  — характерный размер ядра,  $\Delta$  — передача импульса.

Результаты второй главы опубликованы в [1].

**В третьей главе** получено дифференциальное сечение двойного тормозного излучения в главном квазиклассическом приближении. Оказалось, что в главном квазиклассическом приближении вся зависимость от потенциала сводится к тому же фактору  $A_0(\Delta)$ , что и в случае однократного тормозного излучения. Из проведённого анализа видно, что эта факторизация выполняется и для  $n$ -кратного тормозного излучения. Это утверждение позволяет сформулировать рецепт для вычисления амплитуды  $n$ -кратного тормозного излучения в главном квазиклассическом приближении: нужно вычислить амплитуду в борновском приближении и заменить Фурье образ потенциала на  $A_0(\Delta)$ .

Также проанализированы асимптотики дифференциального сечения двойного тормозного излучения и получены различные интегральные характеристики.

Результаты третьей главы опубликованы в работе [2].

**В четвёртой главе** получены точные по внешнему полю амплитуды для процесса  $\gamma Z \rightarrow e^+e^-\gamma'Z$  в рамках главного квазиклассического приближения. При малых частотах испускаемого фотона полученный матричный элемент согласуется с результатом, полученным в рамках мягкофотонного приближения. Показано, что атомная экранировка не влияет на кулоновские поправки.

Исследована угловая асимметрия по азимутальному углу  $\varphi_i$  конечных частиц относительно замены  $\varphi_i \rightarrow -\varphi_i$  в случае циркулярно поляризованного начального фотона.

Результаты четвёртой главы опубликованы в работе [3].

**В пятой главе** исследован предел применимости квазиклассического приближения на примере упругого рассеяния.

В первом разделе для произвольного атомного потенциала получены дифференциальное сечение для неполяризованных частиц и функция Шермана в квазиклассическом приближении с учётом первой квазиклассической поправки. Подробно рассмотрен случай кулоновского поля. Ис-

следовано влияние эффекта конечного размера ядра на дифференциальное сечение и функцию Шермана.

Во втором разделе получены дифференциальное сечение с точностью  $\theta^2$  и функция Шермана с точностью  $\theta$  для кулоновского поля. Показано, что вклад второго квазиклассического приближения по порядку величины равен вкладу области малых угловых моментов  $l \sim 1$ . Сделан вывод о том, что с помощью квазиклассического приближения нельзя продвинуться в вычислении сечений дальше первой поправки без учёта вклада малых угловых моментов (неквазиклассический вклад).

**В заключении** перечислены основные результаты, полученные в диссертации:

- С учётом первой квазиклассической поправки найдены квазиклассическая функция Грина уравнения Дирака и соответствующие волновые функции в произвольном атомном потенциале. Квазиклассическая поправка позволяет не только увеличить точность теоретических предсказаний для сечений различных процессов, но и приводит к новым эффектам, отсутствующим при вычислении этих сечений в рамках главного квазиклассического приближения.
- Получены зарядовая и азимутальная асимметрии в дифференциальном сечении тормозного излучения при высоких энергиях в произвольном атомном потенциале. Эти асимметрии отсутствуют при вычислении в главном квазиклассическом приближении и возникают только при учёте первой квазиклассической поправки. Рассмотрен случай тормозного излучения электронов и мюонов. В случае тормозного излучения электронов исследовано влияние атомной экранировки, а в случае тормозного излучения мюонов — влияние атомной экранировки и эффекта конечного размера ядра.
- В главном квазиклассическом приближении вычислены кулоновские поправки к дифференциальному сечению двойного тормозного излучения при высоких энергиях. Исследовано влияния экранировки на дифференциальное и полное сечение. Из анализа однократного и двойного тормозного излучения сформулировано простое правило для нахождения в главном квазиклассическом приближении амплитуды  $n$ -кратного тормозного излучения из борновской амплитуды.
- В рамках главного квазиклассического приближения вычислено дифференциальное сечение процесса  $\gamma Z \rightarrow e^+ e^- \gamma' Z$ . Показано, что

кулоновские поправки значительно влияют на дифференциальное сечение этого процесса.

- Проведено исследование применимости квазиклассического приближения на примере упругого рассеяния. Используя точную амплитуду упругого рассеяния, показано, что вклад области угловых моментов  $l \sim 1$  по порядку величины равен вкладу от второй квазиклассической поправки. Таким образом, сделан важный вывод о том, что нельзя выйти за рамки первого квазиклассического приближения без учёта области  $l \sim 1$ .

**В приложениях** описана техника вычисления матричных элементов однократного и двойного тормозного излучения.

**Основные результаты диссертации** опубликованы в следующих работах

1. Krachkov P. A., Milstein A. I. Charge asymmetry in the differential cross section of high-energy bremsstrahlung in the field of a heavy atom // Phys. Rev. 2015. Vol. A91, no. 3. P. 032106. arXiv:hep-ph/1501.03897.
2. Krachkov P. A., Lee R. N., Milstein A. I. Double bremsstrahlung from high-energy electrons in an atomic field // Phys. Rev. 2015. Vol. A91, no. 6. P. 062109. arXiv:hep-ph/1504.00765.
3. Krachkov P. A., Lee R. N., Milstein A. I. High-energy ..+... photoproduction in the field of a heavy atom accompanied by bremsstrahlung // Phys. Rev. 2014. Vol. A90, no. 6. P. 062112. arXiv:hep-ph/1410.6566.
4. Krachkov P. A., Lee R. N., Milstein A. I. Small-angle scattering and quasiclassical approximation beyond leading order // Phys. Lett. 2015. Vol. B751. P. 284-288. arXiv:physics.atom-ph/1507.04111.

КРАЧКОВ Петр Александрович

**Исследование процессов квантовой электродинамики  
в сильных атомных полях при высоких энергиях**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

---

Сдано в набор 7.10.2016 г.

Подписано к печати 10.10.2016 г.

Формат 60×90 1/16 Объём 0,6 печ.л., 0,5 уч.-изд.л.

Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 14

---

Обработано на IBM PC и отпечатано  
на ротапинтере ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*