

На правах рукописи



Волчок Евгения Павловна

**КОНВЕРСИЯ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КАК МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ
УЗКОПОЛОСНОГО ТЕНРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

1.3.9. Физика плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

НАУЧНЫЙ
РУКОВОДИТЕЛЬ: — доктор физико-математических наук
Тимофеев Игорь Валериевич

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

Брантов Андрей
Владимирович — доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук, высококвалифицированный ведущий научный сотрудник

Корнеев Филипп
Александрович — кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», доцент

ВЕДУЩАЯ
ОРГАНИЗАЦИЯ: — Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

Защита диссертации состоится «7» октября 2026 года в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.1.162.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук и на сайте <https://inp.nsk.su/obrazovanie/dissertatsionnye-sovety#24-1-162-02>

Автореферат разослан «22» июля 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор РАН



Лотов Константин
Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Электромагнитная (ЭМ) эмиссия на гармониках плазменной частоты является одним из ключевых источников информации о процессах, протекающих в плазме. Для космической и солнечной плазмы электромагнитное излучение выступает как основной, а порой и единственный диагностический инструмент, что делает изучение механизмов его генерации важным аспектом прогнозирования космической погоды и понимания физики Солнца. Так, например, широко обсуждаемые в астрофизике солнечные радио всплески II и III типов принято интерпретировать как излучение на плазменной частоте и её второй гармонике, возбуждаемое потоками нетепловых электронов [1; 2]. В лабораторных экспериментах электромагнитная эмиссия из плазмы также широко используется в качестве метода пассивной диагностики. В частности, характеристики излучения на гармониках плазменной частоты отражают особенности развития пучково-плазменной неустойчивости и могут свидетельствовать о наличии интенсивных турбулентных процессов.

Понимание механизмов, ответственных за генерацию излучения, имеет важное значение не только с точки зрения исследования процессов удержания и нагрева плазмы в магнитных ловушках при инжекции в неё электронного пучка, но и может стать основой для создания мощного источника электромагнитного излучения в перспективном терагерцовом (ТГц) диапазоне частот. Поскольку плазменная частота $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m_e}$ определяется плотностью плазмы n_0 (e и m_e заряд и масса электронов), то частота излучения при характерных для лабораторных экспериментов значениях $n_0 = 10^{14} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ лежит в субтерагерцовом и терагерцовом диапазонах: $f = \omega_p / (2\pi) \approx 10^{11} - 10^{13} \text{ Гц}$. Излучение в этом диапазоне представляет интерес для широкого круга приложений, так как оно является не ионизирующим и характеризуется селективной спектральной чувствительностью. Этот факт позволяет использовать ТГц излучение в системах сканирования и неразрушающего контроля. Так как область терагерцовых частот перекрывается с диапазоном, в котором лежат характерные частоты колебаний кристаллической решётки веществ, спиновых волн и вращательных движений молекул, этот диапазон представляет большой интерес для перспективных фундаментальных задач, связанных с направленным воздействием на состояние вещества. ТГц излучение позволяет оказывать резонансное и нерезонансное воздействие на магнитную поляризацию, контролировать нелинейно-оптические эффекты, применяется в нелинейной спектроскопии, высокочастотном ускорении, для воздействий на биологические системы [3–5].

Таким образом, **актуальность** данной работы подтверждается необходимостью понимания механизмов генерации электромагнитного излучения как для создания мощных источников в слабо освоенном ТГц диапазоне частот, так и для изучения различных астрофизических и лабораторных задач.

Степень разработанности темы исследования

Процессы генерации электромагнитного излучения в плазменных системах активно обсуждаются на протяжении десятилетий. Существующая к настоящему времени теоретическая база по этой тематике весьма обширна. Она включает в себя модели, основанные на теории слабой и сильной турбулентности [2; 6], линейные и нелинейные процессы конверсии плазменных колебаний в электромагнитные волны в присутствии неоднородностей плотности [7–9], внешнего магнитного поля [10; 11] и при взаимодействии встречных волн [12; 13].

Несмотря на многообразие работ по исследованию механизмов генерации излучения из плазмы в контексте как лабораторных, так и астрофизических задач, нельзя говорить о достижении полного консенсуса в понимании этих явлений. Это обусловлено как сложностью детектирования всех деталей излучающих систем, так и ограниченностью существующих численных и теоретических методов. Кроме того, исследование новых механизмов и конфигураций открывают путь к созданию новых перестраиваемых по частоте источников электромагнитного излучения в терагерцовом и инфракрасном диапазонах частот. В отличие от методов, основанных на применении нелинейных оптических кристаллов, плазменные источники не имеют порога разрушения вещества и допускают широкую перестройку частоты излучения посредством изменения плотности плазмы.

В данной работе рассматриваются два механизма генерации электромагнитного излучения на первой и второй гармониках плазменной частоты в результате конверсии ленгмюровских колебаний, возбуждаемых пучками заряженных частиц или лазерными импульсами. Преимуществом этих механизмов является возможность генерировать узкополосные ТГц импульсы с высокими значениями мощности и амплитуды электрического поля.

Цели и задачи

Целью данной работы является поиск наиболее эффективных режимов работы двух механизмов генерации узкополосного электромагнитного излучения на плазменной частоте и её второй гармонике. Первый из них, механизм плазменной антенны, базируется на линейной конверсии потенциальных плазменных волн, возбуждаемых в узком плазменном слое, на предварительно созданных периодических возмущениях ионной плотности, второй — предполагает нелинейное взаимодействие в однородной плазме электростатических волн с локально несовпадающими поперечными профилями амплитуды.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Обобщить теорию плазменной антенны для первой гармоники ω_p на случай использования коротких лазерных импульсов в качестве драйвера плазменной волны в неоднородном плазменном слое;
2. Построить теоретическую модель, описывающую генерацию электромагнитного излучения вблизи удвоенной плазменной частоты в модулированном плазменном слое;

3. Найти оптимальные параметры для экспериментальной реализации механизма на встречных кильватерных волнах, возбуждаемых лазерными пучками мульти-тераваттной лазерной системы с длиной волны $\lambda_0 = 830$ нм, длительностью 39 фс и суммарной энергией до 200 мДж и сталкивающихся в сверхзвуковой газовой струе;
4. Исследовать столкновение встречных кильватерных волн в аксиально-симметричной геометрии с учётом динамики подвижных ионов водорода и гелия;
5. Изучить влияние конечной ширины плазмы и поперечных неоднородностей плотности электронов, самосогласованно возникающих при ионизации атомов гелия электрическими полями лазерных импульсов, на генерацию излучения встречными плазменными волнами;
6. С помощью численного моделирования исследовать влияние эффектов перекрытия лазерных импульсов на эффективность генерации излучения и определить оптимальную временную задержку между приходами импульсов в систему;
7. Получить диаграмму направленности излучения при наличии конечного угла столкновения лазерных импульсов и сформулировать требования к углу юстировки лазеров и чувствительности детектора, который будет использован для регистрации излучения;
8. Изучить возможность генерации излучения встречными плазменными волнами с поперечно модулированной интенсивностью;
9. Провести численное моделирование методом частиц в ячейках рассмотренных теоретических механизмов, определить границы применимости теории и проанализировать результаты.

Научная новизна

Получено обобщение теории плазменной антенны для генерации излучения на плазменной частоте на случай короткого лазерного драйвера. Поскольку в этом случае частота генерируемого излучения в точности соответствует границе прозрачности для электромагнитных волн излучаемые колебания способны покидать относительно тонкую плазму диффузионным образом. В присутствии продолжительной накачки это приводит к накоплению и усилению колебаний. Кроме того, амплитуда возбуждаемого ω_p -излучения, несмотря на эффекты дифракции лазерного импульса, остаётся равномерной по интенсивности вдоль продольной оси на расстояниях вплоть до нескольких длин Рэля от точки фокуса. Эти эффекты позволяют достичь эффективности конверсии лазерного излучения в терагерцовое на уровне 0.3%.

Построена теория генерации излучения на удвоенной плазменной частоте по механизму плазменной антенны. В этой модели ленгмюровская волна, возбуждаемая длинноимпульсным электронным пучком, рассеивается на модуляции плотности, порождая длинноволновой сателлит. Нелинейное взаимодействие сателлита с исходной волной приводит к генерации излучения вблизи второй гармоники плазменной частоты. Показано, что эффективность такого

механизма может достигать нескольких процентов от полной мощности электронного драйвера.

При моделировании нелинейного взаимодействия кильватерных волн, возбуждаемых встречными лазерными импульсами с разными фокальными пятнами, было обнаружено, что, наравне с указанным механизмом, вклад в полную энергию излучения даёт также механизм плазменной антенны, который начинает играть роль, когда в плазме возникает модуляция ионной плотности, возбуждаемая пондеромоторной силой взаимодействующих кильватерных волн. Показано также, что столкновение быстро осциллирующих лазерных полей приводит к формированию стоячей ЭМ волны, которая посредством пондеромотивной силы возбуждает коротковолновую модуляцию плотности ионов в области наиболее интенсивной генерации излучения. Этот эффект приводит к более быстрому затуханию энергии кильватерных волн, и, следовательно, к значительному снижению интенсивности локального излучения на второй гармонике плазменной частоты. Чтобы избежать влияния этого эффекта предложено инжектировать узкий лазерный импульс с небольшой задержкой относительно инъекции широкого импульса. В работе также получены оптимальные параметры и сформулированы требования к экспериментальной реализации механизма $2\omega_p$ излучения встречными лазерными импульсами на ТВТ-ной лазерной системе в ИЛФ СО РАН.

Продемонстрировано, что использование широко аппертурных кильватерных волн с пространственно модулированной интенсивностью позволяет обойти предел по лазерной энергии, которую можно эффективно преобразовать в излучение в схеме со встречными волнами с отличающимися профилями потенциалов, и достичь величины конверсии $\sim 1\%$.

Теоретическая и практическая значимость работы

Рассматриваемые в данной работе механизмы электромагнитной эмиссии позволяют получать импульсы терагерцового излучения с узкой спектральной линией и большой амплитудой электрического поля. Универсальность предложенных схем по отношению к типу драйвера: мощные лазерные импульсы или мультигигаваттные электронные пучки, — позволяет рассматривать их как основу для перестраиваемого по частоте источника терагерцового излучения, способного достичь высоких значений энергии и мощности. Такие источники ТГц волн востребованы в задачах высокочастотного ускорения и резонансного воздействия на состояния вещества. Полученные в работе параметры планируется использовать для экспериментальной проверки механизма на встречных кильватерных волнах. Этот эксперимент может стать первым шагом на пути к источнику перестраиваемого узкополосного ТГц излучения.

Исследованные в работе механизмы могут быть также важны для интерпретации как лабораторных экспериментов по инъекции в плазму килоамперных релятивистских электронных пучков, так и процессов генерации излучения на Солнце. Так как излучение на гармониках плазменной частоты определяется

плотностью плазмы, обсуждаемые механизмы электромагнитной эмиссии могут использоваться и в качестве косвенной диагностики профиля плотности.

Методология и методы исследования

Работа посвящена теоретическому исследованию методов генерации излучения. Представленная аналитическая теория построена в приближении двухжидкостной магнитной гидродинамики. Верификация полученных теоретических предсказаний и оценок осуществляется с помощью численного моделирования методом частиц в ячейках в 2D декартовой и цилиндрической геометрии, а также в трёхмерной декартовой геометрии.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Линейная конверсия лазерной кильватерной волны на продольной модуляции плотности плазмы, предварительно созданной в узком плазменном канале с шириной $10 - 20 c/\omega_p$, позволяет генерировать импульсы узкополосного ($\Delta\omega/\omega_p = 5\%$) терагерцового излучения на плазменной частоте ω_p благодаря механизму плазменной антенны с эффективностью оптико-терагерцового преобразования энергии на уровне 0.3%.
2. Антенный механизм электромагнитной эмиссии на второй гармонике плазменной частоты, предполагающий нелинейное взаимодействие неустойчивой плазменной волны, возбуждаемой электронным пучком на черенковском резонансе, с длинноволновым сателлитом этой волны, возникающим из-за рассеяния на предварительно созданной модуляции плотности плазмы, позволяет конвертировать в терагерцовое излучение несколько процентов мощности электронного пучка.
3. Для демонстрации эффекта генерации электромагнитного излучения на удвоенной плазменной частоте в процессе столкновения двух лазерных кильватерных волн с эффективностью преобразования энергии 0.02% эксперимент на тераваттной лазерной системе в ИЛФ СО РАН с полной энергией 0.2 Дж, длиной волны 830 нм и длительностью импульса 39 фс должен иметь следующие оптимальные параметры: встречные лазерные пучки с энергией 184 мДж и 16 мДж должны фокусироваться в центр сверхзвуковой гелиевой струи с плотностью $(1.2 - 1.3) \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ в пятна с радиусами 18 мкм и 6.3 мкм, приходя в фокальную плоскость с относительной задержкой в $2 - 2.5$ пс, а угол между осями их распространения не должен превышать 5° .
4. Эффективность генерации электромагнитного излучения на второй гармонике плазменной частоты при столкновении встречных лазерных кильватерных волн возрастает до 1%, если каждая из этих волн создаётся парой интерферирующих лазерных импульсов и имеет поперечную модуляцию амплитуды с периодом, равным длине генерируемого излучения.

Степень достоверности и апробация результатов

Представленные в работе предсказания аналитической теории и результаты численного моделирования из первых принципов непротиворечивы, соответствуют общепринятым физическим представлениям и согласуются между собой. Использованный численный код базируется на известных проверенных алгоритмах вычисления эволюции частиц, полей и токов, а также многократно протестирован на базовых физических задачах с общеизвестными решениями.

Основные результаты исследований, лежащие в основе диссертации, в виде 6 докладов представлены и обсуждались на 4 международных и 2 российских конференциях: 43я Международная конференция, посвящённая инфракрасным, миллиметровым и терагерцовым волнам IRMMW-THz 2018 (г. Нагоя, Япония, 2018), Конкурс молодых учёных ИЯФ СО РАН 2018, секция физики плазмы (г. Новосибирск, 2018), Конкурс молодых учёных ИЯФ СО РАН 2020, секция физики плазмы (г. Новосибирск, 2020), 4я Международная конференция Терагерцовое и микроволновое излучение: генерация, детектирования и применение TERA-2020 (г. Томск, 2020), 48я Международная конференция по физике плазмы ICOPS-2021 (г. Стейтлайн, США, 2021 – в онлайн формате), 46я Международная конференция, посвящённая инфракрасным, миллиметровым и терагерцовым волнам IRMMW-THz 2021 (г. Ченгду, Китай, 2021 – в онлайн формате).

Представленные в работе результаты также были опубликованы в отчётах о научно-исследовательской работе в проектах Российского фонда фундаментальных исследований (Соглашения №18-42-540010, 18-02-00232, 19-07-00446, 20-32-70055), проекте Российского научного фонда (Соглашение №19-71-00054), а также проекте №21-1-2-36-3 Фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

Публикации

По теме диссертации опубликовано 6 работ, из которых 1 публикация в научном журнале из списка ВАК при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации [A1], 5 публикаций в рецензируемых научных изданиях, входящих в базы Scopus и Web of Science и приравненных к статьям из списка ВАК [A2—A6].

Личный вклад автора в получение научных результатов, лежащих в основе диссертации, является определяющим. Автором лично была получена аналитическая теория для описания излучения на первой гармонике плазменной частоты при распространении короткого лазерного импульса по плазме с предварительно модулированной плотностью и проведено численное моделирование этой задачи [A2]. Автором были получены теоретические зависимости для амплитуды и мощности $2\omega_p$ -излучения, накачиваемого электронным пучком в тонкой модулированной плазме, исследованы зависимости характеристик излучения от ширины плазмы, волнового числа и амплитуды модуляции ионной плотности, а также проанализированы результаты численного моделирования [A3]. Автором были получены оптимальные параметры для экспериментальной реализации механизма на встречных кильватерных волнах с несовпадающими

поперечными профилями и проанализированы результаты численного моделирования, учитывающие влияние ионной динамики на реализацию механизма [A4], а также эффекты перекрытия быстро осциллирующих лазерных полей [A5]. Автором было получено угловое распределение излучения при наличии малого угла между оптическими осями сталкивающихся лазерных импульсов, проведены сравнения с результатами численного моделирования и получены оценки для ожидаемой интенсивности излучения в месте предполагаемого расположения детектора [A6]. В задаче взаимодействия модулированных по амплитуде плазменных волн с широкими апертурами, распространяющихся навстречу друг другу с малым прицельным параметром, вклад автора состоял в получении теоретических зависимостей, определении оптимальных параметров схемы генерации, определении параметров численного моделирования и последующего анализа результатов [A1]. Автор принимал непосредственное участие в подготовке и написании публикаций.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём работы составляет 142 страницы, включая 44 рисунка и 1 таблицу. Список литературы содержит 116 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках диссертационной работы, формулируются цель и задачи, обосновываются научная новизна и показана теоретическая и практическая значимость полученных результатов, представлены научные положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена обобщению механизма плазменной антенны на случай линейной конверсии лазерной кильватерной волны в электромагнитное излучение на плазменной частоте и поиску оптимального режима его генерации.

В **разделе 1.1** обсуждается возбуждение кильватерной волны линейно поляризованным лазерным импульсом с гауссовым профилем, длиной волны λ_0 и частотой ω_0 . В однородной плазме лазерный импульс малой интенсивности $I_0 = \pi c/2(a_0/\lambda_0)^2(m_e c^2/e)^2$, которой соответствует безразмерный векторный потенциал $a_0 = eA_0/(m_e c^2) \ll 1$, возбуждает потенциальную плазменную волну, характеризующуюся волновым вектором $k = 1/v_g = 1/\sqrt{1 - 1/\omega_0^2} \approx 1$ (где v_g — групповая скорость лазерного импульса в единицах скорости света c) и частотой $\omega = 1$ в единицах ω_p .

В **разделе 1.2** обсуждается механизм излучения. Рассеяние потенциальной плазменной волны на периодическом возмущении ионной плотности с волновым числом q приводит к возбуждению длинноволнового сателлита $k - q$, способного попасть в резонанс с электромагнитными вакуумными колебаниями. Генерируемое таким образом излучение распространяется под углом $\tan \theta_1 = \sqrt{v_g^2 - (1 - q/k)^2}/(1 - q/k)$. Для случая $k = q$ первая гармоника плазменной

частоты генерируется под прямым углом к границе плазменного слоя, а её амплитуда линейным образом растёт с ростом размера фокусного пятна σ_0 лазерного импульса:

$$E_0 = \frac{\sqrt{\pi}\delta n\Phi_0\sigma_0}{4v_g\sqrt{2 + \sigma^2/\sigma_n^2}}, \quad (1)$$

где Φ_0 обозначает амплитуду кильватерной волны, а $\sigma(z) = \sigma_0\sqrt{1 + z^2/\mathcal{R}^2}$ — ширину лазерного импульса в зависимости от расстояния от фокуса z , $\mathcal{R} = \omega_0\sigma_0^2/2$ определяет длину Рэлея. Если модуляция плотности с глубиной $\delta n(x) = \delta n \exp(-x^2/\sigma_n^2)$ однородна в поперечном направлении ($\sigma_n \rightarrow \infty$), амплитуда излучения не зависит от продольной координаты, несмотря на дифракционное расплывание лазерного импульса.

Раздел 1.3 посвящён краткому описанию метода частиц в ячейках, который используется для моделирования генерации излучения при распространении короткого лазерного импульса в продольно модулированном плоском плазменном слое. Результаты численного моделирования представлены в **разделе 1.4**. Показано (Рисунок 1), что в рассматриваемой системе возбуждается когерентное электромагнитное излучение на первой гармонике плазменной частоты с шириной спектра $\sim 5\%$. Результаты численного моделирования подтверждают однородность амплитуды излучения в продольном направлении на масштабах нескольких длин Рэлея. Показано, что эффективность оптико-терагерцового преобразования может достигать 0.3% . В **разделе 1.5** приводится заключение. Результаты данной главы опубликованы в работе [A2].

Вторая глава посвящена построению теории генерации электромагнитного излучения на второй гармонике плазменной частоты в результате нелинейной конверсии доминирующей моды в тонкой неустойчивой системе плазма-электронный пучок на продольной модуляции плотности плазмы и исследованию зависимости эффективности излучения от параметров системы [A3].

В **разделе 2.1** кратко обсуждаются особенности развития продольной двух-поточковой неустойчивости в тонком плазменном канале и возбуждение квазистационарной плазменной волны с частотой $\omega_b = 1 - n_b^{1/3}/2^{4/3}/\gamma_b$ и волновым вектором $k_{\parallel} = \omega_b/v_b$, где n_b — относительная плотность электронного пучка, а $\gamma_b = (1 - v_b^2)^{-1/2}$ — его релятивистский фактор, посчитанный по безразмерной скорости пучка v_b .

В **разделе 2.2** представлен механизм пучково-плазменной антенны для второй гармонике излучения. Такое излучение возникает вследствие нелинейного взаимодействия между первичной пучковой модой и сателлитом с волновым вектором $k_{\parallel} - q$, а также в результате рассеяния второй гармонике неустойчивой пучковой волны на модуляции плотности. Эффективность генерации излучения пропорциональна квадрату амплитуды возмущения плотности δn^2 , а также четвёртой степени амплитуды плазменной волны.

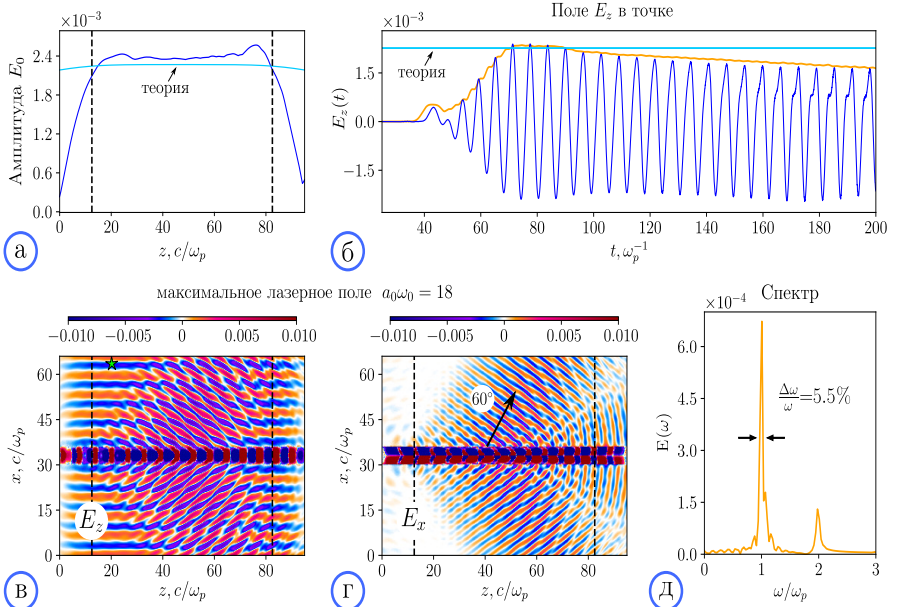


Рисунок 1 — Результаты численного моделирования для случая $\sigma_0 = 1.5c/\omega_p$, $a_0 = 0.7$, ширина плазмы $2l = 6c/\omega_p$, волновое число модуляции $q = k$: (а) максимальная амплитуда E_0 излучаемой электромагнитной волны на плазменной частоте как функция продольной координаты z (пунктирные вертикальные линии обозначают переходную область, где пондеромоторная сила плавно включается/выключается); (б) история E_z -поля, измеренного в отдельной точке пространства, обозначенной зелёной звёздочкой на карте электрического поля $E_z(x, z)$; (в) карта электрического поля $E_z(x, z)$ в момент времени $t = 130\omega_p^{-1}$; (г) карта поля $E_x(x, z)$ в момент времени $t = 130\omega_p^{-1}$; (д) Фурье спектр E_z -поля, показанного на (б)

В разделе 2.3 обсуждаются параметры численного моделирования инжекции тонкого $d_b \sim c/\omega_b$ электронного пучка в плазму с предварительно промодулированной по гармоническому закону ионной плотностью. В разделе 2.4 описаны результаты численного моделирования. Излучение представлено в виде ТМ- и ТЕ-поляризованных мод, включающих компоненты полей $\{E_x, E_z, B_y\}$ и $\{B_x, B_z, E_y\}$, соответственно. Показано, что максимальная эффективность генерации излучения достигается при волновом числе модуляции $q = 4.1$. Оптимальная ширина плазмы для генерации ТМ моды излучения составляет $\approx 6c/\omega_p$ с эффективностью $\sim 2\%$, что хорошо согласуется с теоретическими предсказаниями (Рисунок 2). Для ТЕ моды оптимальная ширина $2l = 10c/\omega_p$, однако эффективность излучения в численном моделировании ($\sim 2.5\%$) почти в 2 раза превышает теоретическое значение, вследствие нарушения предположения о

поперечной однородности доминирующей пучковой моды при большей ширине плазмы. Получено, что предсказания линейной теории справедливы при величине относительной глубины модуляции $\delta n < 4\%$. **Раздел 2.5** подводит итоги данной главы.

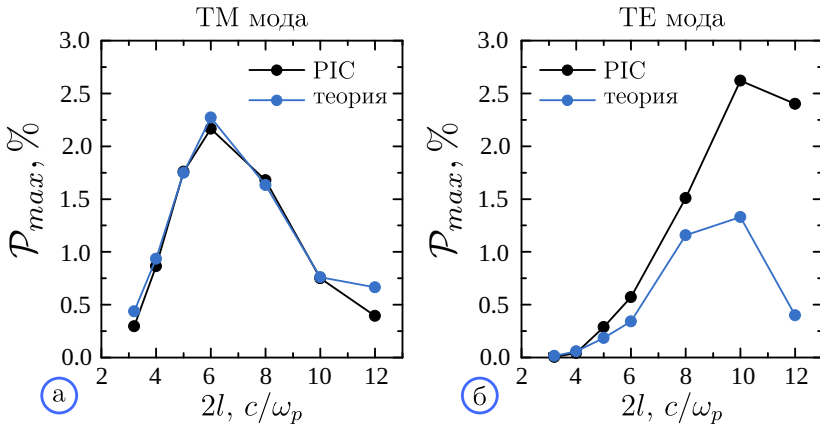


Рисунок 2 — Максимальная эффективность P_{max} (а) ТМ и (б) ТЕ излучения как функция ширины плазмы $2l$ для фиксированного периода модуляции $q = 4.1$ в численном PIC моделировании и в теории с учётом зависимости амплитуды пучковой волны от ширины плазмы

В **третьей главе** обсуждается электромагнитная эмиссия на второй гармонике плазменной частоты в результате нелинейного взаимодействия встречных плазменных волн, возбуждаемых короткими лазерными импульсами. В **разделе 3.1** кратко излагается идея механизма, изначально предложенного в работе [14]. Взаимное рассеяние плазменных волн с несовпадающими поперечными профилями на возмущениях плотности, создаваемых каждой из волн, приводит к возникновению нескомпенсированного электрического тока, осциллирующего на удвоенной плазменной частоте $j \sim -\delta n_1 v_2 - \delta n_2 v_1 \propto \exp(-2i\omega_p)$.

В **разделе 3.2** описаны особенности используемой численной модели. Для моделирования взаимодействия лазерного излучения с плазмой в линейном режиме используется два подхода [A4]. Первый основан на модели виртуального лазерного импульса, подразумевающей замену лазерного излучения пондеромоторной силой его огибающей, и реализован в аксиально-симметричной 2D геометрии. Второй — воспроизводит реальную динамику лазерных полей в плоской декартовой геометрии. Моделирование учитывает динамику подвижных ионов.

Для моделирования процессов ионизации газа полями лазерных импульсов был использован подход, предложенный в работе [15]. В нём учитывается туннельная и надбарьерная ионизация, а для сшивки этих режимов используется

эмпирическая модель Бауэра-Мюлсера, в которой скорость ионизации пропорциональна квадрату электрического поля [16].

Излучение второй гармоники не подвержено плазменной экранировке, а отсутствие необходимости создавать неоднородный профиль плотности позволяет генерировать излучение с узкой спектральной линией с шириной $\sim 1\text{--}2\%$. Для проверки работоспособности обсуждаемого механизма предполагается проведение демонстрационного эксперимента на базе имеющейся в Институте лазерной физики (ИЛФ) СО РАН мульти-гераваттной лазерной системы [17] с длиной волны $\lambda_0 = 830$ нм, длительностью от 20 фс и энергией до 200 мДж. **Раздел 3.3** посвящён подбору параметров лазер-плазменной системы для этого эксперимента. Полученные параметры перечислены в Таблице 1.

Таблица 1 — Параметры демонстрационного эксперимента

Параметр	Величина
Длина волны лазерного излучения, λ_0	830 нм
Энергия 1-го лазерного импульса, \mathcal{W}_{L1}	16 мДж
Энергия 2-го лазерного импульса, \mathcal{W}_{L2}	184 мДж
Размер фокуса 1-го лазерного импульса, σ_{01}	6.3 мкм
Размер фокуса 2-го лазерного импульса, σ_{02}	18 мкм
Максимальная интенсивность 1-го лазера, $I_{01}(a_{01} = 0.67)$	$8.9 \cdot 10^{16}$ Вт/см ²
Максимальная амплитуда поля 2-го лазера, $I_{02}(a_{02} = 0.8)$	$1.27 \cdot 10^{17}$ Вт/см ²
Длительность лазерных импульсов, τ	39 фс
Плотность электронов плазмы, n_0	$2.5 \cdot 10^{18}$ см ⁻³
Радиус плазменного канала, R	40 мкм
Длина излучающей области	0.6 мм
Диаметр сопла	1.5 мм
Частота ТГц излучения, $2\omega_p/(2\pi)$	28.4 ТГц

Раздел 3.4 посвящён исследованию точности описания кильватерных волн в модели с виртуальным лазерным импульсом в сравнении с моделированием реальных лазерных полей при параметрах, определённых в **разделе 3.3**. Получена поправка для эффективности излучения в модели с виртуальным лазерным импульсом, составляющая $\sim 30\%$.

Результаты численного моделирования столкновения встречных лазерных импульсов в аксиально-симметричной геометрии с учётом динамики подвижных ионов представлены в **разделе 3.5** и на Рисунке 3. Показано [A4], что механизм встречных кильватерных волн, который сформулирован в условиях однородной ионной плотности, работает в течение первых пикосекунд (Рисунки 3 а и в). В плазме с ионами конечной массы этот механизм сменяется механизмом плазменной антенны, основанным на рассеянии каждой кильватерной волны на продольной модуляции плотности и также приводящим к генерации излучения на второй гармонике плазменной частоты (Рисунки 3 б и г). Максимальная

мощность излучения, генерируемого на частоте 28.4 ТГц при плотности плазмы $n_0 = 2.5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, достигает 20–30 МВт при суммарной энергии 30–40 мкДж, что соответствует эффективности конверсии 0.015% – 0.02%.

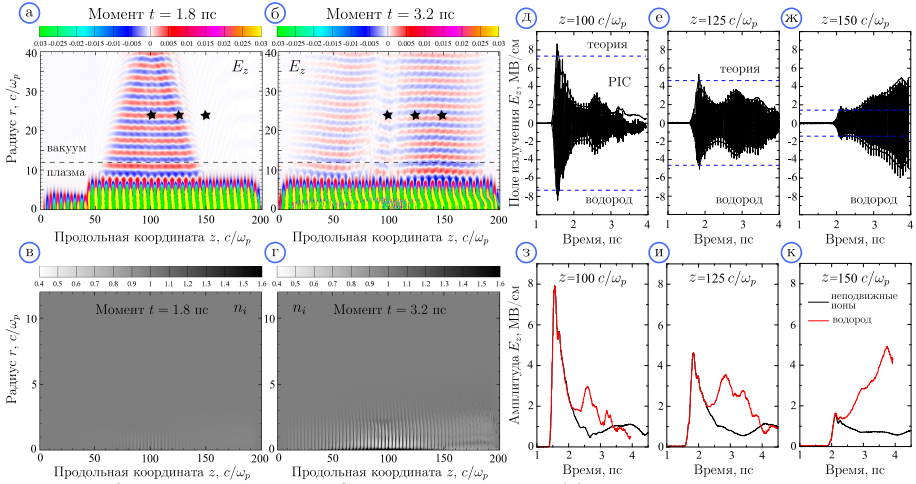


Рисунок 3 — Результаты PIC моделирования: (а) карта электрического поля $E_z(r, z)$ в момент $t = 1.8 \text{ пс}$, вычисленного с учётом динамики ионов водорода (чёрные звезды показывают точки, в которых записывалась временная эволюция излучающего поля), (б) карта электрического поля $E_z(r, z)$ в момент $t = 3.2 \text{ пс}$, (в) плотность ионов водорода $n_i(r, z)$ в момент $t = 1.8 \text{ пс}$, (г) плотность ионов водорода $n_i(r, z)$ в момент $t = 3.2 \text{ пс}$, (д)–(ж) временная эволюция поля E_z в различных пространственных точках $z = 100, 125, 150 c/\omega_p$, отмеченных на графике (а), (з)–(к) зависимость поля излучения от времени (огibaющая E_z) для ионов водорода (красным) и неподвижных ионов (чёрным)

В разделе 3.6 обсуждается эффект перекрытия высокочастотных лазерных полей, который приводит к формированию стоячей электромагнитной волны большой амплитуды, возбуждающей посредством пондеромоторной силы коротковолновую модуляцию ионной плотности [A5]. Такая модуляция усиливает затухание энергии кильватерных волн, приводя к уменьшению локальной интенсивности излучения. Получено, что, для того чтобы минимизировать этот эффект, оптимальная временная задержка прихода более узкого лазерного импульса в центр системы должна составлять 2 – 2.5 пс.

В разделе 3.7 исследуется зависимость мощности излучения и углового распределения в от конечного угла α между оптическими осями встречных лазерных импульсов. Показано [A6], что относительная мощность излучения при $\alpha \sim 5^\circ$ падает не более, чем на 20% по сравнению с лобовым столкновением лазерных импульсов, а диаграмма направленности излучения представляет собой

тонкий диск, ориентированный поперёк оси узкого лазерного импульса, при равномерном распределении по азимутальному углу. Численное моделирование в трёхмерной геометрии, представленное на Рисунке 4, показывает хорошую сходимость с теоретическими предсказаниями и результатами моделирования в 2D геометрии.

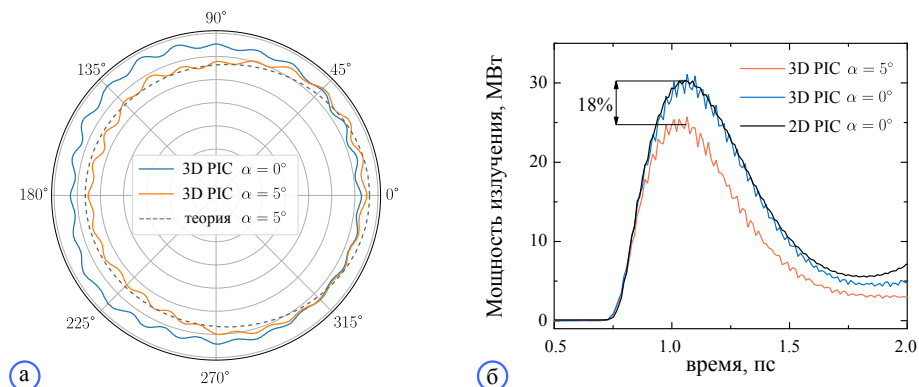


Рисунок 4 — (а) Сравнение углового распределения излучения, полученного в 3D моделировании методом частиц в ячейках, с теоретическим распределением; (б) временная зависимость мощности излучения в численном моделировании для случаев $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 5^\circ$

В разделе 3.8 обобщаются результаты, полученные в данной главе.

В четвёртой главе исследуется возможность многократного увеличения эффективности излучения в схеме столкновения плазменных кильватерных волн благодаря пространственной модуляции их амплитуд парой интерферирующих лазерных импульсов.

В разделе 4.1 приводятся теоретические зависимости для обсуждаемого механизма в плоской декартовой геометрии. Выражение для поперечно модулированной кильватерной волны, возбуждаемой парой интерферирующих лазерных импульсов, фокусирующихся в одну точку под малым углом α , приводится в разделе 4.2. Оптимальные параметры генерации, такие как величина прицельного параметра $\kappa\Delta \approx \pi$, где период модуляции амплитуды волны $\kappa = 2\omega_0 \sin \alpha$, и оптимальный угол сведения лазерных импульсов $\alpha = \arcsin(\sqrt{3}/(2\omega_0))$, получены в разделе 4.3.

В разделе 4.4 обсуждаются параметры моделирования методом частиц в ячейках. В разделе 4.5 представлены результаты сравнения модели виртуального лазерного импульса и самосогласованно эволюционирующих лазерных полей с теоретическим профилем модулированной кильватерной волны.

Генерация $2\omega_p$ -излучения при нелинейном взаимодействии модулированных плазменных волн в численном моделировании для $\sigma_0 = 10 - 30 c/\omega_p$

обсуждается в **разделе 4.6**. Показано, что такие широкие кильватерные волны гораздо менее подвержены дифракции. Этот факт позволяет повысить эффективность схемы излучения вплоть до 1% от суммарной энергии лазерных импульсов (Рисунок 5). В **разделе 4.7** приводятся оценки параметров генерируемого излучения для лазерной системы XCELS [18]. При генерации излучения в плазме с плотностью $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ (частота излучения 5.7 ТГц) 4-х канальной лазерной системой с суммарной энергией 1.5 кДж и длиной волны $\lambda_0 = 910 \text{ нм}$ и при эффективности в 1% энергия электромагнитных волн достигает 15 Дж при длительности 3–5 пс [А1]. Итоги этой главы подводятся в **разделе 4.8**.

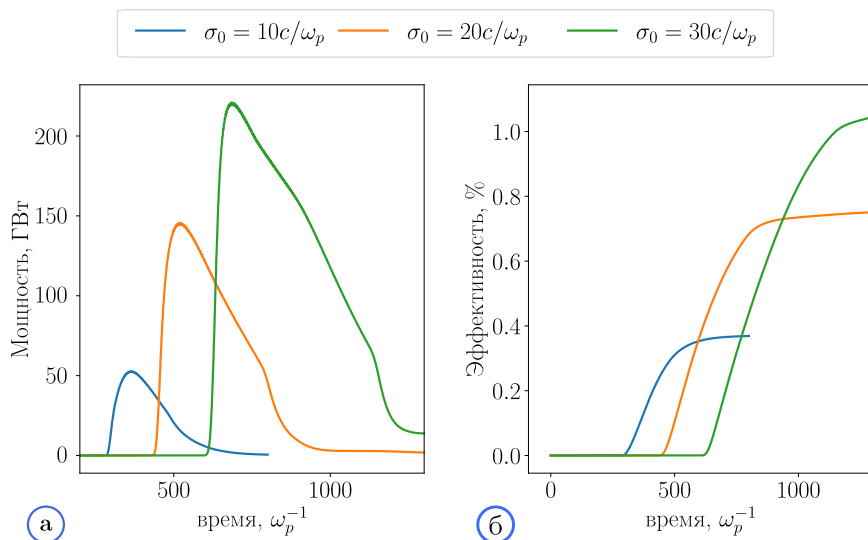


Рисунок 5 — Временные зависимости мощности (а) и эффективности (б) излучения для $\sigma = 10 - 30 c/\omega_p$ при фиксированном $\sigma_y = 100 c/\omega_p$

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью данной работы было исследование двух механизмов генерации электромагнитного излучения вблизи первой и второй гармоник плазменной частоты за счёт линейной и нелинейной конверсии потенциальных плазменных колебаний, возбуждаемых либо короткими лазерными импульсами, либо длинноимпульсными электронными пучками. Первый (антенный) механизм предполагает конверсию плазменных волн на предварительно созданной

продольной модуляции плотности ионов в тонком плазменном канале. Исследованию этого механизма посвящены первые две главы работы. Второй механизм основывается на нелинейном взаимодействии лазерных кильватерных волн с локально несовпадающими профилями электростатического потенциала. Ему посвящены следующие две главы работы. Ниже кратко перечислены основные результаты, полученные в работе.

Первая глава изучает особенности генерации электромагнитного излучения на фундаментальной гармонике плазменной частоты в результате линейной конверсии лазерной кильватерной волны на периодической модуляции ионной плотности. В рамках этой главы

- теория плазменной антенны обобщена на случай, когда плазменная волна возбуждается на границе прозрачности плазмы и не имеет частотного сдвига, как при накачке неустойчивыми электронными пучками;
- показано, что, несмотря на дифракцию лазерного драйвера, кильватерная волна генерирует узкополосное (с шириной линии 5%) ω_p -излучение с равномерно распределённой вдоль оси интенсивностью, а полная эффективность преобразования энергии достигает 0.3%;
- установлено, что электромагнитное излучение на частоте отсечки ω_p , возбуждаемое продолжительной накачкой, может покидать относительно тонкий плазменный слой, диффузионно проникая к границе и увеличивая при этом свою амплитуду.

В рамках второй главы исследовался механизм плазменной антенны на удвоенной плазменной частоте, реализующийся для электронного пучка. В этой главе

- разработана теория генерации излучения по механизму пучково-плазменной антенны вблизи второй гармоники плазменной частоты и показано, что такое излучение возникает в результате нелинейного взаимодействия наиболее неустойчивой пучковой моды с сателлитом, возникающим при рассеянии первоначальной волны на модуляции плотности;
- с помощью численного моделирования изучена зависимость амплитуды $2\omega_p$ -излучения в замагниченной системе плазма-пучок от ширины плазмы, периода и глубины модуляции; показано, что эффективность излучения в результате механизма плазменной антенны может достигать нескольких процентов.

Электромагнитное излучение на второй гармонике плазменной частоты, возникающее в результате нелинейного взаимодействия распространяющихся навстречу друг другу лазерных кильватерных волн рассматривается в Главах 3 и 4. Третья глава сфокусирована на исследовании оптимальных условий для экспериментальной реализации этого механизма. Результаты этой главы перечислены ниже.

- Определены оптимальные параметры демонстрационного эксперимента по генерации электромагнитного излучения встречными кильватерными

волнами на базе лазерной системы ИЛФ СО РАН. При инъекции двух аскиально-симметричных лазерных импульсов с энергиями 16 мДж и 184 мДж, фокусирующихся параболическими зеркалами в центр сверхзвуковой гелиевой струи с плотностью $(1.2 - 1.3) \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ в пятна с радиусами 6.3 и 18 мкм, соответственно, ожидается возбуждение электромагнитного излучения на частоте 28 ТГц длительностью несколько пикосекунд с эффективностью оптико-терагерцового преобразования энергии на уровне 0.02%.

- С помощью численного моделирования методом частиц в ячейках исследовано влияние динамики подвижных ионов на генерацию излучения при нелинейном взаимодействии встречных плазменных волн. Показано, что к механизму, основанному на столкновении встречных волн с отличающимися поперечными профилями, на поздних стадиях добавляется механизм плазменной антенны, основанный на рассеянии каждой кильватерной волны на продольной модуляции плотности, созданной пондеромоторной силой взаимодействующих плазменных волн.
- Включение в PIC модель процессов ионизации гелия лазерными импульсами показало, что неоднородности плотности на периферии канала не оказывают влияния на процесс излучения.
- Показано, что задержка прихода узкого лазерного импульса в 2 – 2.5 ps относительно широкого позволяет избежать формирования стоячей плазменной волны, возникающей в области перекрытия быстроосциллирующих лазерных полей и приводящей к уменьшению амплитуды излучения в области наиболее интенсивного взаимодействия встречных волн.
- Получено угловое распределение интенсивности излучения в дальней зоне источника при параметрах планируемого эксперимента и сформулированы требования как к углу юстировки лазера ($< 5^\circ$), так и чувствительности детектора: максимальная плотность излучаемой энергии на расстоянии 10 см от фокуса лазера ожидается на уровне 1.5 мкДж/см^2 .

В последней главе исследована возможность повысить эффективность схемы столкновения лазерных кильватерных волн и масштабировать её на самые мощные лазерные системы. В этой главе

- разработана теория нелинейной генерации электромагнитного излучения на второй гармонике плазменной частоты в результате столкновения встречных лазерных кильватерных волн с асимметричной мелкомасштабной поперечной структурой, каждая из которых создаётся парой интерферирующих лазерных импульсов;
- показано, что эффективность конверсии энергии лазерных импульсов в излучение растёт с увеличением поперечного размера возбуждаемой волны вследствие более слабой дифракции широких лазерных импульсов и может достигать порядка 1%;

- для демонстрации возможности эффективно масштабировать предложенную схему на современные лазерные системы ПВт-ного уровня мощности были приведены оценки параметров излучения для лазерной системы XCELS: при суммарной энергии лазерных импульсов в 1.5 кДж длительностью 140 фс генерация излучения на частоте 5.7 ТГц в плазме с плотностью $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ позволит получить импульсы с энергией до 15 Дж при длительности 3 – 5 пс.

Полученные в данной работе результаты открывают возможность создания источника узкополосного ТГц излучения с рекордными импульсными значениями мощности и энергии.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК

- A1. Генерация узкополосного ТГц излучения за счёт столкновения в плазме лазерных кильватерных волн с мелкомасштабной поперечной структурой. – Текст: электронный / Е. П. Волчок [и др.] // Квантовая электроника. — 2023. — Т. 53, № 3. — С. 272–277. — URL: <https://www.mathnet.ru/rus/qel8257> ; Дата публикации: 3.03.2023.
- A2. *Volchok, E. P.* Coherent terahertz emission from a plasma layer due to linear conversion of laser wakefields on pre-modulated ion density. – Текст: электронный / E. P. Volchok, I. V. Timofeev, V. V. Annenkov // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2019. — Т. 61, № 12. — С. 125006. — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab4cfa> ; Дата публикации: 28.10.2019.
- A3. Second harmonic electromagnetic emission in a beam-driven plasma antenna. – Текст: электронный / V. V. Annenkov [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2019. — Т. 61, № 5. — С. 055005. — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab0789> ; Дата публикации: 26.03.2019.
- A4. Simulations of electromagnetic emission from colliding laser wakefields. – Текст: электронный / I. V. Timofeev [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2020. — Т. 62, № 4. — С. 045017. — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab74e6> ; Дата публикации: 26.02.2020.
- A5. Optimal synchronization of laser pulses in THz generation scheme with colliding plasma wakes. – Текст: электронный / I. V. Timofeev [и др.] // Physics of Plasmas. — 2021. — Т. 28, № 1. — С. 013103. — URL: <https://doi.org/10.1063/5.0029848> ; Дата публикации: 6.01.2021.
- A6. *Volchok, E.* Electromagnetic emission due to nonlinear interaction of laser wakefields colliding in plasma at an oblique angle. – Текст: электронный / E. Volchok, V. Annenkov, I. Timofeev // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2021. — Т. 63, № 4. — С. 045001. — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/abdcdB> ; Дата публикации: 8.02.2021.

Список литературы

1. *Ginzburg, V. L.* On the Possible Mechanisms of Sporadic Solar Radio Emission (Radiation in an Isotropic Plasma). – Текст: непосредственный / V. L. Ginzburg, V. V. Zhelezniakov // *Soviet Astronomy*. — 1958. — Т. 2. — С. 653.
2. *Aschwanden, M.* Physics of the solar corona: an introduction with problems and solutions. – Текст: электронный / M. Aschwanden. — Heidelberg : Springer Science Business Media, 2006. — 908 с. — URL: <https://doi.org/10.1007/3-540-30766-4> ; Дата публикации: 30.01.2006.
3. *Kampfrath, T.* Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients. – Текст: электронный / T. Kampfrath, K. Tanaka, K. A. Nelson // *Nature Photonics*. — 2013. — Т. 7, № 9. — С. 680—690. — URL: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.184> ; Дата публикации: 29.08.2013.
4. The 2023 terahertz science and technology roadmap. – Текст: электронный / A. Leitenstorfer [и др.] // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2023. — Т. 56, № 22. — С. 223001. — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/acbe4c> ; Дата публикации: 5.04.2023.
5. Terahertz nanoscopy: Advances, challenges, and the road ahead. – Текст: электронный / X. Guo [и др.] // *Applied Physics Reviews*. — 2024. — Т. 11, № 2. — С. 021306. — URL: <https://doi.org/10.1063/5.0189061> ; Дата публикации: 10.04.2024.
6. *Timofeev, I. V.* Second harmonic electromagnetic emission of a turbulent magnetized plasma driven by a powerful electron beam. – Текст: электронный / I. V. Timofeev // *Physics of Plasmas*. — 2012. — Т. 19, № 4. — С. 044501. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.3701704> ; Дата публикации: 5.04.2012.
7. Emission of Electromagnetic Pulses from Laser Wakefields through Linear Mode Conversion. – Текст: электронный / Z.-M. Sheng [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2005. — Т. 94, вып. 9. — С. 095003. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.095003> ; Дата публикации: 9.03.2005.
8. Harmonic Langmuir waves. I. Nonlinear dispersion relation. – Текст: электронный / P. H. Yoon [и др.] // *Physics of Plasmas*. — 2003. — Т. 10, № 2. — С. 364—372. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.1537238> ; Дата публикации: 1.02.2003.
9. *Timofeev, I. V.* Regimes of enhanced electromagnetic emission in beam-plasma interactions. – Текст: электронный / I. V. Timofeev, V. V. Annenkov, A. V. Arzhannikov // *Physics of Plasmas*. — 2015. — Т. 22, № 11. — С. 113109. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.4935890> ; Дата публикации: 19.11.2015.

10. Radiation from Cerenkov Wakes in a Magnetized Plasma. – Текст: электронный / J. Yoshii [и др.] // Physical Review Letters. — 1997. — Т. 79, вып. 21. — С. 4194—4197. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.4194> ; Дата публикации: 24.11.1997.
11. Experimental Observation of Radiation from Cerenkov Wakes in a Magnetized Plasma. – Текст: электронный / N. Yugami [и др.] // Physical Review Letters. — 2002. — Т. 89, вып. 6. — С. 065003. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.065003> ; Дата публикации: 22.07.2002.
12. Emission of Type II Radio Bursts - Single-Beam Versus Two-Beam Scenario. – Текст: электронный / U. Ganse [и др.] // Solar Physics. — 2012. — Т. 280, № 2. — С. 551—560. — URL: <https://doi.org/10.1007/s11207-012-0077-7> ; Дата публикации: 14.08.2012.
13. *Timofeev, I. V.* Efficient regime of electromagnetic emission in a plasma with counterstreaming electron beams. – Текст: электронный / I. V. Timofeev, V. V. Annenkov // Physics of Plasmas. — 2014. — Т. 21, № 8. — С. 083109. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.4892965> ; Дата публикации: 12.08.2014.
14. *Тимофеев, И. В.* Генерация терагерцового излучения при коллективных взаимодействиях электронных и лазерных пучков с плазмой. – Текст: непосредственный : дис. ...док. физ.-мат. наук : 01.04.08 : защищена 19.09.18 / Тимофеев Игорь Валериевич. — Новосибирск, 2018. — 201 с.
15. *Golovanov, A.* Formula for the ionisation rate of an atom or ion in a strong electromagnetic field for numerical simulation. – Текст: электронный / A. Golovanov, I. Kostyukov // Quantum Electronics. — 2020. — Т. 50, № 4. — С. 350—353. — URL: <https://doi.org/10.1070/qel17309> ; Дата публикации: 4.04.2020.
16. *Bauer, D.* Exact field ionization rates in the barrier-suppression regime from numerical time-dependent Schrödinger-equation calculations. – Текст: электронный / D. Bauer, P. Mulser // Physical Review A. — 1999. — Т. 59, вып. 1. — С. 569—577. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.59.569> ; Дата публикации: 1.01.1999.
17. Coherent combining of femtosecond pulses parametrically amplified in BBO crystals. – Текст: электронный / S. N. Bagayev [и др.] // Optics Letters. — 2014. — Т. 39, № 6. — С. 1517—1520. — URL: <https://doi.org/10.1364/OL.39.001517> ; Дата публикации: 12.05.2014.
18. eXawatt Center for Extreme Light Studies. – Текст: электронный / E. Khazanov [и др.] // High Power Laser Science and Engineering. — 2023. — Т. 11. — e78. — URL: <https://doi.org/10.1017/hpl.2023.69> ; Дата публикации: 30.08.2023.

Волчок Евгения Павловна

**Конверсия плазменных волн в электромагнитные как метод
генерации узкополосного терагерцового излучения**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Сдано в набор 01.06.2026.

Подписано в печать 02.06.2026.

Формат 60×90 1/16 Объем 1.0 печ.л., 0.9 уч.-изд.л

Тираж 100 экз. Заказ №11

Обработано на IBM PC и отпечатано на ротапринте ИЯФ СО РАН
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11