

Содержание

Введение	5
Глава 1. Чармоний и чармониеподобные состояния	7
1.1. Рождение чармония на B -фабриках	7
1.1.1. Распады B -мезонов	7
1.1.2. e^+e^- -аннигиляция с испусканием фотона в начальном состоянии	8
1.1.3. Двухфотонные процессы	9
1.1.4. Парное рождение	9
1.2. Стандартные состояния чармония	10
1.2.1. Теоретические модели	11
1.2.2. Экспериментальные результаты	15
1.3. Экзотические состояния чармония	20
1.3.1. Теоретические модели	21
1.3.2. Экспериментальные результаты	22
Глава 2. B-фабрика и ее модернизация	29
2.1. Коллайдер КЕКВ	29
2.2. Детектор Belle	31
2.2.1. Трековая система	33
2.2.2. Калориметр	35
2.2.3. Система идентификации частиц	35
2.2.4. Триггер и система сбора данных	38
2.3. Калориметр и его модернизация	39

2.3.1. Описание калориметра детектора Belle	39
2.3.2. Модернизация электроники	42

Глава 3. Определение параметров η_c - и $\eta_c(2S)$ -мезонов

в распадах $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K \pi)^0$ 52

3.1. Отбор событий	52
3.2. Изучение интерференции	54
3.2.1. Оценка влияния интерференции	54
3.2.2. Метод учета интерференции	58
3.2.3. Результат подгонки распределений	64
3.3. Оценка систематических ошибок	69
3.4. Обсуждение результатов	74

Глава 4. Поиск распадов B -мезонов в конечные состо-

яния с η_c -мезоном 76

4.1. Обсуждение возможных резонансов в изучаемых конечных состояниях	76
4.2. Отбор событий	77
4.3. Восстановление конечных состояний	79
4.3.1. $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c +$ адроны	79
4.3.2. Экзотические состояния $X_1(3872)$, $X(3730)$ и $X(4014)$	85
4.3.3. Экзотические состояния $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$	90
4.3.4. Состояние $X(3915)$	91
4.4. Оценка систематических ошибок	95
4.5. Обсуждение результатов	101

Заключение	105
Приложение 1	108
Приложение 2	110

Введение

Настоящая работа посвящена изучению чармониев и чармониеподобных состояний в распадах B -мезонов с детектором Belle.

Чармонием называют связанное состояние c - и \bar{c} -кварков, по аналогии с позитронием, являющимся связанным состоянием электрона и позитрона. Кроме формального сходства эти состояния обладают похожими спектроскопией и динамикой распадов. Если позитроний служит лабораторией по проверке квантовой электродинамики, то чармоний дает возможность исследовать свойства сильного взаимодействия (то есть квантовой хромодинамики, КХД). Ввиду неабелевости лагранжиана КХД и взаимодействия глюонов константа сильного взаимодействия растет с расстоянием. Это приводит к невозможности использования теории возмущений на больших расстояниях. Поскольку масса c -кварков относительно большая и размер кваркония меньше радиуса конфайнмента, пертурбативные эффекты на малых расстояниях описываются более надежно для чармония, чем для адронов, состоящих из легких кварков. Кроме того, чармоний также может служить для проверки непертурбативных моделей в КХД. Подробный обзор стандартных и экзотических чармониев можно найти в [1–3].

В 2002 г. началась новая эра в физике чармония. Благодаря данным с B -фабрик было открыто более десяти новых состояний, содержащих $c\bar{c}$ -пару, и только два из них идентифицированы как стандартные состояния чармония. Свойства остальных открытых состояний плохо согласуются с ожидаемыми в $c\bar{c}$ -модели. Такие состояния принято называть чармониеподобными, чтобы подчеркнуть обязательное присутствие $c\bar{c}$ -пары. Обнаружение и изучение чармониеподобных состояний является на данный момент одним из

основных направлений в исследовании физики чарма.

На защиту выносятся следующие положения:

Измерение масс и ширин η_c и $\eta_c(2S)$, а также произведений относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c) \times \mathcal{B}(\eta_c \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$ и $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S)) \times \mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$ с учетом интерференции сигнала с нерезонансным фоном.

Установление верхних пределов на произведения относительных вероятностей рождения и распада экзотических промежуточных состояний в распадах $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \eta$ и $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$.

Разработка алгоритма и создание пакета программ для измерения формы сигнала с усилителя-формирователя для модернизированного калориметра детектора Belle II.

Глава 1

Чармоний и чармониеподобные состояния

1.1. Рождение чармония на B -фабриках

Основной задачей B -фабрик Belle и BaBar было изучение B -физики и нарушения CP-четности. Кроме B -мезонов на B -фабриках с большой вероятностью рождаются $c\bar{c}$ -пары, образующие в результате фрагментации очарованные мезоны и состояния чармония. Кроме того, чармонии рождаются и в распадах B -мезонов. Таким образом, B -фабрики можно рассматривать и как фабрики очарованных частиц и чармониев.

1.1.1. Распады B -мезонов

Одним из источников чармония на B -фабриках являются распады B -мезонов. В пике $\Upsilon(4S)$ -резонанса сечение рождения пары $B\bar{B}$ достигает 1.2 нб, что составляет более 30% от сечения $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$. Относительная вероятность распада B -мезона на чармоний и $K^{(*)}$ -мезон составляет приблизительно 10^{-3} , что является довольно большой вероятностью для распада B -мезона. На рис. 1(а) показана диаграмма рождения чармония J/ψ в распаде B . Кроме J/ψ , в аналогичных процессах может рождаться чармоний с любыми квантовыми числами, что делает этот распад очень удобным для изучения таких состояний. Еще одним преимуществом анализа распадов B является возможность использования кинематических переменных для выделения распадов B и эффективного подавления фона. В данной работе исследовался именно такой способ рождения состояний, содержащих $c\bar{c}$ -пару, поэтому детали анализа подробно описаны в третьей и четвертой главах.

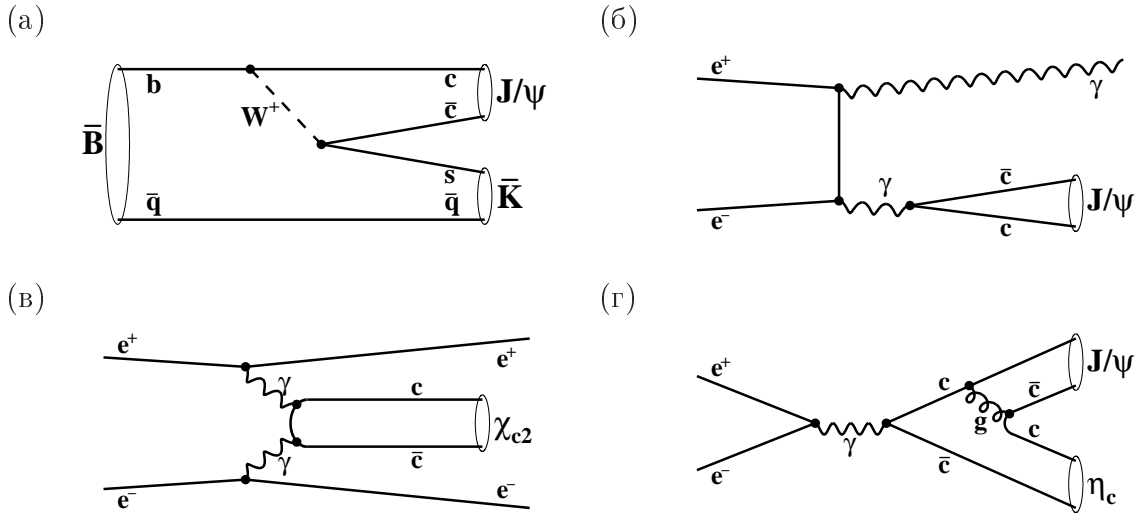


Рис. 1. Диаграммы рождения чармония в различных процессах на B -фабриках: (а) в распадах B -мезонов, (б) в e^+e^- -аннигиляции с испусканием фотона в начальном состоянии, (в) в двухфотонном взаимодействии, (г) в e^+e^- -аннигиляции (парное рождение)

1.1.2. e^+e^- -аннигиляция с испусканием фотона в начальном состоянии

Кроме основного процесса e^+e^- -аннигиляции, существует следующий по порядку теории возмущений процесс, при котором в начальном состоянии происходит испускание фотона. Если до e^+e^- -аннигиляции был испущен жесткий фотон, то в конечном состоянии можно наблюдать чармонии с квантовыми числами 1^{--} и различными массами (меньше суммарной энергии пучков). Диаграмма этого процесса показана на рис. 1(б). Основным его преимуществом является возможность исследовать рождение чармония во всем энергетическом диапазоне, так как энергетический спектр испущенного в начальном состоянии фотона непрерывен. Большой интеграл светимости, набранный на B -фабриках, позволяет регистрировать такие процессы.

1.1.3. Двухфотонные процессы

На рис. 3(в) показано двухфотонное взаимодействие, в котором начальные электрон и позитрон испускают виртуальные фотоны под малыми углами к направлениям своих импульсов. В результате взаимодействия этих фотонов могут рождаться чармонии и чармониеподобные состояния. В большинстве случаев электрон и позитрон отклоняются на очень малые углы и не регистрируются в детекторе. Чармонии, рождающиеся при столкновении двух квазиреальных фотонов, могут иметь квантовые числа 0^{-+} , 0^{++} , 2^{-+} , 2^{++} .

1.1.4. Парное рождение

Рождение пары чармониев в e^+e^- -аннигиляции было впервые обнаружено коллаборацией Belle [4]. Диаграмма этого процесса показана на рис. 3(г). Сечение $e^+e^- \rightarrow J/\psi c\bar{c}$ составляет всего около 0.1 пб. Доля сечения, в которой дополнительная $c\bar{c}$ -пара превращается в еще одно состояние чармония, составляет приблизительно 16% [7]. Несмотря на малое значение сечения, изучение парного рождения оказалось продуктивным для поиска новых состояний и исследования их свойств. Для увеличения эффективности регистрации такого рода процессов достаточно реконструировать только один чармоний (J/ψ), а наличие второго определить по спектру масс отдачи к восстановленному чармонию. В процессах парного рождения чармония в e^+e^- -аннигиляции конечные состояния чармония имеют противоположную зарядовую четность. Например, в экспериментах с восстановлением J/ψ были наблюдаены скалярные (0^{++}) и псевдоскалярные (0^{-+}) чармонии [6]. Последние результаты эксперимента Belle по изучению парного рождения чармония приведены в табл. 1.

Таблица 1. Число сигнальных событий (статистическая значимость) распадов $e^+e^- \rightarrow (c\bar{c})_{tag}(c\bar{c})_{res}$, полученное из одновременной подгонки массы отдачи $(c\bar{c})_{tag}$ [7]

$(c\bar{c})_{res}$	$(c\bar{c})_{tag}$:			
	J/ψ	ψ'	χ_{c1}	χ_{c2}
η_c	1032 ± 62 (19)	161 ± 22 (8.2)	—	—
J/ψ	—	—	16 ± 5 (3.2)	9 ± 4 (2.1)
χ_{c0}	525 ± 54 (9.6)	75 ± 19 (4.3)	—	—
χ_{c1}	119 ± 39 (3.2)	12 ± 12	—	—
h_c	—	—	4 ± 6	1 ± 5
χ_{c2}	99 ± 43 (2.1)	7 ± 16	—	—
$\eta_c(2S)$	679 ± 63 (10)	81 ± 19 (4.5)	—	—
ψ'	—	—	6 ± 6	2 ± 5

1.2. Стандартные состояния чармония

Впервые состояние чармония 1^3S_1 , J/ψ , было обнаружено в 1974 году исследовательскими группами С. Тинга и Б. Рихтера [8, 9]. После этого в течение пяти лет было открыто еще девять состояний чармония (η_c , χ_{c0} , χ_{c1} , χ_{c2} , $\psi(2S)$, $\psi(3770)$, $\psi(4040)$, $\psi(4160)$ и $\psi(4415)$). Затем более двадцати лет не удавалось обнаружить ни одного нового $c\bar{c}$ -состояния, и проводилось изучение параметров и мод распада вышеперечисленных десяти частиц. В 2002 г. началась новая эра в физике чармония. К этому времени в экспериментах ВаВаг и Belle была набрана большая интегральная светимость. Эти эксперименты проводились на асимметричных e^+e^- -коллайдерах (КЕКВ и РЕР-II соответственно), которые являлись B -фабриками, созданными для исследования CP-нарушения в B -мезонах. Благодаря данным с B -фабрик

было открыто более десяти новых состояний, содержащих $c\bar{c}$ -пару. Два из них ($\eta_c(2S)$ и $\chi_{c2}(2P)$) идентифицированы как кандидаты в возбуждения чармония. Об остальных открытых частицах будет рассказано в разделе 1.3.

1.2.1. Теоретические модели

Кварковая модель

Кварковая модель позволяет качественно описать структуру адронов и предсказать их квантовые числа. На рис. 2 показана современная картина энергетических уровней чармония. Для уровней чармония обычно используют спектроскопическое обозначение $n^{2s+1}l_J$. Здесь n – это радиальное квантовое число (равное числу узлов волновой функции плюс 1), l – орбитальный угловой момент между кварками (обозначается буквами S , P , D для $l = 0, 1, 2$ соответственно), s – полный спин кварков (равен либо 0, либо 1), J – спин чармония ($|l - s| \leq J \leq l + s$). Кроме того, часто приводят число J^{PC} , где P и C – пространственная и временная четности соответственно. При этом для кваркониев $P = (-1)^{l+1}$, а $C = (-1)^{l+s}$. Важной особенностью спектра является наличие «порога открытого чарма», то есть минимального значения массы, при которой чармоний может распадаться в пару очарованных D -мезонов. За счет наличия сильного распада в очарованные мезоны состояния выше порога имеют значительно большую ширину, чем состояния ниже порога. Возбужденные состояния ниже порога распадаются в нижележащие состояния путем либо сильных, либо электромагнитных взаимодействий. Основные состояния распадаются через аннигиляцию $c\bar{c}$ -пары. Эта аннигиляция идет через два или три глюона, что приводит к заметному подавлению и, следовательно, малой ширине таких состояний.

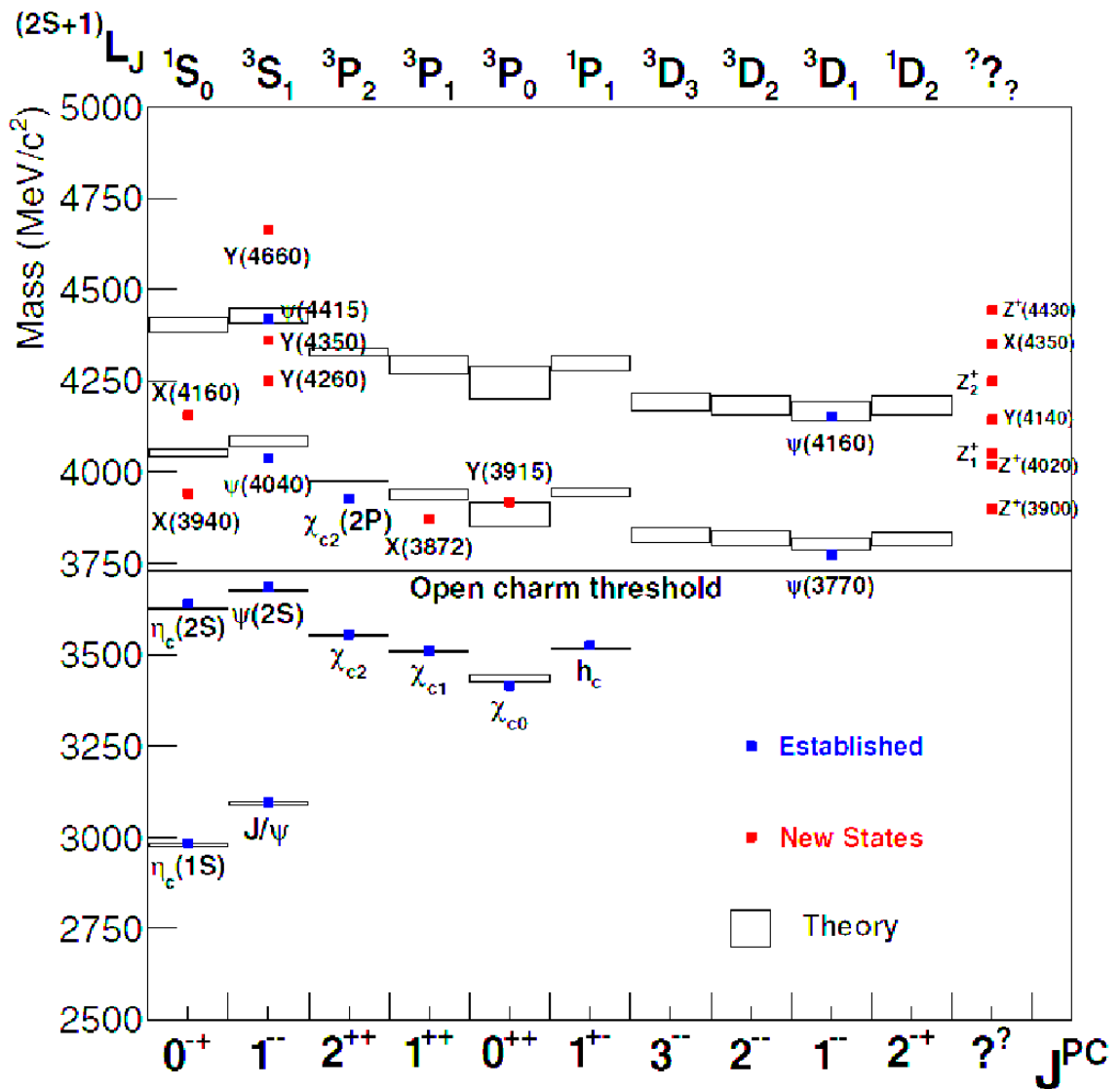


Рис. 2. Энергетические уровни чармония. Прямоугольники отображают теоретические предсказания. Синими точками обозначены предсказанные теорией состояния, чьи измеренные свойства находятся в согласии с предсказаниями. Красными точками – непредсказанные состояния и/или состояния с труднообъяснимыми с точки зрения теории свойствами. Справа приведены состояния с неизвестными квантовыми числами, а также заряженные чармониеподобные резонансы.

Потенциальные модели

Из рис. 2 видно, что характерный масштаб возбуждения составляет сотни МэВ, что существенно меньше массы c -кварка. Таким образом, кинетическая энергия кварков мала по сравнению с их массой. Следовательно, движение кварков в такой системе можно считать нерелятивистским, и можно рассматривать чармоний как систему двух кварков, движущихся в потенциале $V(r)$. Тогда состояния чармония и волновые функции могут быть определены как решения стационарного уравнения Шредингера. На малых расстояниях ($r \ll 10^{-13}$ см) потенциал имеет вид, аналогичный кулоновскому: $V(r) \sim 1/r$. Поскольку кварки не наблюдаются в свободном состоянии, на масштабах радиуса адрона ($r \sim 10^{-13}$ см) потенциал должен расти: $V(r) \sim r$. Таким образом, простейший потенциал имеет вид

$$V(r) = -\frac{4\alpha}{3r} + \frac{r}{\beta^2} + \delta, \quad (1)$$

где α , β , δ – константы, рассчитанные из экспериментальных данных.

На схеме, изображенной на рис. 2, тонкое расщепление ответственно за появление уровней χ_c -мезонов. Величина расщепления связана с силой спин-орбитального взаимодействия. Сверхтонкое расщепление, то есть спин-спиновое взаимодействие, проявляется в виде различия масс 1S_0 и 3S_1 -состояний (например, отличия массы η_c -мезона от J/ψ). Существует множество различных способов параметризации вида потенциала, в которых учитываются спин-спиновое и спин-орбитальное взаимодействия, а также релятивистские поправки [10].

Пороговые эффекты

Если чармоний имеет массу немного выше порога пары очарованных мезонов ($D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$), то при распаде на эти мезоны их скорость разлета будет мала и появится возможность обмена легкими мезонами. Это вносит существенный непертурбативный вклад в массу соответствующего состояния чармония. Часть этих эффектов может быть учтена при помощи правил сумм КХД [11, 12]. Кроме того, существует феноменологический подход, описывающий связь чармония с близлежащими по массе многочастичными состояниями, например, корнельская модель связанных каналов [13] и модель рождения пар кварков из вакуума [14].

КХД на решетках

Расчеты в КХД на решетках [15] состоят из вычислений фейнмановских интегралов по путям, основываясь на лагранжиане КХД. Непрерывное пространство-время замещается узлами решетки, то есть четырехмерными кубиками с ребром $a \approx 0.1$ фм ($(\mathbf{x}, t) \rightarrow (\mathbf{n}_i a, n_t a)$). При этом вместо интеграла считается сумма по числу узлов решетки ($\int d^4x \rightarrow \sum_n a^4$). Кварки располагаются в узлах решетки, а калибровочные поля – на ее ребрах, так как глюоны должны переносить цвет между узлами. Такой подход не требует введения дополнительных параметров, получаемых из экспериментальных данных, поэтому имеет явное преимущество перед феноменологическими методами. Однако нужно учесть, что правильное решение получается лишь при $a \rightarrow 0$. В случае конечного a проявляются неизбежные отличия этого подхода от аналитических выражений, что сильно ухудшает точность полученных результатов. Данная проблема может быть решена путем увеличения быстродействия компьютеров, а также такими методами оптимизации

расчетов, как использование анизотропной решетки и введение дополнительных параметров, значения которых определяются из эксперимента.

1.2.2. Экспериментальные результаты

Этот раздел посвящен обзору экспериментальных результатов, полученных для двух состояний чармония, которые исследуются в данной работе – η_c и $\eta_c(2S)$.

η_c -МЕЗОН

Мезон η_c (0^{-+}) является синглетным 1^1S_0 -состоянием с наименьшей массой среди чармониев. Он был впервые обнаружен коллаборациями Mark II [16] и Crystal Ball [17] в 1980 г. в радиационных распадах $\psi(2S)$ - и J/ψ -мезонов.

В работе Mark II исследуются радиационные распады $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c$, где η_c восстанавливается по нескольким адронным модам: $\psi(2S) \rightarrow \gamma p\bar{p}$, $\psi(2S) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$, $\psi(2S) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-K^+K^-$, $\psi(2S) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-p\bar{p}$ и $\psi(2S) \rightarrow \gamma K^\pm\pi^\mp K_S^0$. Для подавления фона от событий, содержащих γ -квант от распада нейтрального пиона вместо фотона от распада $\psi(2S)$, используется переменная $q^2 = (2P \sin \alpha/2)^2 \approx (P\alpha)^2$, где α – угол между направлением недостающего импульса отдачи заряженных частиц и нейтрального каона \vec{P} и измеренным направлением фотона. В случае использования γ -кванта от распада $\psi(2S)$ предполагаемое распределение по q^2 имеет выраженный узкий пик в нуле, в то время как в случае использования фотона от распада π^0 это распределение становится более равномерным. Таким образом, для учета фона производится вычитание перенормированного спектра инвариантной массы адронов, показанного на рис. 3(а), из спектра на рис. 3(б).

Полученные параметры η_c : $M = 2980 \pm 8$ МэВ/ c^2 , $\Gamma < 40$ МэВ/ c^2 (90% C.L.).

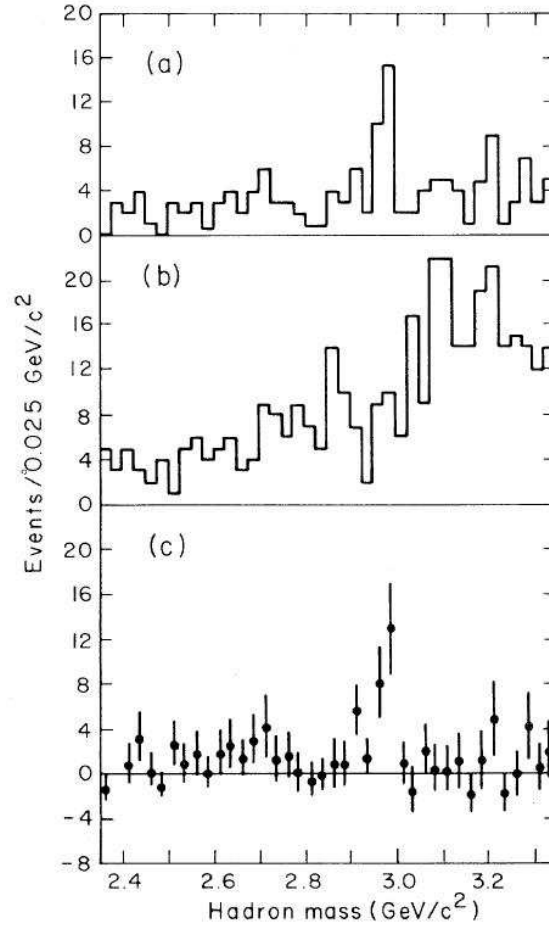


Рис. 3. Инвариантная масса адронов для (a) $q^2 < 0.001$ ГэВ²/ c^2 , (b) $0.002 < q^2 < 0.01$ ГэВ²/ c^2 и (c) события с испусканием фотона после вычитания фона

В анализе, проведенном коллаборацией Crystal Ball [17], рассматриваются радиационные переходы $\psi(2S)$ и J/ψ с инклюзивным фотонным спектром. Производится одновременная подгонка фотонных спектров, показанных на рис. 4. Получаются следующие параметры η_c : $M = 2981 \pm 15$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 20_{-11}^{+16}$ МэВ/ c^2 .

К настоящему времени η_c -мезон наблюдался не только в радиационных распадах, но также в двухфотонных процессах и распадах B -мезонов. Сред-

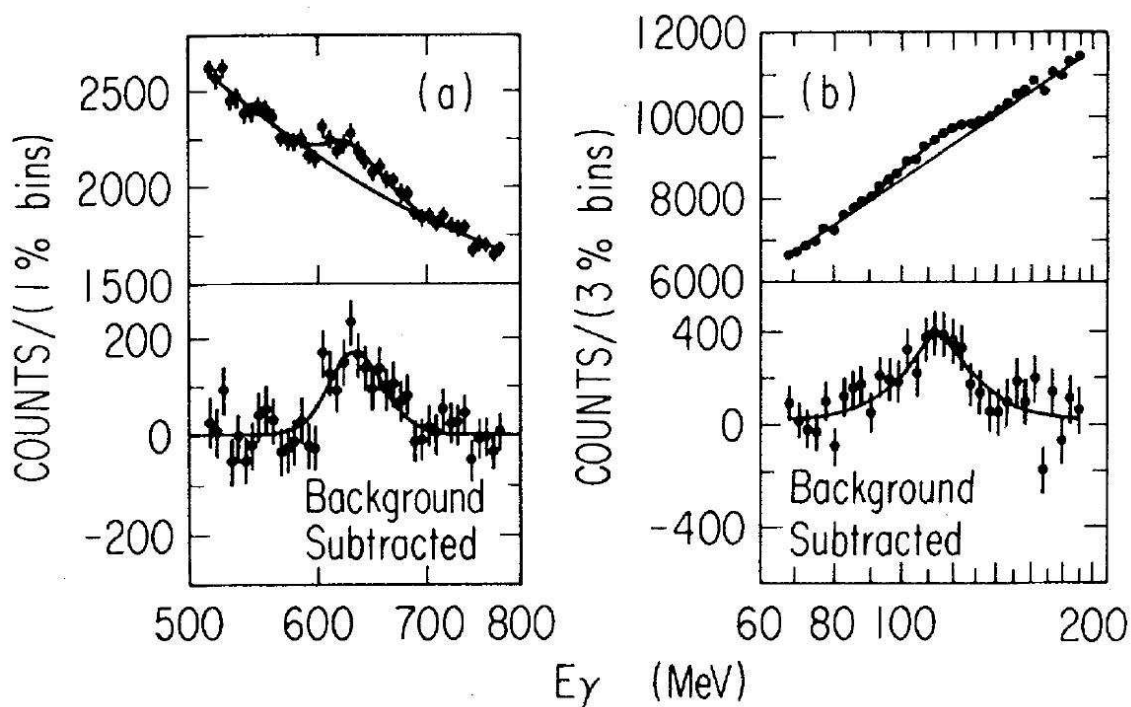


Рис. 4. Инклюзивные фотонные спектры из распадов (а) $\psi(2S)$ и (б) J/ψ в области сигнала от η_c -кандидата. Сверху показаны гистограммы до вычитания фона, снизу – после вычитания.

немировые значения его параметров следующие: $M = 2983.6 \pm 0.7$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 32.3 \pm 1.0$ МэВ/ c^2 [18]. Эти значения получены путем усреднения наиболее точных результатов различных экспериментов, приведенных в таблице 2. Результат эксперимента Belle [19], полученный в 2011 г., является частью данной диссертации и подробно описан в третьей главе.

Из таблицы 2 видно, что, несмотря на долгую историю изучения, параметры η_c все еще определены с не очень высокой точностью. Существует относительно большой разброс значений масс и ширин η_c , полученных в разных экспериментах. В частности, пока не найдено объяснение расхождения этих параметров, измеренных в радиационных распадах J/ψ и $\psi(2S)$, двухфотонном и $p\bar{p}$ рождении, а также распадах B -мезонов. В данной рабо-

Таблица 2. Результаты измерения параметров η_c -мезона

Эксперимент	Процесс	Масса, МэВ/ c^2	Ширина, МэВ/ c^2
BESIII (2012) [20]	$\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c$	$2984.3 \pm 0.6 \pm 0.6$	$32.0 \pm 1.2 \pm 1.0$
BESIII (2012) [21]	$\psi(2S) \rightarrow \pi^0\gamma + \text{адроны}$	$2984.49 \pm 1.16 \pm 0.52$	$36.4 \pm 3.2 \pm 1.7$
Belle (2012) [22]	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^+\pi^-$	$2982.7 \pm 1.8 \pm 2.2$	$37.8_{-5.3}^{+5.8} \pm 3.1$
BaBar (2011) [23]	$\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$	$2984.5 \pm 0.8 \pm 3.1$	$36.2 \pm 2.8 \pm 3.0$
Belle (2011) [19]	$B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0K^\pm\pi^\mp)$	$2985.4 \pm 1.5_{-2.0}^{+0.5}$	$35.1 \pm 3.1_{-1.6}^{+1.0}$
BaBar (2010) [24]	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-K_S^0K^\pm\pi^\mp$	$2982.2 \pm 0.4 \pm 1.6$	$31.7 \pm 1.2 \pm 0.8$
BaBar (2008) [25]	$B \rightarrow \eta_c K^{(*)} \rightarrow K\bar{K}\pi K^{(*)}$	$2985.8 \pm 1.5 \pm 3.1$	$36.3_{-3.6}^{+3.7} \pm 4.4$
Belle (2008) [26]	$\gamma\gamma \rightarrow \eta_c \rightarrow \text{адроны}$	$2986.1 \pm 1.0 \pm 2.5$	$28.1 \pm 3.2 \pm 2.2$
Belle (2007) [27]	$e^+e^- \rightarrow J/\psi(c\bar{c})$	$2970 \pm 5 \pm 6$	—
Belle (2006) [28]	$B^+ \rightarrow p\bar{p}K^+$	$2971 \pm 3_{-1}^{+2}$	$48_{-7}^{+8} \pm 5$
Belle (2006) [28]	$B^+ \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}K^+$	$2974 \pm 7_{-1}^{+2}$	$40 \pm 19 \pm 5$
CLEO (2004) [29]	$\gamma\gamma \rightarrow \eta_c \rightarrow K_S^0K^\pm\pi^\mp$	$2981.8 \pm 1.3 \pm 1.5$	$24.8 \pm 3.4 \pm 3.5$
E835 (2003) [30]	$p\bar{p} \rightarrow \eta_c \rightarrow \gamma\gamma$	$2984.1 \pm 2.1 \pm 1.0$	$20.4_{-6.7}^{+7.7} \pm 2.0$

те предлагается возможная причина этого расхождения: не всегда делается оценка и учет интерференции с нерезонансной подложкой. Более подробно этот эффект описан в третьей главе.

$\eta_c(2S)$ -мезон

Состояние $\eta_c(2S)$ (0^{-+}) является синглетным 2^1S_0 -состоянием, то есть радиальным возбуждением η_c -мезона. В 1982 г. коллаборация Crystal Ball сообщила об указании на сигнал $\eta_c(2S)$ в радиационном распаде $\psi(2S)$ [31]. В течение последующих двадцати лет это заявление не было ни подтверждено, ни опровергнуто. Только в 2002 г. $\eta_c(2S)$ -мезон был надежно обнаружен коллаборацией Belle в распадах B -мезонов [32]. B -мезон распадался на $K_S^0K^\pm\pi^\mp K$, и в распределении по инвариантной массе $K_S^0K^\pm\pi^\mp$, показанном

на рис. 5, было выявлено статистически значимое превышение сигнала над фоном.

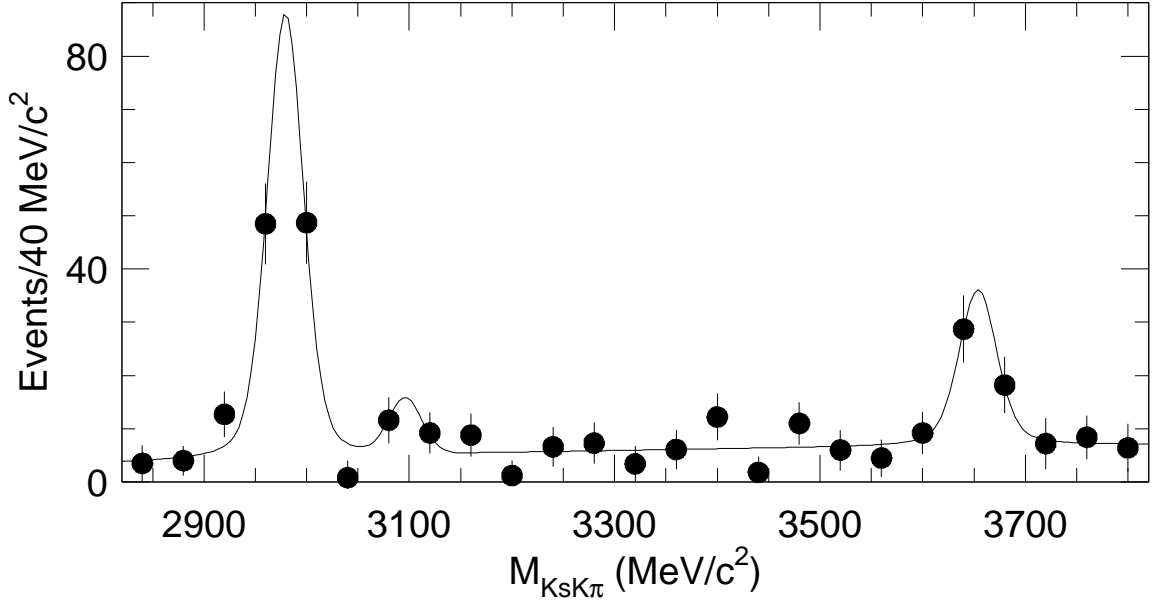


Рис. 5. Распределение по инвариантной массе $K_s^0 K^\pm \pi^\mp$ для сигнальных событий распада $B \rightarrow K_s^0 K^\pm \pi^\mp K$. Видны пики масс η_c и $\eta_c(2S)$. Непрерывная линия показывает подгоночную функцию.

В настоящий момент $\eta_c(2S)$ -мезон наблюдается в радиационных распадах, двухфотонных процессах, распадах B -мезонов, а также парном рождении (вместе с J/ψ) в e^+e^- -аннигиляции. Среднемировые значения его параметров следующие: $M = 3639.4 \pm 1.3 \text{ МэВ}/c^2$, $\Gamma = 11.3_{-2.9}^{+3.2} \text{ МэВ}/c^2$ [18]. Эти значения получены путем усреднения наиболее точных результатов различных экспериментов, приведенных в таблице 3. Результат эксперимента Belle [19], полученный в 2011 г. , является частью данной диссертации и подробно описан в третьей главе.

Из таблицы 3 видно, что имеется довольно большой разброс значений массы и, особенно, ширины $\eta_c(2S)$ -мезона, полученных в разных экспериментах. Как и в случае η_c -мезона, в данной работе предлагается возможная

Таблица 3. Результаты измерения параметров $\eta_c(2S)$ -мезона

Эксперимент	Процесс	Масса, МэВ/ c^2	Ширина, МэВ/ c^2
BESIII (2013) [33]	$\psi(2S) \rightarrow \gamma K_S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$	$3646.9 \pm 1.6 \pm 3.6$	$9.9 \pm 4.8 \pm 2.9$
BESIII (2012) [34]	$\psi(2S) \rightarrow \gamma K^0 K\pi, KK\pi^0$	$3637.6 \pm 2.9 \pm 1.6$	$16.9 \pm 6.4 \pm 4.8$
BaBar (2011) [23]	$\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$	$3638.5 \pm 1.5 \pm 0.8$	$13.4 \pm 4.6 \pm 3.2$
BaBar (2011) [23]	$\gamma\gamma \rightarrow K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$	$3640.5 \pm 3.2 \pm 2.5$	—
Belle (2011) [19]	$B^\pm \rightarrow K^\pm (K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$	$3636.1^{+3.9+0.7}_{-4.2-2.0}$	$6.6^{+8.4+2.6}_{-5.1-0.9}$
Belle (2007) [27]	$e^+e^- \rightarrow J/\psi(c\bar{c})$	$3626 \pm 5 \pm 6$	—
BaBar (2005) [35]	$e^+e^- \rightarrow J/\psi c\bar{c}$	$3645.0 \pm 5.5^{+4.9}_{-7.8}$	22 ± 14
CLEO (2004) [29]	$\gamma\gamma \rightarrow \eta_c(2S) \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$	$3642.9 \pm 3.1 \pm 1.5$	$6.3 \pm 12.4 \pm 4.0$

причина этого расхождения: не всегда делается оценка и учет интерференции с нерезонансной подложкой. Описание этой процедуры для распадов η_c - и $\eta_c(2S)$ -мезонов приведено в третьей главе.

1.3. Экзотические состояния чармония

Как уже было отмечено, все предсказанные $c\bar{c}$ -состояния с массой ниже порога открытого чарма (то есть $M < 2m_D$) наблюдались, а их массы и другие свойства находятся в согласии с теоретическими предсказаниями. Отсюда можно предположить, что система чармониев является удобной для поиска экзотических чармониеподобных состояний. До существования B -фабрик никаких отклонений от стандартных состояний чармония не было найдено. Лишь в 2002 г. было открыто первое экзотическое состояние $X(3872)$, а затем еще более десятка новых чармониеподобных состояний, свойства которых плохо согласуются с ожидаемыми в $c\bar{c}$ -модели.

1.3.1. Теоретические модели

Существует несколько теоретических моделей, призванных объяснить свойства чармониеподобных состояний. Большинство из таких моделей подразумевают существование экзотических систем, отличных от $q\bar{q}$ -пары. Есть также и консервативные модели, в которых предлагается объяснить необычные свойства новых состояний порогами рождения различных пар очарованных адронов. Нужно заметить, что на данный момент ни одна из предложенных моделей не может объяснить все свойства многочисленных новых состояний одновременно.

Гибриды

Гибридами называют связанные состояния $c\bar{c}$ -пары и некоторого числа глюонов. Одним из признаков таких состояний являются квантовые числа, которые не могут быть получены для $q\bar{q}$ -пары (например, $J^{PC} = 0^{+-}$ или 1^{-+}). Модель гибридов и расчеты на решетках указывают на то, что состояния 1^{-+} – самые легкие из гибридов и их несложно отличить от стандартных кваркониев. Кроме того, предсказывается, что гибриды предпочитают распадаться либо в пару очарованных мезонов, либо в чармоний плюс пионы [36, 37].

Тетракварки

Вопрос о том, почему в природе наблюдаются только двухкварковые и трехкварковые состояния, обсуждался давно. Уже в конце 1970-х годов идея тетракварков, то есть четырехкварковых состояний, рассматривалась как возможность описать известные легкие скалярные мезоны, свойства которых плохо объясняются обычной кварковой моделью. Сегодня расчеты

в КХД на решетках установили возможность существования дикварка [38] – компактного объекта, состоящего из пары кварков в антитриплетном состоянии. Таким образом, тетракварк – это связанное состояние цветных дикварка и антидикварка $([Qq][\bar{q}'\bar{Q}])$. Для каждого набора квантовых чисел J^P предсказано существование полного нонета состояний. Таким образом, можно ожидать большое количество тетракварковых состояний. Кроме того, нет необходимости, чтобы эти состояния были близки к какому-либо порогу [39].

Молекулы

В данном контексте молекулами называют слабо связанные состояния двух мезонов и обозначают как $[Q\bar{q}][q'\bar{Q}]$, где Q – это c -кварк. Пара мезон–антимезон может обмениваться легкими мезонами. Радиус взаимодействия получается при этом больше размера тетракварка. Такая система стабильна при условии, что энергия связи достаточна для того, чтобы масса молекулы оказалась ниже порога рождения мезонов, из которых она состоит.

Пороговые эффекты

Существует также скрытая возможность того, что некоторые из наблюдаемых состояний являются неверно истолкованными пороговыми эффектами [40]. Даже в отсутствие новых резонансов соответствующая амплитуда может возрасти в ситуации, когда открываются каналы распада в новые конечные адронные состояния.

1.3.2. Экспериментальные результаты

Этот раздел посвящен обзору экспериментальных результатов, полученных для четырех чармониеподобных состояний, которые исследуются в

данной работе – $X(3872)$, $Z(3900)$, $Z(4020)$ и $X(3915)$.

Экзотическое состояние $X(3872)$

Состояние $X(3872)$ является первым обнаруженным экзотическим чармониеподобным состоянием. Оно впервые наблюдалось коллаборацией Belle в эксклюзивных распадах $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^- J/\psi$ [41] в распределении по инвариантной массе $J/\psi \pi^+ \pi^-$, показанном на рис. 6. Затем его существование было подтверждено коллаборациями CDF [42], DØ [43] и BaBar [44]. Это состояние также наблюдалось в экспериментах LHCb [45, 46] и CMS [47] в pp -столкновениях и распадах B -мезонов.

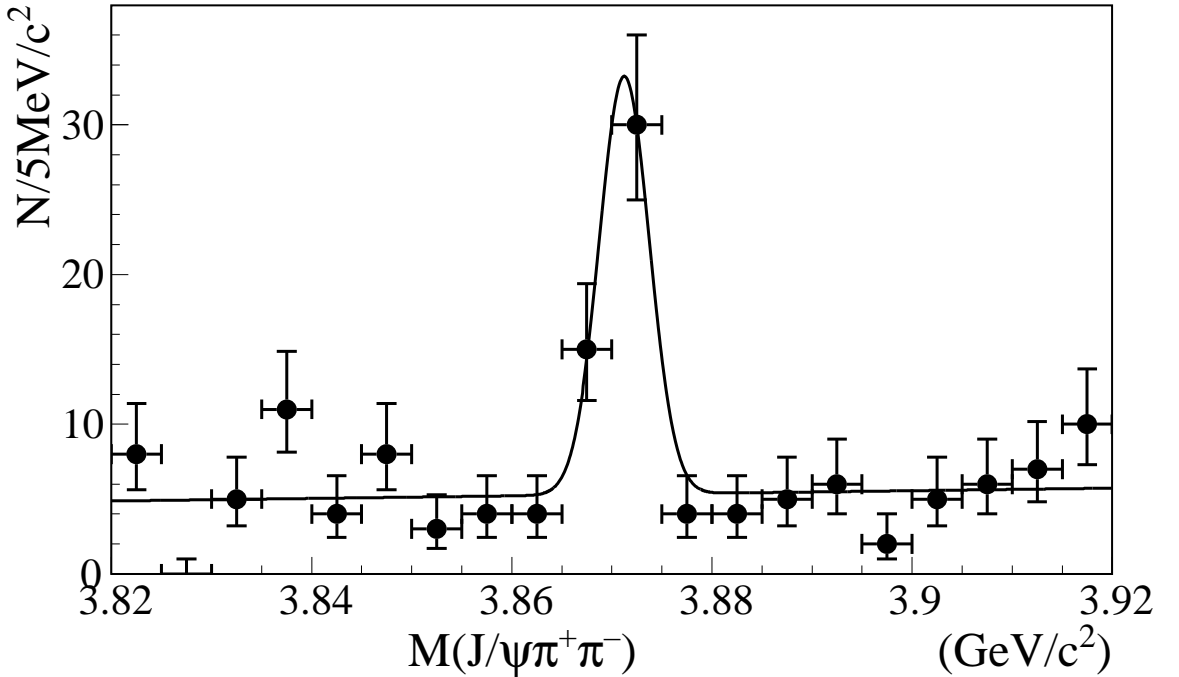


Рис. 6. Инвариантная масса системы $J/\psi \pi^+ \pi^-$ в распадах $B \rightarrow J/\psi \pi \pi K$

Среднемировые значения параметров $X(3872)$ следующие:

$M = 3871.69 \pm 0.17 \text{ МэВ}/c^2$, $\Gamma < 1.2 \text{ МэВ}/c^2$ (90% C.L.) [18]. Эти значения получены путем усреднения наиболее точных результатов различных экс-

периментов, приведенных в таблице 4. На данный момент существуют проблемы с интерпретацией распадов $X(3872) \rightarrow \pi^0 D^0 \bar{D}^0$ и $X(3872) \rightarrow \gamma D^0 \bar{D}^0$ из-за того, что форма спектров $\pi^0 D^0 \bar{D}^0$ и $\gamma D^0 \bar{D}^0$ сильно зависит от модели, используемой для описания $X(3872)$. Таким образом, значения массы и ширины, полученные в таких измерениях обладают сильной модельной зависимостью, поэтому для усреднения используются только распады с J/ψ в конечном состоянии.

Таблица 4. Результаты измерения параметров $X(3872)$

Эксперимент	Процесс	Масса, МэВ/ c^2	Ширина, МэВ/ c^2
BES3 (2014) [48]	$e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-\gamma$	$3871.9 \pm 0.7 \pm 0.2$	< 2.4 (90% C.L.)
ЛНСб (2012) [45]	$pp \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-X$	$3871.95 \pm 0.48 \pm 0.12$	—
Belle (2011) [49]	$B \rightarrow K\pi^+\pi^-J/\psi$	$3871.85 \pm 0.27 \pm 0.19$	< 1.2 (90% C.L.)
BaBar (2010) [50]	$B \rightarrow \omega J/\psi K$	$3873_{-1.6}^{+1.8} \pm 1.3$	—
CDF (2009) [51]	$p\bar{p} \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-X$	$3871.61 \pm 0.16 \pm 0.19$	—
BaBar (2008) [52]	$B^+ \rightarrow K^+ J/\psi\pi^+\pi^-$	$3871.4 \pm 0.6 \pm 0.1$	< 4.1 (90% C.L.)
BaBar (2008) [52]	$B^0 \rightarrow K_S^0 J/\psi\pi^+\pi^-$	$3868.7 \pm 1.5 \pm 0.4$	—
D0 (2004) [43]	$p\bar{p} \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-X$	$3871.8 \pm 3.1 \pm 3.0$	—

Масса $X(3872)$ близка к порогу $m_{D^0} + m_{\bar{D}^{*0}}$, что породило гипотезу о том, что это состояние может быть молекулой $D^0 \bar{D}^{*0}$ [53]. Наблюдение распада $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$ коллаборациями BaBar [54] и Belle [55] позволило утверждать, что зарядовая четность $X(3872)$ положительна. Угловой анализ распада $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$, проведенный коллаборацией ЛНСб [46], определил все квантовые числа данного состояния: $J^{PC} = 1^{++}$. На данный момент это наиболее хорошо изученное экзотическое состояние.

Экзотические состояния $Z(3900)$ и $Z(4020)$

Недавно в распадах $Y(4260)$ коллаборациями Belle [56] и BESIII [57] было найдено новое заряженное состояние $Z(3900)^\pm$ в распределении по инвариантной массе $M_{max}(\pi^\pm J/\psi)$, показанном на рис. 7. Так как эта частица наблюдалась в распаде в $\pi^\pm J/\psi$, она должна содержать по меньшей мере четыре кварка. Впоследствии коллаборация BESIII [58] объявила о наблюдении другого канала распада состояния $Z(3885)^\pm \rightarrow (D\bar{D}^*)^\pm$, имеющего массу и ширину близкие к значениям $Z(3900)^\pm$ и, вероятно, являющимся тем же самым состоянием. Анализ данных эксперимента CLEO-c [59] подтвердил существование $Z(3900)^\pm$ в распаде $\pi^\pm J/\psi$, а также дал указание на существование его нейтрального изотопического партнера $Z(3900)^0$. Среднемировые значения параметров $Z(3900)^\pm$ следующие: $M = 3888.7 \pm 3.4$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 35 \pm 7$ МэВ/ c^2 [18]. Эти значения получены путем усреднения результатов вышеперечисленных экспериментов, приведенных в таблице 5. Для нейтрального партнера $Z(3900)^0$ в [59] получено значение массы $M = 3904 \pm 9 \pm 5$ МэВ/ c^2 . Коллаборацией BESIII [60] были измерены и масса, и ширина этого резонанса: $M = 3894.8 \pm 2.3 \pm 3.2$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 29.6 \pm 8.2 \pm 8.2$ МэВ/ c^2 . Угловой анализ позволил установить предпочтительные квантовые числа $Z(3900)^\pm - J^P = 1^+$.

Еще одно экзотическое заряженное состояние $Z(4020)^\pm$ было обнаружено коллаборацией BESIII в распадах в $\pi^\pm h_c$ [61] и $(D^*\bar{D}^*)^\pm$ [62]. Соответствующие распределения показаны на рис. 8. Среднемировые значения параметров $Z(4020)^\pm$ следующие: $M = 4023.9 \pm 2.4$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 10 \pm 6$ МэВ/ c^2 [18]. Эти значения получены путем усреднения вышеперечисленных результатов, приведенных в таблице 6. Угловой анализ позволил установить предпочтительные квантовые числа $Z(4020)^\pm - J^P = 1^+$.

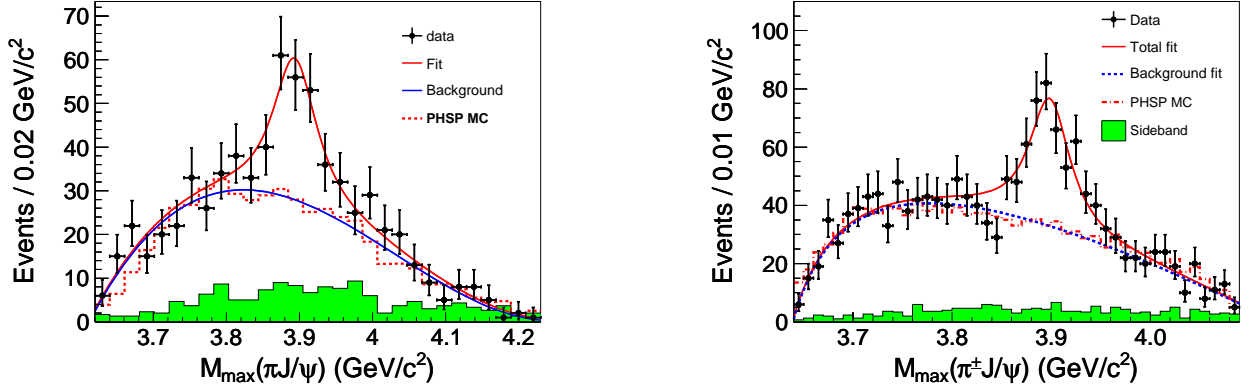


Рис. 7. Инвариантная масса $M_{max}(\pi^\pm J/\psi)$, полученная коллаборациями Belle (слева) и BES3 (справа). Точки с ошибками обозначают данные, сплошные линии – подгонку, пунктирная гистограмма – фон, сплошная гистограмма – нерезонансный фон.

Таблица 5. Результаты измерения параметров $Z(3900)^\pm$

Эксперимент	Процесс	Масса, МэВ/ c^2	Ширина, МэВ/ c^2
BES3 (2014) [58]	$e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$	$3883.9 \pm 1.5 \pm 4.2$	$24.8 \pm 3.3 \pm 11.0$
BES3 (2013) [57]	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$	$3899.0 \pm 3.6 \pm 4.9$	$46 \pm 10 \pm 20$
Belle (2013) [56]	$e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$	$3894.5 \pm 6.6 \pm 4.5$	$63 \pm 24 \pm 26$
Данные CLEO-c (2013) [59]	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$	$3886 \pm 4 \pm 2$	$37 \pm 4 \pm 8$

Таблица 6. Результаты измерения параметров $Z(4020)^\pm$

Эксперимент	Процесс	Масса, МэВ/ c^2	Ширина, МэВ/ c^2
BES3 (2014) [62]	$e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$	$4026.3 \pm 2.6 \pm 3.7$	$24.8 \pm 5.6 \pm 7.7$
BES3 (2013) [61]	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- h_c$	$4022.9 \pm 0.8 \pm 2.7$	$7.9 \pm 2.7 \pm 2.6$

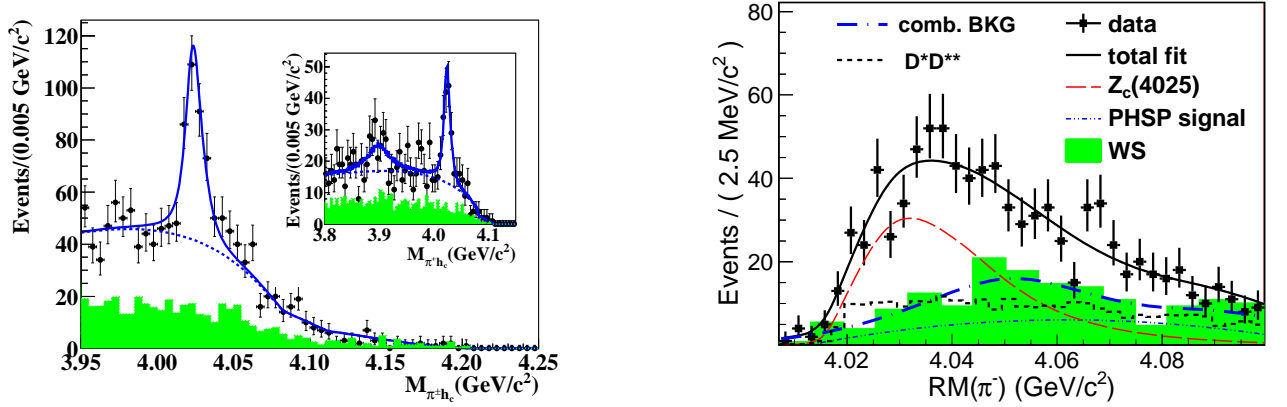


Рис. 8. Инвариантная масса системы $\pi^\pm h_c$, полученная в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-h_c$, (слева) и спектр отдачи π^- в процессе $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^+\pi^-$. Точки с ошибками обозначают данные, сплошные линии – подгонку, пунктирные гистограммы – различные вклады, сплошные гистограммы – нерезонансный фон.

Экзотическое состояние $X(3915)$

Околопороговое усиление в распределении по инвариантной массе $\omega J/\psi$, показанное на рис. 9, объясняется рождением резонанса $Y(3940)$. Это состояние было впервые обнаружено коллаборацией Belle в эксклюзивных распадах $B \rightarrow K\omega J/\psi$ [63]. Позднее, в той же моде распада, коллаборация BaBar открыла частицу $X(3915)$ [64], существование которой было подтверждено Belle в двухфотонном рождении [65], а также другими измерениями BaBar [50, 66]. Параметры $Y(3940)$ согласуются с параметрами $X(3915)$, поэтому их можно рассматривать как одну и ту же частицу. Среднемировые значения параметров $X(3915)$ следующие: $M = 3918.4 \pm 1.9$ МэВ/ c^2 , $\Gamma = 20 \pm 5$ МэВ/ c^2 [18]. Эти значения получены путем усреднения результатов измерений, приведенных в таблице 7. Квантовые числа $X(3915)$ соответствуют $J^{PC} = 0^{++}$ либо 2^{++} , и природа этого состояния все еще неопре-

делена, так как существуют несколько его интерпретаций [67–71].

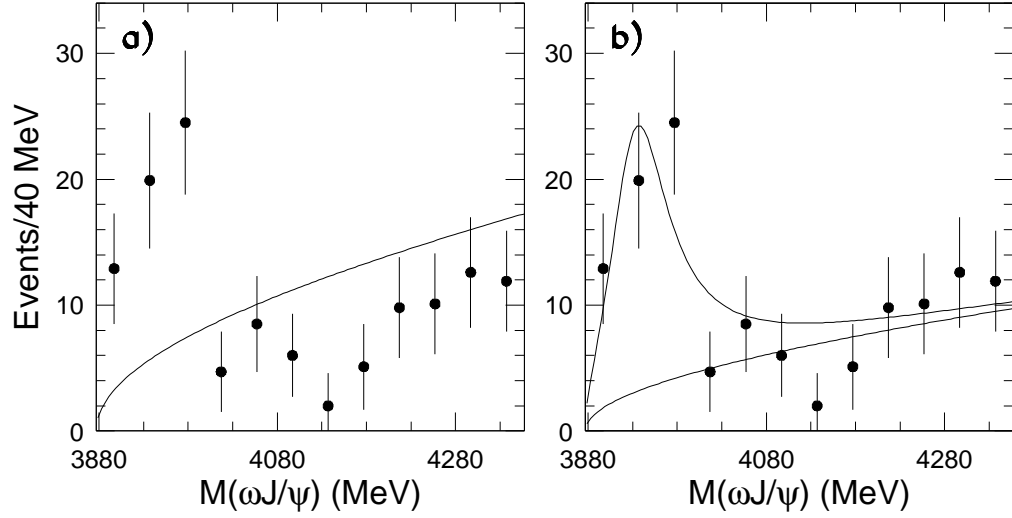


Рис. 9. Инвариантная масса системы $\omega J/\psi$. Кривая (а) показывает результат подгонки только пороговой функцией фона. Кривая (b) – результат подгонки суммой фоновой функции и сигнальной функции Брейта-Вигнера.

Таблица 7. Результаты измерения параметров $X(3915)$

Experiment	Process	Mass, MeV/c^2	Width, MeV/c^2
BaBar (2012) [66]	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\omega J/\psi$	$3919.4 \pm 2.2 \pm 1.6$	$13 \pm 6 \pm 3$
BaBar (2010) [50]	$B \rightarrow \omega J/\psi K$	$3919.1^{+3.8}_{-3.4} \pm 2.0$	$31^{+10}_{-8} \pm 5$
Belle (2010) [65]	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\omega J/\psi$	$3915 \pm 3 \pm 2$	$17 \pm 10 \pm 3$
Belle (2005) [63]	$B \rightarrow \omega J/\psi K$	$3943 \pm 11 \pm 13$	$87 \pm 22 \pm 26$

Глава 2

B-фабрика и ее модернизация

2.1. Коллайдер КЕКВ

КЕКВ [72, 73] – это асимметричный электрон-позитронный коллайдер, задачей которого является обеспечение электрон-позитронных столкновений с энергией в системе центра масс 10.58 ГэВ. Эта энергия соответствует рождению резонанса $\Upsilon(4S)$, который более чем в 96% случаев распадается в пару *B*- и \bar{B} -мезонов. Таким образом, данная установка является *B*-фабрикой. Эксперименты, проводимые на коллайдере КЕКВ, позволили проводить исследования CP-нарушения и других явлений в распадах *B*-мезонов.

Коллайдер был создан в КЕК (национальной лаборатории по физике высоких энергий) в городе Цукуба (Япония). На рис. 10 показан общий вид установки КЕКВ. Два независимых накопительных кольца (для электронов и позитронов) имеют периметр около 3 км. Электронный пучок с энергией 8.0 ГэВ циркулирует в высокоэнергетичном кольце HER (High Energy Ring), а позитронный пучок с энергией 3.5 ГэВ – в низкоэнергетичном кольце LER (Low Energy Ring). Столкновение пучков происходит в месте встречи IP (Interaction Point), где установлен детектор Belle. Разные энергии пучков обеспечивают движение рожденной $B\bar{B}$ -системы с импульсом вдоль оси пучков, что дает возможность измерять зависимость распадов *B*-мезонов от времени, что требуется для изучения CP-асимметрии.

Коллайдер КЕКВ начал работу в 1998 году. В 2003 году была достигнута проектная светимость $10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, а в 2009 году рекордное значение – $2.1 \cdot 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$. В 2010 году ускоритель был остановлен для модернизации.

Набранная к настоящему моменту интегральная светимость превышает 1 аб^{-1} .

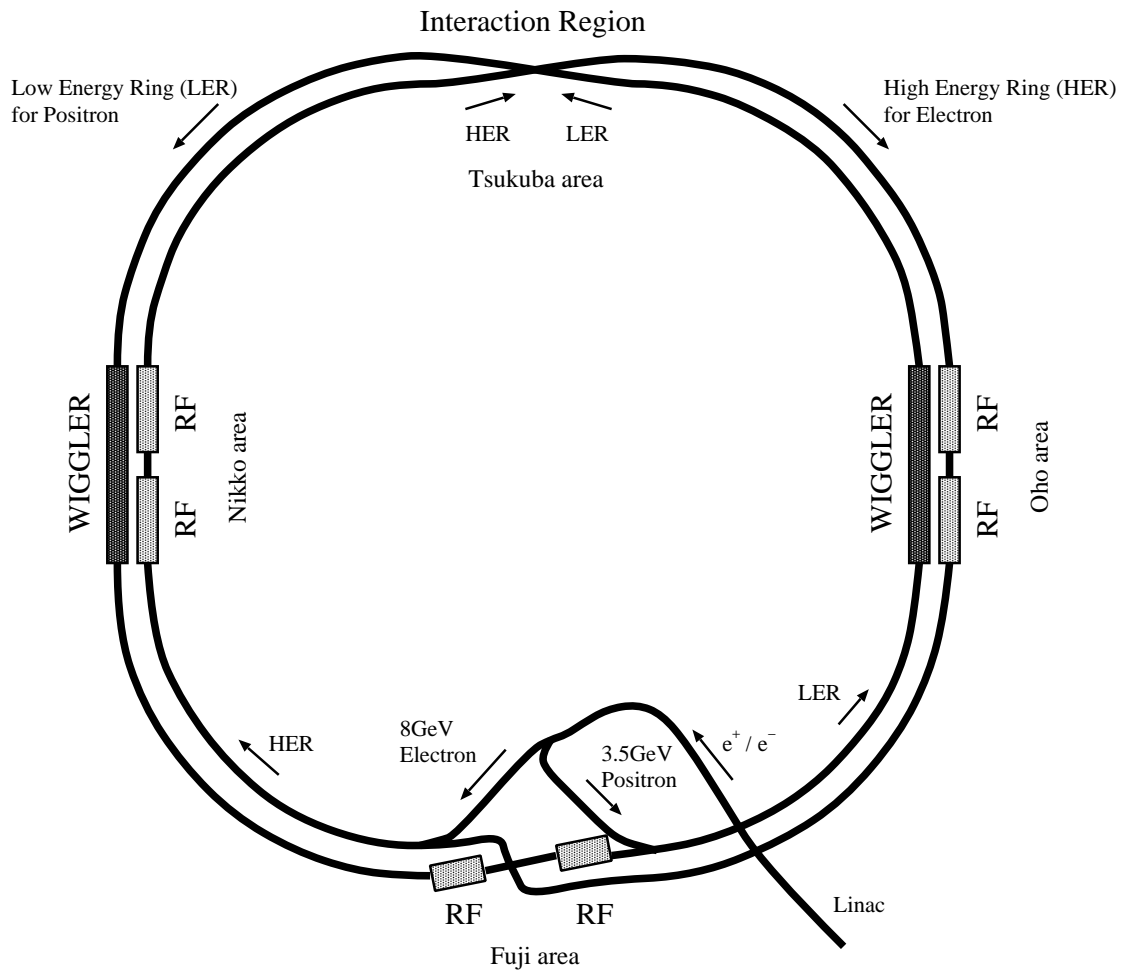


Рис. 10. Схема коллайдера КЕКВ

2.2. Детектор Belle

В коллаборацию Belle входят 17 стран, 79 институтов и около 400 ученых. От Российской Федерации участвуют около 40 физиков из трех институтов (ИЯФ СО РАН, ИТЭФ и ИФВЭ).

Детектор Belle [74, 75] является универсальным детектором, служащим для выполнения различных физических программ, в том числе изучения физики B -мезона, чарма, τ -лептона, двухфотонной физики и процессов $q\bar{q}$ -континуума. На рис. 11 показана его схема. Детектор состоит из нескольких подсистем, призванных решать различные задачи. Трековая система предназначена для измерения импульсов заряженных частиц и их траекторий. Вершины распадов измеряются с помощью двустороннего кремниевого детектора SVD (Silicon Vertex Detector), расположенного вокруг цилиндрической бериллиевой вакуумной трубы. Измерение параметров треков заряженных частиц происходит в центральной дрейфовой камере CDC (Central Drift Chamber). Система измерения энергии используется для определения углов и энергий электронов и фотонов. Она представляет собой электромагнитный калориметр ECL (Electromagnetic Calorimeter) на основе кристаллов CsI(Tl). Система идентификации предназначена для определения типов заряженных частиц и включает аэрогелевые черенковские счетчики ACC (Aerogel Cherenkov Counters), времяпролетные счетчики TOF (Time Of Flight), а также CDC, в которой измеряется dE/dx . Все эти системы расположены внутри соленоида с магнитным полем 1.5 Т. Идентификация мюонов и K_L -мезонов происходит с помощью системы KLM (K_L and Muons), состоящей из плоских высокорезистивных искровых детекторов, расположенных между железными пластинами ярма магнита. Каждая система детектора кратко описана в следующих разделах, более подробное описание можно

найти в [74] (также см. детекторную секцию в [75]).

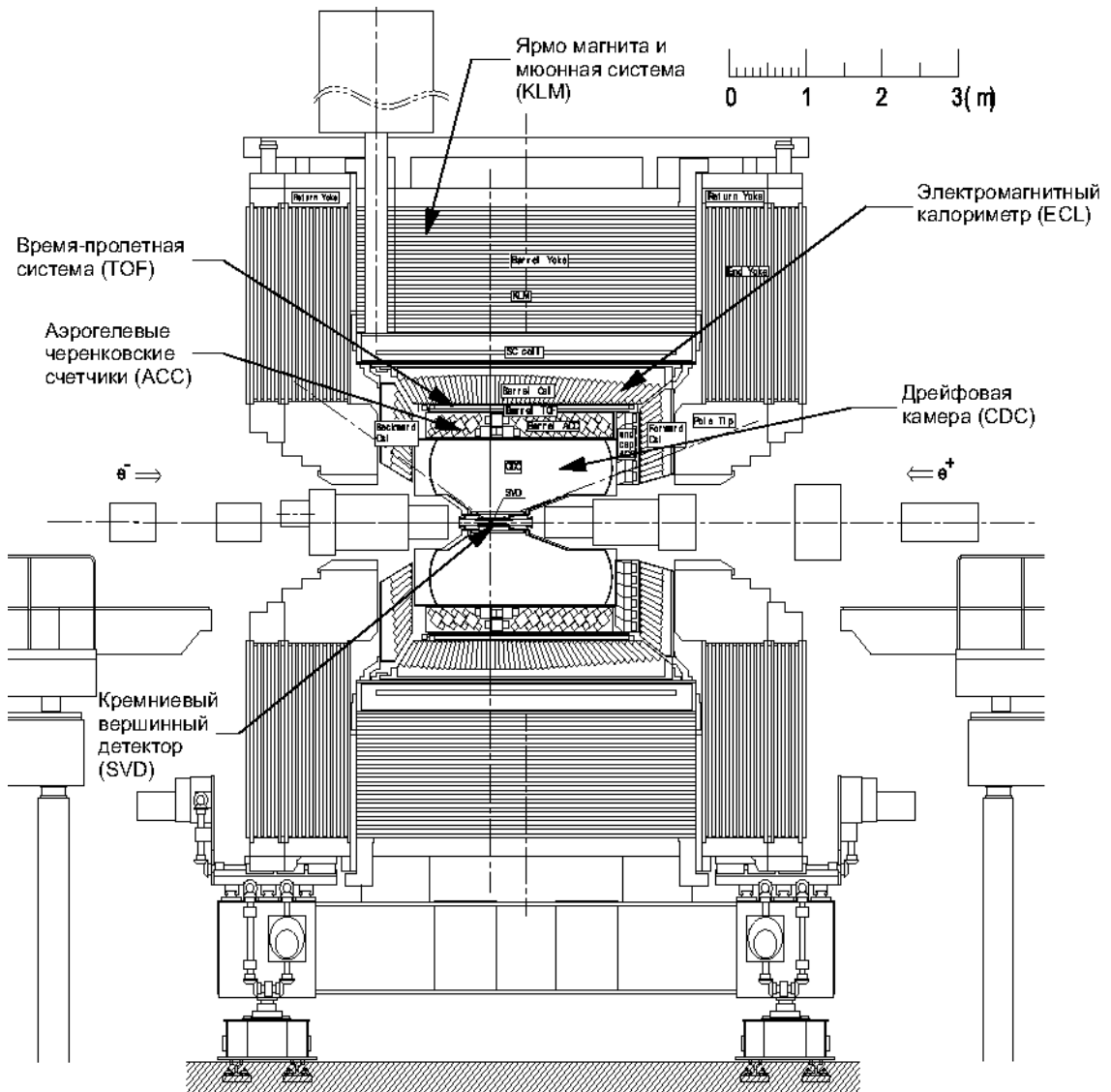


Рис. 11. Детектор Belle

Детектор Belle оптимизирован для временно-зависимых измерений CP-нарушения в распадах B -мезонов, поэтому он обладает хорошим разрешением по координате вершины и возможностью для идентификации лептонов и адронов. Акцептанс асимметричен (покрывает полярный угол от 17° до 150°) для того, чтобы обеспечивать максимальный телесный угол в системе центра масс.

2.2.1. Трековая система

Импульс заряженной частицы определяется по радиусу кривизны ее траектории в магнитном поле. В общем случае заряженная частица в однородном магнитном поле движется с постоянной скоростью по спирали с радиусом, пропорциональным импульсу, поперечному к направлению магнитного поля.

Кремниевый вершинный детектор

Детектор SVD служит для прецизионного определения точки вылета частиц из области взаимодействия пучков. Исторически работа велась на двух структурах детектора – трехслойном SVD1 и четырехслойном SVD2. Каждый слой сконструирован независимым образом и состоит из двусторонних кремниевых полосковых детекторов DSSD (Double-sided Silicon Strip Detector). Детектор SVD способен измерять обе координаты точки пересечения траектории частицы и плоскости детектора, так как чувствительные полоски расположены на одной стороне параллельно, а на другой – перпендикулярно к оси пучков. Пространственное разрешение параметризуется следующим образом:

$$\sigma_{r\phi}^2 = 19^2 + \left(\frac{54}{p\beta \sin^{3/2}\theta} \right)^2; \quad \sigma_z^2 = 42^2 + \left(\frac{44}{p\beta \sin^{5/2}\theta} \right)^2$$

для SVD1 и

$$\sigma_{r\phi}^2 = 17^2 + \left(\frac{34}{p\beta \sin^{3/2}\theta} \right)^2; \quad \sigma_z^2 = 26^2 + \left(\frac{33}{p\beta \sin^{5/2}\theta} \right)^2$$

для SVD2, где p – импульс частицы в ГэВ/с, а $\sigma_{r\phi}$ и σ_z – координатное разрешение в мкм.

Центральная дрейфовая камера

Дрейфовая камера регистрирует траектории заряженных частиц. Она расположена в магнитном поле с индукцией 1.5 Т, которое создается сверхпроводящим соленоидом. CDC состоит из 8400 дрейфовых ячеек прямоугольной формы. Каждая ячейка включает в себя одну чувствительную и шесть потенциальных проволочек, между которыми поддерживается разность потенциалов, необходимая для обеспечения газового усиления. Внутренний радиус камеры составляет 80 мм. Внешний радиус составляет 880 мм. Передняя и задняя области имеют коническую форму для максимизации телесного угла и оптимизации размещения компонент ускорителя. Для минимизации многократного рассеяния используется газ с низким зарядовым числом (газовая смесь He и C_2H_6 в равных долях). Зная конфигурацию электрического и магнитного полей, скорость дрейфа, а также время между взаимодействием пучков и появлением сигнала на сигнальных проволочках, можно восстановить траекторию заряженной частицы.

Для измерения продольной компоненты импульса часть ячеек повернута на малый (≈ 50 мрад) угол относительно основных ячеек, образуя так называемые стереослои. Измерение поперечного расстояния между участками траектории, восстановленными в стерео- и аксиальных слоях, дает возможность определить продольную координату трека. Импульсное разрешение, достигнутое в CDC, описывается параметризацией:

$$\left(\frac{\sigma_{p_t}}{p_t}\right)^2 = (0.0019p_t)^2 + 0.0034^2, \quad (2)$$

где p_t – поперечный импульс в ГэВ/ c .

2.2.2. Калориметр

Задачей электромагнитного калориметра ECL является регистрация фотонов в широком диапазоне энергий с максимально возможными эффективностью и разрешением. Команда сотрудников Института ядерной физики внесла большой вклад в создание ECL, поэтому его подробное описание приведено в секции 2.3.

2.2.3. Система идентификации частиц

Идентификация электронов в детекторе Belle основывается на измерениях импульса в CDC и информации с электромагнитного калориметра. Зная форму кластера в ECL, связанного с треком в CDC, а также отношение энергии кластера к импульсу этого трека, можно выделять электроны среди треков других частиц. Эффективность идентификации электронов составляет примерно 92% при вероятности принять пион за электрон менее 0.5%.

Для идентификации адронов в детекторе Belle используется информация с трех подсистем: измеряются амплитуда сигналов в аэрогелевых черенковских счетчиках (ACC), время пролета частиц во времяпролетных счетчиках (TOF), а также величина удельных ионизационных потерь dE/dx в дрейфовой камере (CDC).

Амплитуда сигнала в каждой ячейке CDC пропорциональна величине первичной ионизации, вызванной пролетом частицы. Средние ионизационные потери, в свою очередь, являются функцией скорости частицы β и определяются выражением [76]:

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right], \quad (3)$$

где T_{max} – максимальная кинетическая энергия, переданная электрону в про-

цессе ионизации, I – средняя энергия ионизации атомов среды, δ – фактор, учитывающий эффект плотности. При заданном импульсе частицы с разной массой имеют различные ионизационные потери. Характерное разрешение по dE/dx лучше 8%. Наиболее эффективное разделение частиц возможно для частиц с импульсами меньше 1 ГэВ/с. Кроме того, возможно разделение частиц с импульсами больше 3-4 ГэВ/с благодаря релятивистскому росту ионизационных потерь.

Подсистема аэрогелевых черенковских счетчиков

Подсистема пороговых черенковских счетчиков (АСС) создана для эффективной идентификации частиц с большими импульсами. Когда заряженная частица пересекает среду с коэффициентом преломления n со скоростью, превышающей скорость света в этой среде c/n , она излучает черенковский свет. Зная импульс заряженной частицы и зарегистрировав черенковский свет, можно определить, что масса этой частицы меньше некоторого значения. АСС состоит из 960 модулей счетчиков. Для получения хорошего разделения пионов и каонов, нужного для покрытия всего кинематического диапазона двухчастичных распадов B -мезонов, коэффициенты преломления аэрогелевых блоков варьируются от 1.01 до 1.03 в зависимости от полярного угла. Свет с аэрогелевых счетчиков регистрируется с помощью одного или двух (в зависимости от положения) мелкосеточных фотоумножителей (FM-РМТ), которые функционируют в магнитом поле с индукцией 1.5 Т. Эффективность АСС меняется от 85% до 95% при вероятности ложного срабатывания от 15% до 5%.

Времяпролетная подсистема

Времяпролетная система (TOF) напрямую измеряет время пролета частицей расстояния от места встречи до TOF. Система состоит из 128 времяпролетных счетчиков TOF (Time Of Flight) и 64 тонких триггерных сцинтилляционных счетчиков TSC (Trigger Scintillator Counters). Два трапециевидных времяпролетных счетчика и один TSC счетчик составляют один модуль. Всего имеется 64 модуля TOF/TSC, расположенных на радиусе 1.2 м от места встречи и покрывающих полярный угол в диапазоне от 34° до 120° . Толщина сцинтилляторов составляет 4 см и 0.5 см для счетчиков TOF и TSC соответственно. Свет со счетчиков считывается при помощи фотоумножителей (FM-PMT) диаметром 2 дюйма. Временное разрешение TOF составляет примерно 100 пс, что достаточно для разделения частиц с импульсами до 1.5 ГэВ/с. Из-за наличия магнитного поля время пролета может быть измерено только для частиц с поперечным импульсом, превышающим 0.28 ГэВ/с.

Детектор мюонов и K_L -мезонов

Для идентификации мюонов в детекторе Belle используется система KLM. Поскольку мюоны не участвуют в сильных взаимодействиях и теряют энергию лишь за счет ионизационных потерь, длина их пробега значительно больше, чем у адронов. При этом глубина, на которую мюон может пройти в яре детектора, зависит от его импульса. Начиная с импульса 1 ГэВ/с, количества вещества, пройденного мюоном, достаточно для взаимодействия большей части пионов. Система KLM состоит из чередующихся слоев детекторов заряженных частиц и железных пластин толщиной 4.7 см, которые служат магнитопроводом в цилиндрической и торцевых областях. Всего имеются 15 детекторных слоев и 14 железных слоев в цилиндриче-

ской части и по 14 детекторных слоев в передней и задней торцевых частях. Полная толщина материала соответствует 3.9 длин взаимодействия для частицы, движущейся по нормали к детекторным плоскостям. Регистрация заряженных частиц происходит с помощью плоских искровых детекторов на стеклянных электродах (RPC).

Кроме идентификации мюонов, задачей системы KLM является регистрация долгоживущих нейтральных каонов (K_L). Благодаря большой толщине KLM, нейтральные каоны с большой вероятностью испытывают ядерное взаимодействие с веществом детектора и регистрируются RPC. Искровые детекторы позволяют измерять обе координаты, поэтому появляется возможность реконструировать направление K_L . Если кластер, восстановленный таким образом в KLM, не связан с заряженными треками из внутренних систем детектора, он рассматривается как нейтральный каон.

2.2.4. Триггер и система сбора данных

Задачей триггера и системы сбора данных (ССД) детектора Belle является обеспечение эффективного считывания данных при частоте запуска, соответствующей максимальной светимости коллайдера. Частота событий от процесса $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ составляет 11 Гц при светимости $10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Это примерно в 10 раз меньше, чем скорость счета событий упругого рассеяния и двухфотонной аннигиляции, используемых для калибровки детектора и измерения светимости. Для обеспечения сбалансированной структуры записанных данных и уменьшения нагрузки на ССД такие события идентифицируются триггером и записываются с некоторым фактором подавления.

Триггерная система детектора Belle включает в себя аппаратный триггер первого уровня и программный триггер третьего уровня. Триггер первого

го уровня вырабатывается логикой глобальных решений GDL (Global Decision Logic) на основе триггерных данных с подсистем детектора. Триггерные подсистемы делятся на две категории: трековые и энергетические триггеры. Триггерные сигналы от заряженных частиц вырабатываются с помощью CDC и TOF. Триггерная система ECL формирует сигнал на основе полного энергосодержания и количества кластеров в калориметре. Триггер KLM дает дополнительную информацию о наличии в событии мюонов.

В системе оцифровки детектора Belle используются временно-цифровые преобразователи TDC (Time-to-Digital Converter) с непрерывным считыванием. В случае амплитудных измерений, импульс преобразуется в сигнал, длительность которого пропорциональна амплитуде исходного импульса. Затем происходит его оцифровка с помощью TDC.

2.3. Калориметр и его модернизация

2.3.1. Описание калориметра детектора Belle

Одна треть продуктов распада B -мезонов – это нейтральные пионы, распадающиеся на фотоны. Кроме того, необходимо регистрировать фотоны от распадов D^* , чармониев и др., а также от калибровочных процессов типа $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Таким образом, калориметр должен регистрировать фотоны в широком диапазоне энергий – от 20 МэВ до 8 ГэВ. В качестве материала для калориметра детектора Belle были выбраны сцинтилляционные кристаллы CsI(Tl), благодаря таким их качествам как высокий световыход, относительно короткая радиационная длина, хорошие механические свойства и умеренная цена. Основными задачами калориметра являются:

- регистрация фотонов с высокой эффективностью,

- определение энергии и углов вылета фотонов с высокой точностью,
- идентификация электронов,
- формирование сигналов для триггера,
- регистрация K_L^0 (вместе с KLM).

Кроме того, использование сигналов с торцевого калориметра позволяет оперативно измерять светимость.

Схема электромагнитного калориметра ECL (Electromagnetic CaLorimeter) представлена на рис. 12. Калориметр детектора Belle состоит из цилиндрической части и торцов. Диапазон полярных углов, при которых возможно использование ECL, составляет $17^\circ < \theta < 150^\circ$, за исключением двух зазоров шириной около 1° между цилиндрической и торцевыми частями.

Цилиндрическая часть содержит 6624 кристалла CsI(Tl), торцы включают 860 и 1252 кристаллов CsI(Tl) (задний и передний соответственно). Суммарная масса калориметра составляет 43 тонны. Кристаллы установлены в многоячеечную структуру, состоящую из алюминиевых перегородок толщиной 0.5 мм. Вся поддерживающая структура герметична и продувается сухим воздухом для поддержания низкой влажности (5%). Тепло отводится с помощью водяной охлаждающей системы.

Каждый кристалл представляет собой усеченную пирамиду с сечением малого торца $5 \times 5 \text{ см}^2$ и длиной 30 см (16.1 радиационных длин). Он обернут слоем пористого тефлона толщиной 200 мкм и упакован в лавсан, ламинированный алюминием. Для считывания сцинтилляционного света на задний торец кристалла через промежуточную акриловую пластину толщиной 1 мм присоединены два фотодиода Hamamatsu Photonics S2744-08 размером $10 \times 20 \text{ мм}^2$.

BELLE CSI ELECTROMAGNETIC CALORIMETER

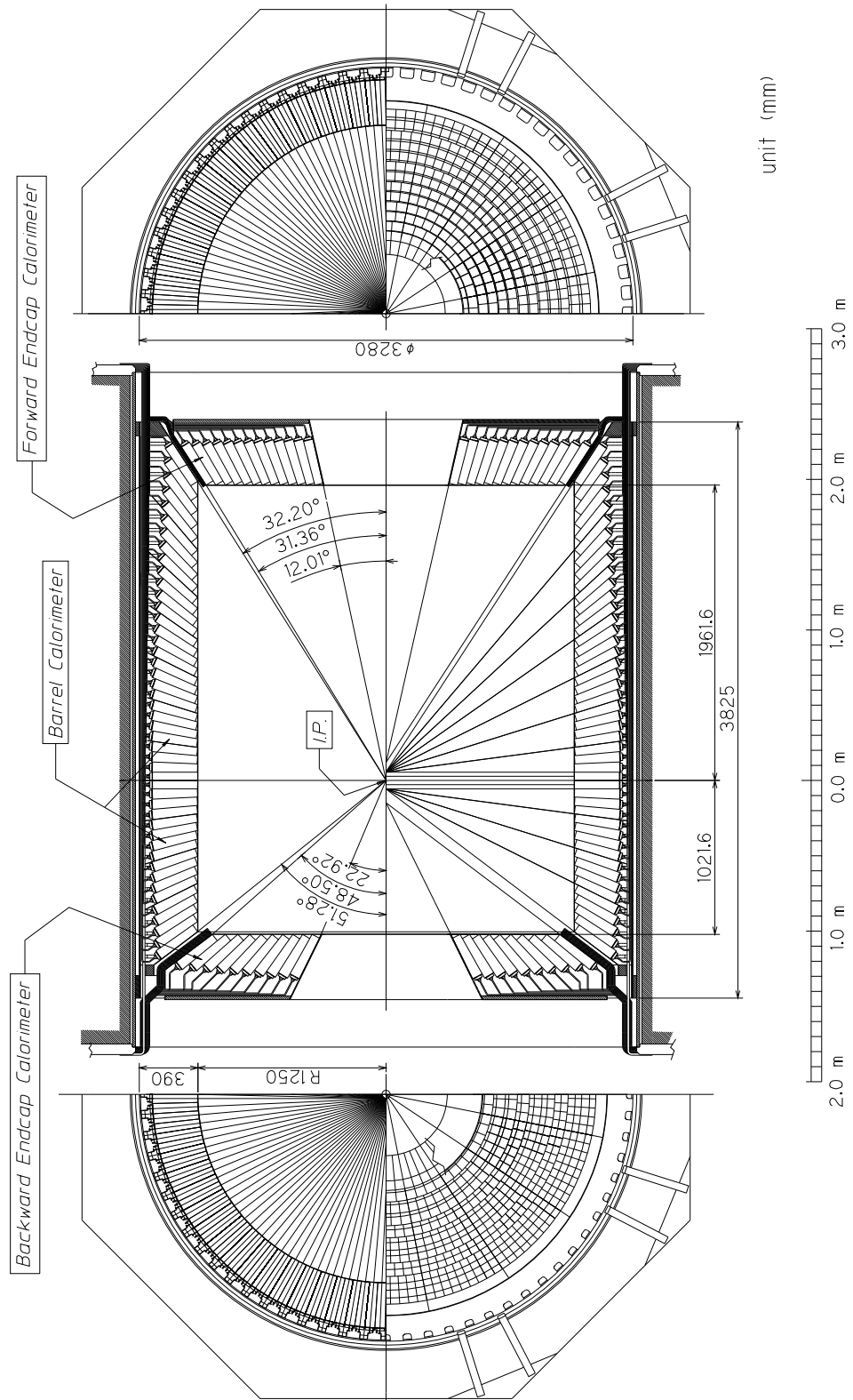


Рис. 12. Электромагнитный калориметр детектора Belle

Сигнал с фотодиодов поступает на предусилители, которые, в свою очередь, вырабатывают сигнал, подающийся на формирователи, установленные в крейтах вблизи детектора. Плата формирователя содержит один дифференцирующий и два интегрирующих фильтра с одинаковыми временами формирования $\tau = 1$ мкс. После формирования сигнал подается на зарядо-временной конвертор MQT300A, смонтированный в том же блоке. Кроме спектрометрических каналов формирователь содержит быстрые усилители-формирователи ($\tau = 200$ нс), которые генерируют сигналы для триггера и измерений времени.

Средний сигнал со счетчика составляет около 5000 фотоэлектронов на МэВ, в то время как шум составляет примерно 1000 фотоэлектронов, что соответствует 200 кэВ.

Энергетическое разрешение калориметра, полученное на прототипе, может быть аппроксимировано выражением [75]:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{0.066\%}{E}\right)^2 + \left(\frac{0.81\%}{\sqrt[4]{E}}\right)^2 + (1.34\%)^2}, \quad (4)$$

где энергия E приведена в ГэВ. Первое слагаемое отображает вклад электронного шума, а остальные два аппроксимируют зависимость от энергии флуктуаций утечек ливня, вклад неоднородности коэффициента светосбора и неточность калибровки.

2.3.2. Модернизация электроники

Обоснование и основная идея модернизации

Коллайдер КЕКВ завершил работу в 2010 году, после чего началась его модернизация в SuperKEKB [77]. Модернизированный коллайдер будет иметь существенно бóльшую светимость (8×10^{35} см⁻²с⁻¹). Для достиже-

ния такой высокой светимости будут увеличены токи пучков, что, в свою очередь, приведет к увеличению фоновых загрузок. Источником пучкового фона являются сошедшие с орбиты электроны и позитроны, взаимодействующие со структурами ускорителя и детектора вблизи места встречи. В результате этого взаимодействия развиваются электромагнитные ливни, фотоны из которых попадают в детектор и вызывают срабатывания счетчиков. Сигналы от мягких фотонов перекрываются с сигналом события, что приводит к шумам наложения (pile-up noise).

Несмотря на то, что спектр таких фотонов в основном лежит в области малых энергий, некоторая часть частиц может обладать энергией в несколько десятков и сотен МэВ. Высокоэнергетичные фоновые фотоны производят случайные кластеры в калориметре. В детекторе Belle каждое триггерное событие содержит в среднем 6 фоновых кластеров (3 в цилиндрической и 3 в торцевых частях) с энергией, превышающей 20 МэВ. Простая экстраполяция в предположении неизменности аппаратной и программной частей калориметра дает оценку уровня шума в условиях большей светимости – несколько десятков фоновых кластеров.

Таким образом, для работы в новых фоновых условиях детектор и, в частности, калориметр также нуждаются в модернизации. В новом детекторе Belle II [78] для всего калориметра производится модификация электроники [79, 80]. Основной идеей модернизации является укорачивание времени формирования и использование непрерывной оцифровки данных с подгонкой формы сигнала. Подгонка сигнала позволит уменьшить шумы наложения, а временная информация – подавить количество высокоэнергетичных фоновых кластеров.

В цилиндрической части время формирования уменьшено до 0.5 мкс, и выходной сигнал счетчика непрерывно оцифровывается с частотой 2 МГц.

После получения триггера 16 измерений вблизи максимума сигнала аппроксимируются сигнальной функцией

$$F(t) = A \cdot f(t - t_0) + P, \quad (5)$$

где амплитуда импульса A , время начала импульса t_0 и пьедестал P – свободные параметры. Форма сигнальной функции отклика $f(t)$ определяется из независимых измерений. Параметры A , t_0 и P определяются с помощью минимизации χ^2 с учетом корреляций измерений:

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (Y_i - F(t_i)) S_{ij}^{-1} (Y_j - F(t_j)), \quad (6)$$

где Y_i – величины сигнала, измеренные в соответствующие им моменты времени t_i , а S_{ij} – определенная заранее ковариационная матрица ошибок.

Описание модулей усилителей-формирователей

Для реализации вышеописанной процедуры были разработаны новые модули усилителей-формирователей DSP (Digital Signal Processing). Они имеют две модификации: одна предназначена для цилиндрической части, другая – для торцевых. Эти модификации, показанные на рис. 13, отличаются друг от друга входными каналами.

Каждая плата усилителя-формирователя обслуживает 16 спектральных каналов. Каждый канал содержит цепь формирователя, включающую дифференцирующий каскад и два каскада интегрирования, основанных на фильтрах Бесселя. Сформированный сигнал оцифровывается при помощи 18-битового FADC с частотой 2 МГц.

В момент прихода триггера на усилитель-формирователь данные с FADC обрабатываются при помощи цифрового алгоритма, загруженного в логику

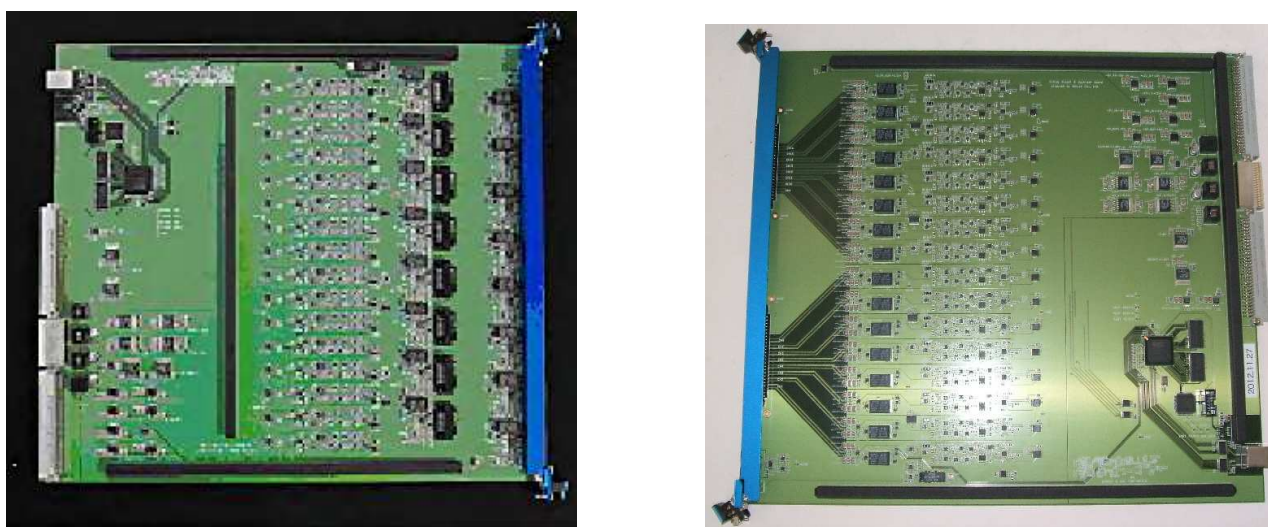


Рис. 13. Модули усилителей-формирователей для цилиндрической (слева) и торцевых (справа) частей калориметра

ПЛИС (Программируемая Логическая Интегральная Схема). Определяются амплитуда и время сигнала, которые затем передаются на модуль коллектора. Для формирования триггера сигналы с 16 каналов суммируются, формируя быстрый сигнал. Чтобы обеспечить одинаковый порог в единицах энергии, в каждый канал перед суммированием установлен регулируемый аттенюатор.

Проверка усилителей-формирователей

При массовом производстве модулей усилителей-формирователей перед установкой их на калориметр Belle II необходимо провести проверку всех функций и параметров этих модулей. Для этого сотрудниками ИЯФ СО РАН был разработан испытательный стенд [81] на основе модулей коллектора и FAM (FADC Analog Module). Схема стенда показана на рис. 14. Модули коллектора, FAM и тестируемого усилителя-формирователя установлены в кейт VME. Ко входу усилителя-формирователя подключены 16

счетчиков на основе кристаллов CsI(Tl). Модуль коллектора генерирует калибровочный сигнал и посылает его на калибровочные входы усилителя-формирователя, одновременно вырабатывая триггерный сигнал для коллектора. Коллектор получает результаты оцифровки и подгонки формы сигнала с модуля усилителя-формирователя – амплитуду и время. FAM оцифровывает быстрый триггерный сигнал. Затем данные с коллектора и FAM считываются компьютером, где проводится их анализ. Такая схема позволяет проверить работоспособность различных компонент усилителя-формирователя и измерить его параметры.

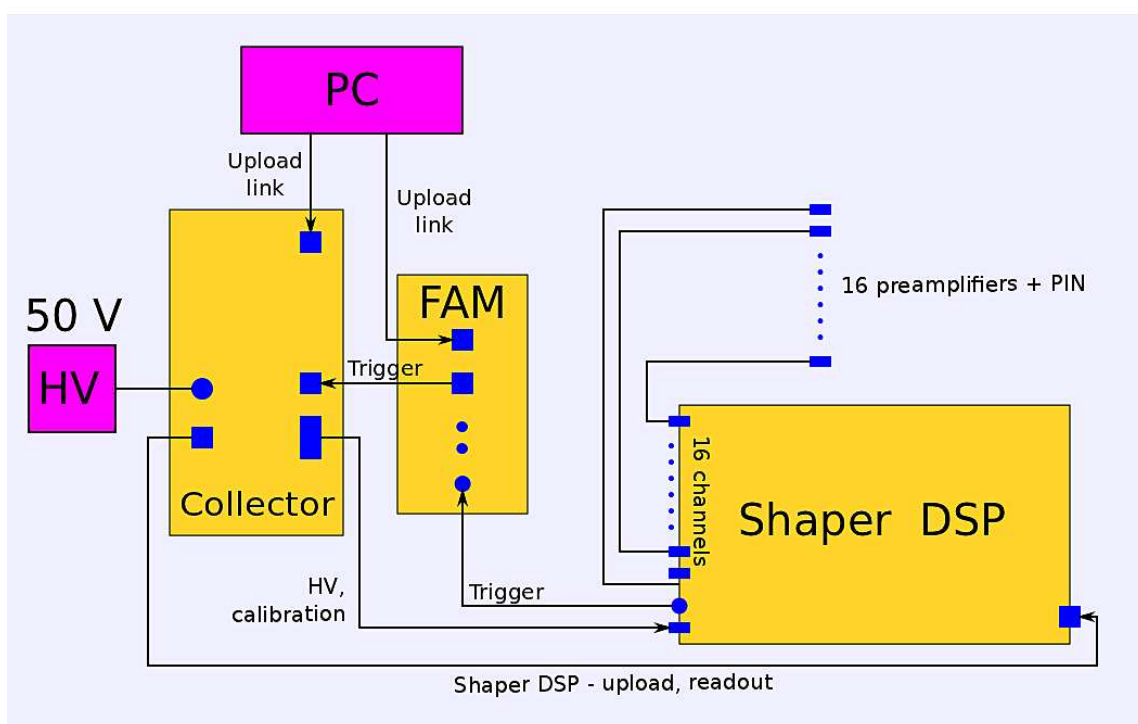


Рис. 14. Схема испытательного стенда

Одной из важных характеристик спектрометрических каналов платы усилителя-формирователя является форма сигнала. Чтобы измерить эту

форму, сгенерированные калибровочные импульсы, имитирующие сигнал от сцинтилляционной вспышки, подаются на вход предусилителя. Для определения формы генерируется 4800 сигнальных событий, а для определения матрицы корреляции S_{ij} – 1000 событий пьедестала. Сигнальные события имеют 48 различных значений времени начала t_g (время генератора) в интервале 0.5 мкс. При каждом значении времени набирается 100 событий.

Для подгонки используется функция (5). Форма сигнала описывается сверткой функции сигнала со сцинтиллятора и функции отклика усилителя-формирователя:

$$f(t) = f_{scint}(t) \otimes R(t), \quad (7)$$

где $f_{scint}(t)$ – экспоненциальная функция формы с характерным временем высвечивания t_{scint} , а $R(t)$ – функция отклика, характеризующая одно дифференцирование и два интегрирования, выполняемые в усилителе-формирователе. Более подробное описание подгоночной функции приведено в Приложении 1.

При заданной форме сигнала каждое событие характеризуется тремя параметрами: пьедесталом P , амплитудой A и начальным временем t_0 . Функция отклика содержит еще девять параметров: время сцинтилляции; время дифференцирования; пять параметров, характеризующих фильтр Бесселя (один параметр для дифференцирования и четыре для интегрирований); амплитуда и время длинной компоненты; дополнительный параметр для описания размытия сигнала.

Процедура подгонки состоит в следующем. Сначала девять параметров функции отклика фиксируются в начальных значениях, производится подгонка сигнала, из которой определяются P , A и t_0 . С помощью полученных параметров сигнальной функции строится зависимость $(Y_i - P)/A$ от

$t_i + t_g$. Полученное распределение, показанное на рис. 15, воспроизводит форму сигнала. Затем эта зависимость подгоняется функцией (5). В результате определяются параметры сигнала и функции отклика.

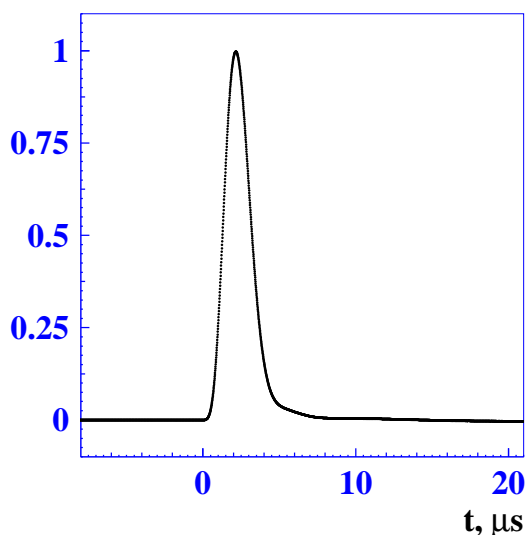


Рис. 15. Форма сигнала, восстановленная по описанной процедуре

После восстановления формы сигнала определяется ее разница с эталонной формой, показанная на рис. 16. На рис. 17 приведены значения максимальной разницы между полученной формой сигнала и эталоном для всех спектрометрических каналов. Если эти значения не превышают заданного значения (0.02), то считается, что плата усилителя-формирователя проверки прошла. При этом в базу данных записываются полученные параметры для всех шестнадцати каналов с ошибками и χ^2 подгонки.

Аналогичная проверка проводится для формы быстрого триггерного сигнала. Оцифровка в модуле FAM идет с тактовой частотой 10 МГц асинхронно с выработкой калибровочного сигнала. В данном случае для определения временной зависимости используется восстановленное время t_0 . Так как запуск модуля FAM происходит от самого сигнала, первая точка изме-

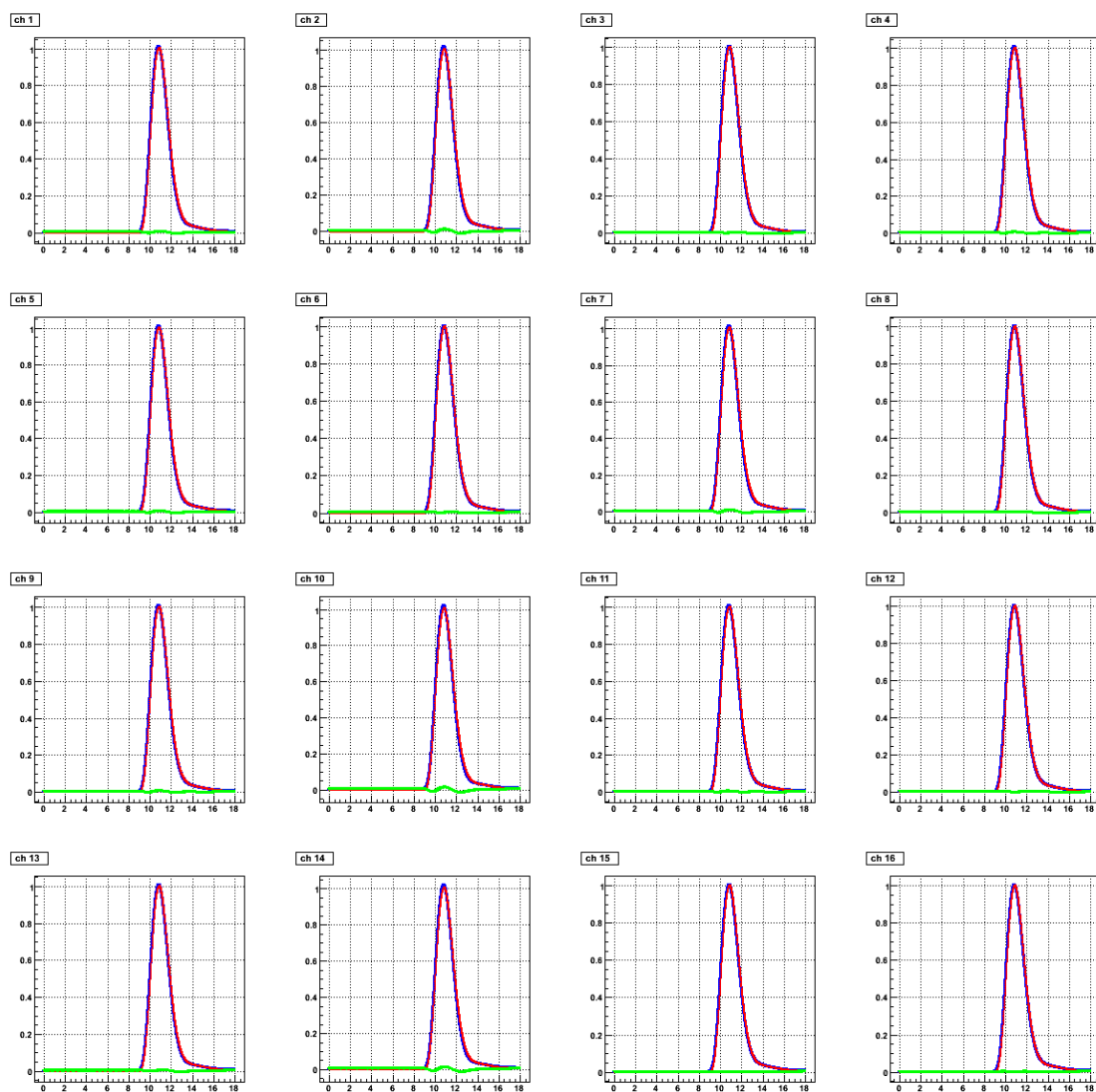


Рис. 16. Сравнение полученной формы сигнала с эталонной формой для всех шестнадцати каналов. Синим цветом показан сигнал, красным – эталон, зеленым – разница между ними.

рений определяется установленным порогом срабатывания. Чтобы обеспечить перекрытие всей длительности такта, амплитуда сигнала варьируется в диапазоне 2200 до 26200 каналов. Для получения событий с различными начальными временами генерируется 4000 сигнальных событий, а для определения матрицы корреляции – 1000 событий пьедестала.

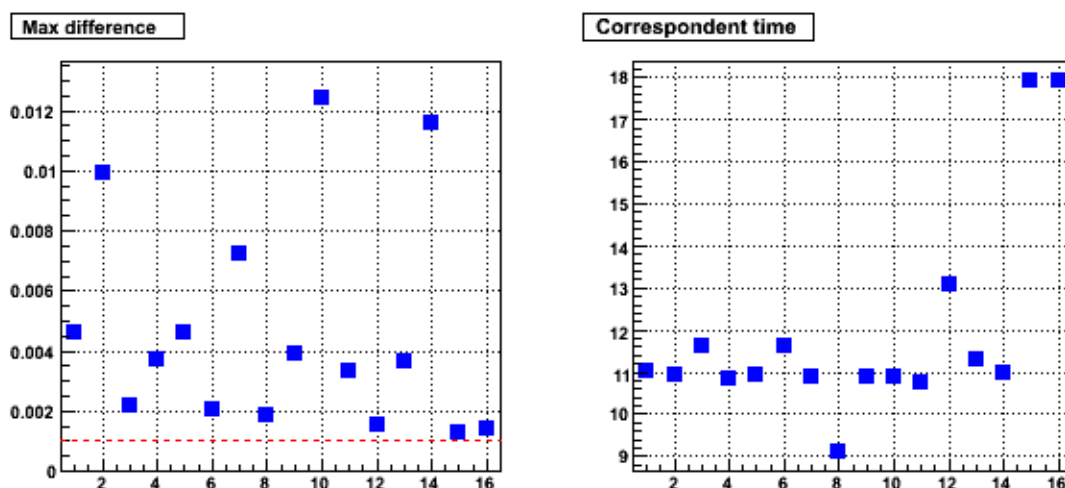


Рис. 17. Максимальная разница между сигналом и эталоном (слева), а также соответствующее значение времени (справа) в зависимости от номера канала

Восстановленная при помощи калибровочных событий форма сигнала показана на рис. 18 (слева). В результате подгонки проводится сравнение полученной формы сигнала с эталоном, продемонстрированное на рис. 18 (справа). Если соответствующая разница не превышает заданного значения (0.02), то проверка пройдена. При этом в базу данных записываются значения полученных параметров с ошибками и χ^2 подгонки.

Описанная процедура была использована для проверки ≈ 600 плат усилителей-формирователей на стенде, установленном в университете Hanyang (Сеул, Южная Корея). По итогам проверки около 20% плат были отправлены назад производителю для улучшения их качества. Окончательное тестирование проводилось на стенде, установленном в КЕК.

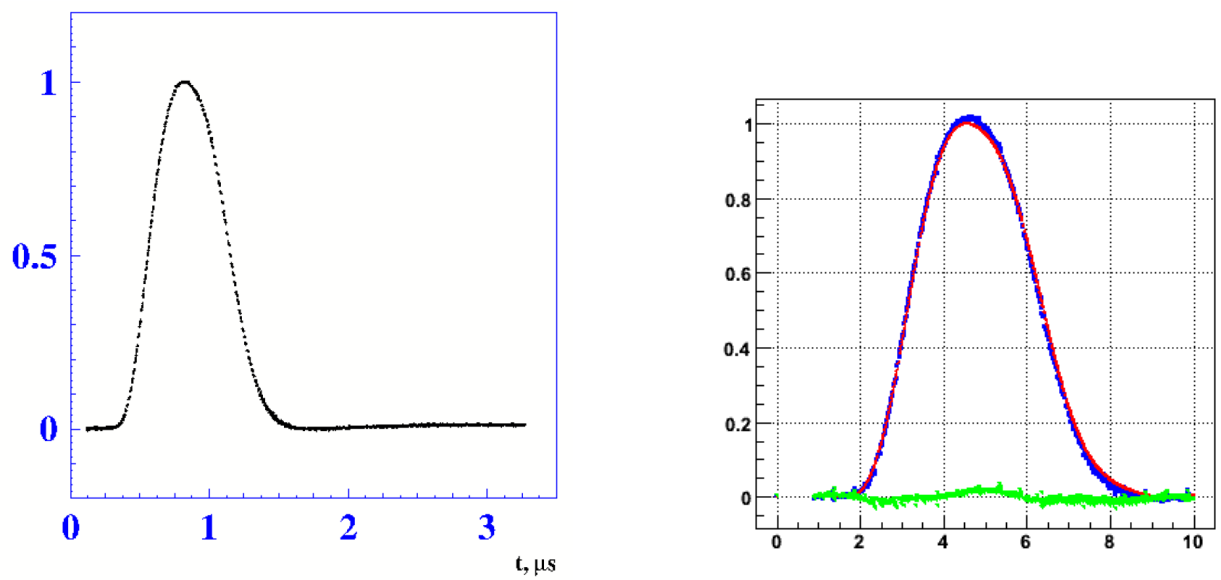


Рис. 18. Слева: восстановленная форма быстрого триггерного сигнала. Справа: сравнение полученной формы сигнала FАМ с эталоном. Синим цветом показан сигнал, красным – эталон, зеленым – разница между ними.

Глава 3

Определение параметров η_c - и $\eta_c(2S)$ -мезонов в распадах $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K \pi)^0$

3.1. Отбор событий

Результаты получены на основе данных, содержащих 535×10^6 пар B -мезонов, набранных на детекторе Belle. Подробное описание данного анализа приведено в [19]. Для восстановления искомого канала мы выбираем события, содержащие пять заряженных частиц, две из которых складываются в K_S^0 -мезон.

Пионы и каоны разделяются путем комбинирования откликов Черенковских и время-пролетных счетчиков с измерениями dE/dx в дрейфовой камере и формирования функции правдоподобия $\mathcal{L}(h)$, где $h = \pi$ или K . Заряженные частицы идентифицируются как пионы или каоны с помощью отношения функций правдоподобия \mathcal{R} :

$$\mathcal{R}(K) = \frac{\mathcal{L}(K)}{\mathcal{L}(K) + \mathcal{L}(\pi)}; \quad \mathcal{R}(\pi) = \frac{\mathcal{L}(\pi)}{\mathcal{L}(K) + \mathcal{L}(\pi)} = 1 - \mathcal{R}(K).$$

Выбор заряженных треков происходит на основе требований на χ^2 подгонки треков и прицельных параметров относительно точки столкновения пучков. Мы требуем, чтобы полярный угол каждого трека был в интервале $18^\circ - 152^\circ$, а импульс трека, перпендикулярный оси пучков позитронов, был больше $100 \text{ МэВ}/c$.

Кандидаты в заряженные каоны выделяются с помощью условия $\mathcal{R}(K) > 0.6$. Такое требование имеет эффективность 90% и вероятность

неправильной идентификации пиона как каона 3 – 10% в зависимости от импульса. Для кандидатов в пионы мы требуем, чтобы $\mathcal{R}(\pi) > 0.2$. K_S^0 -мезоны восстанавливаются по распаду в $\pi^+\pi^-$, при этом инвариантная масса $\pi^+\pi^-$ должна лежать в диапазоне $0.489 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\pi^+\pi^-) < 0.505 \text{ ГэВ}/c^2$. Длина отлета K_S^0 должна находиться в интервале (0.1, 20) мм. Угол φ между импульсом пионной пары и линией, соединяющей $\pi^+\pi^-$ вершину с точкой взаимодействия, должен удовлетворять условию $\cos \varphi > 0.95$.

Выделение B -мезонов осуществляется с помощью двух кинематических переменных: разницы энергии продуктов распада и энергии пучка в системе центра масс $\Delta E = (\sum_i E_i) - E_b$ и восстановленной массы B -мезона $M_{bc} = \sqrt{E_b^2 - (\sum_i \vec{p}_i)^2}$, где $E_b = \sqrt{s}/2$, E_i и \vec{p}_i – это энергия пучка, восстановленная энергия и восстановленный импульс продуктов распада B -кандидата в системе центра масс $\Upsilon(4S)$. Сигнальная область определяется следующим образом: $|\Delta E| < 0.03 \text{ ГэВ}$, $5.273 \text{ ГэВ}/c^2 < M_{bc} < 5.285 \text{ ГэВ}/c^2$. Внесигнальная область по ΔE определена как $||\Delta E| - 0.06(\text{ГэВ})| < 0.03 \text{ ГэВ}$.

Для подавления большого фона континуума ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, где $q = u, d, s, c$) используется топологическая переменная. Так как рожденные B -мезоны практически покоятся в системе центра масс, распределение продуктов распада сигнальных событий изотропно, в то время как для фоновых $q\bar{q}$ событий оно имеет выраженную двухструйную структуру. Мы используем угол между осью траста B -кандидата и осью траста остального события (θ_{thrust}), чтобы различать эти два случая. Ось траста называется ось \hat{n} , максимизирующая $\sum_i |\hat{p}_i \cdot \hat{n}|$, где сумма берется по всем импульсам рассматриваемых частиц \hat{p}_i [82]. Распределение по $|\cos \theta_{\text{thrust}}|$ имеет выраженный пик около $|\cos \theta_{\text{thrust}}| = 1$ для событий и практически однородно для событий от распада $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$. Мы требуем, чтобы $|\cos \theta_{\text{thrust}}| < 0.8$.

Если существует несколько комбинаций конечных частиц, удовлетво-

ряющих всем условиям отбора, мы выбираем такую, у которой минимальны разница $|M(K_S^0) - M(\pi^+\pi^-)|$ и разница между z-координатами вершины каона и пиона из распада чармония и каона из распада B -мезона. Если конечное состояние включает два каона одинакового заряда, то есть $K^\pm(K^\pm K_S^0 \pi^\mp)$, нужно симметризовать амплитуду относительно перестановок каонов. Чтобы избежать этого, мы исключаем из анализа область диаграммы Далица, в которой такие события перекрываются. Для остальных областей выбирается кандидат с минимальной разницей $|M(\eta_c/\eta_c(2S)) - M(K_S^0 K^\pm \pi^\mp)|$. Средняя множественность кандидатов на событие составляет 1.6.

3.2. Изучение интерференции

3.2.1. Оценка влияния интерференции

Схема изучаемого распада приведена на рис. 19. Данные могут содержать события, имеющие то же самое конечное состояние, что и резонансный распад, но без промежуточного резонанса чармония. Вклад таких событий мы называем нерезонансной амплитудой. Так как конечное состояние в обоих случаях одинаково, эти амплитуды интерферируют. Однако, если конечные частицы формирует узкие резонансы, такие как D -, D_S - и ϕ -мезоны, такие события можно легко исключить из анализа при помощи следующих условий на инвариантные массы конечных частиц.

- D^\pm -мезон: $1.854 \text{ ГэВ}/c^2 < M < 1.884 \text{ ГэВ}/c^2$, где M – инвариантная масса $K_S^0 K_{(1)}$, $K_S^0 K_{(2)}$ и $K_S^0 \pi$ (для подавления фона от распадов $B^\pm \rightarrow D^\pm K^\pm \pi^\mp$ и $B^\pm \rightarrow D^\pm K^\pm K^\mp$).
- D^0 -мезон: $1.85 \text{ ГэВ}/c^2 < M < 1.88 \text{ ГэВ}/c^2$, где M – инвариантная масса $K_{(1)}\pi$, $K_{(2)}\pi$, $K_{(1)}K_{(2)}$, $K_S^0 K_{(1)}K_{(2)}$ и $K_S^0 K_{(1)}\pi$ (для подавления

фона от распадов $B^\pm \rightarrow D^0 K_S^0 K^\pm$, $B^\pm \rightarrow D^0 K_S^0 \pi^\pm$, $B^\pm \rightarrow D^0 \pi^\pm$ и $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$).

- D_s^\pm -мезон: $1.953 \text{ ГэВ}/c^2 < M < 1.983 \text{ ГэВ}/c^2$, где M – инвариантная масса $K_S^0 K_{(1)}$ и $K_S^0 K_{(2)}$ (для подавления фона от распада $B^\pm \rightarrow D_s^\pm K^\pm \pi^\mp$).
- ϕ -мезон: $1.01 \text{ ГэВ}/c^2 < M < 1.03 \text{ ГэВ}/c^2$, где M – инвариантная масса $K_{(1)} K_{(2)}$ (для подавления фона от распада $B^\pm \rightarrow \phi K_S^0 \pi^\pm$).

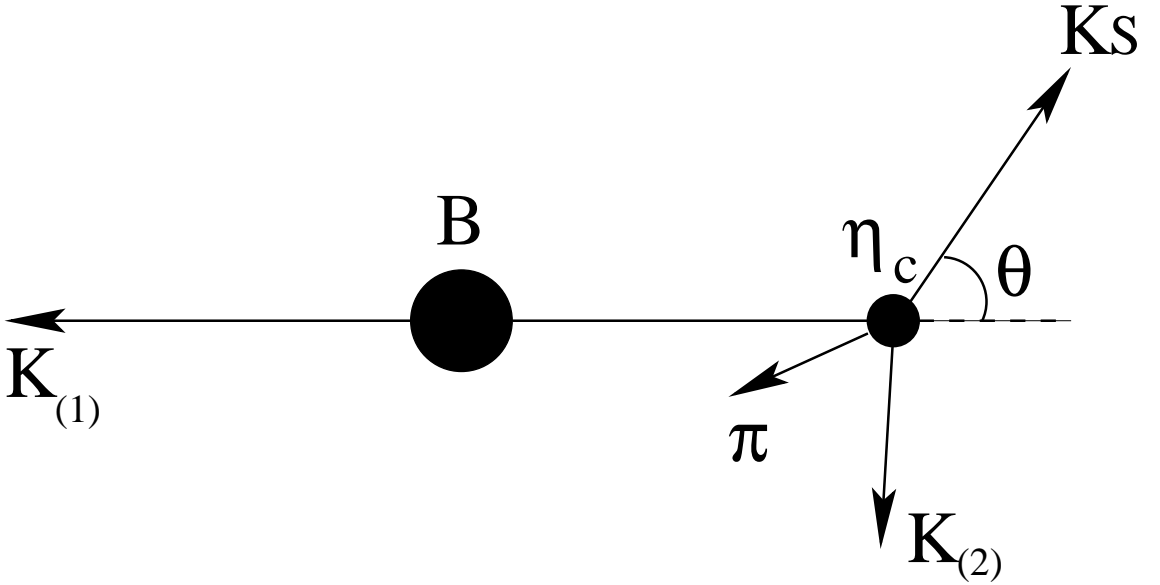


Рис. 19. Распад $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \rightarrow K^\pm (K_S^0 K \pi)^0$

Для последующего анализа мы определяем сигнальную область по массе η_c -мезона как $(2.92 - 3.04) \text{ ГэВ}/c^2$, внесигнальную область – $(2.54 - 2.86) \text{ ГэВ}/c^2$ и $(3.14 - 3.46) \text{ ГэВ}/c^2$. Сигнальная область по массе $\eta_c(2S)$ -мезона равна $(3.58 - 3.7) \text{ ГэВ}/c^2$, внесигнальная область – $(3.14 - 3.46) \text{ ГэВ}/c^2$ и $(3.72 - 4) \text{ ГэВ}/c^2$.

Сигнальные события определяются с помощью подгонки распределения по ΔE в сигнальной области по массе чармония, как показано на рис. 20

и 21 (слева). Нерезонансный вклад определяется как пик в распределении по ΔE во внесигнальной области по массе чармония (то есть области, не содержащей резонанс чармония), показанном на рис. 20 и 21 (справа). Мы подгоняем распределения по ΔE суммой распределения Гаусса и полинома второго порядка. Из этих подгонок мы получаем число событий в сигнальной области (N_{observed}) и внесигнальной области (N_{sb}), которое может быть пересчитано в число событий нерезонансного вклада ($N_{\text{non-res}}$). В случае распада η_c $N_{\text{observed}} = 889 \pm 37$ (стат), $N_{\text{non-res}} = 87 \pm 11$ (стат). В случае распада $\eta_c(2S)$ $N_{\text{observed}} = 279 \pm 29$ (стат), $N_{\text{non-res}} = 156 \pm 13$ (стат).

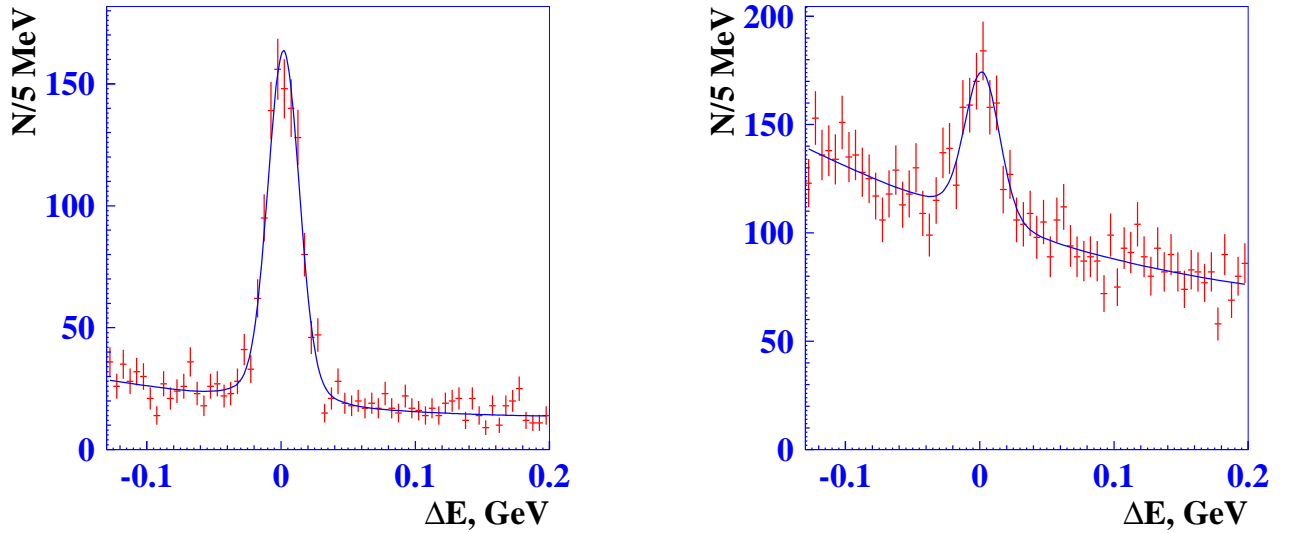


Рис. 20. Распределения по ΔE в сигнальной (слева) и внесигнальной (справа) областях для кандидатов распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \rightarrow K^\pm (K_S^0 K \pi)^0$

Для определения количества событий, соответствующих сигналу чармония, необходимо учесть вклад нерезонансной амплитуды:

$$N_{\text{observed}} \propto \int |A_{\text{signal}} + A_{\text{non-res}}|^2 dq = \int |A_{\text{signal}}|^2 dq + \int |A_{\text{non-res}}|^2 dq + 2 \int A_{\text{signal}} A_{\text{non-res}}^* dq, \quad (8)$$

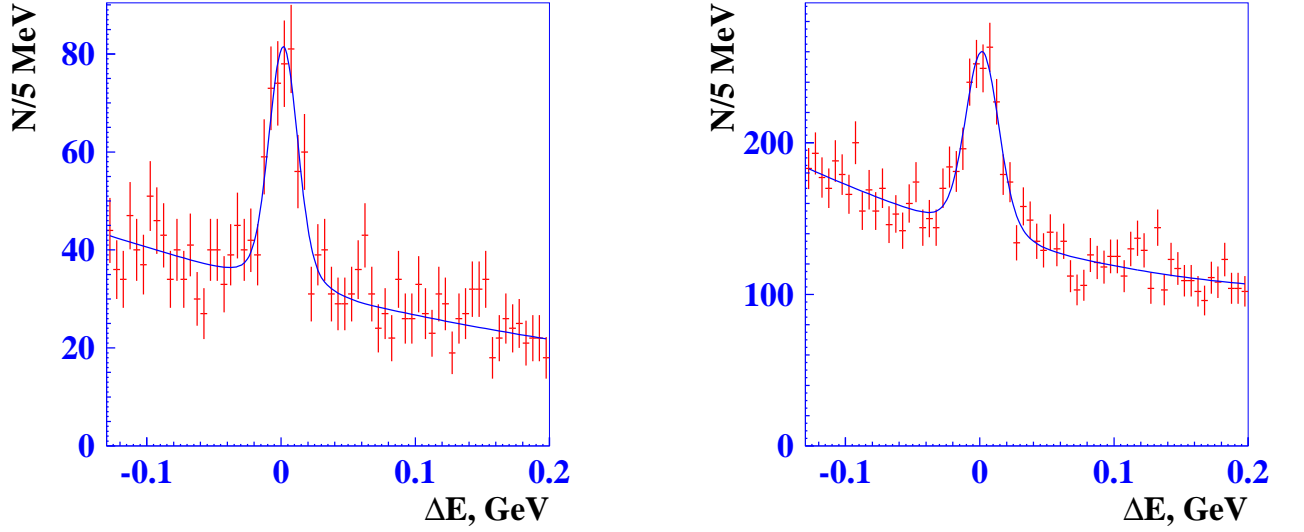


Рис. 21. Распределения по ΔE в сигнальной (слева) и внесигнальной (справа) областях для кандидатов распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S) \rightarrow K^\pm (K_S^0 K \pi)^0$

где q – переменные, описывающие амплитуду распада, определение которых приведено в следующем разделе. Различные значения фазы интерференции могут значительно менять число сигнальных событий (пропорциональное $\int |A_{\text{signal}}|^2 dq$), в то время как полное число наблюдаемых событий (пропорциональное $\int |A_{\text{signal}} + A_{\text{non-res}}|^2 dq$) остается тем же самым. Используя гипотезы максимальной конструктивной и деструктивной интерференции мы получим 410 и 1550 сигнальных событий соответственно. Таким образом, модельная неопределенность числа сигнальных событий распада η_c получается довольно большой: $N = 980 \pm 570$ (мод). Она еще больше в случае распада $\eta_c(2S)$. Специальное исследование, посвященное эффекту интерференции, позволило выработать процедуру, которая уменьшает эту неопределенность.

3.2.2. Метод учета интерференции

Чтобы уменьшить неопределенность, возникающую из-за интерференции, нужно выделить часть нерезонансной амплитуды, для которой слагаемое, описывающее интерференцию с сигналом, зануляется после интегрирования по всем переменным распада. Если представить нерезонансную амплитуду в виде суммы $A_1 + A_2$, получаем выражение для интерференционного члена:

$$\int A_{signal} A_{non-res}^* dq = \int A_{signal} (A_1^* + A_2^*) dq = \int A_{signal} A_1^* dq, \quad (9)$$

если $A_2 \perp A_{signal}$. Равенство $\int A_{signal} A_2^* dq = 0$ выполняется, если эффективность регистрации одинакова для всего диапазона параметров интегрирования q .

Чтобы выделить из $A_{non-res}$ амплитуду A_2 , ортогональную A_{signal} , нужно выбрать такие переменные, описывающие распад, распределения по которым отличались бы в сигнальной и внесигнальной областях по массе чармония. В распаде $B \rightarrow K_{(1)} K_S^0 K_{(2)} \pi$ (см. рис. 19) в конечном состоянии присутствуют четыре частицы, что дает 4×3 измеренных параметров. С учетом четырех условий сохранения энергии-импульса и интегрирования по трем углам, характеризующим распад B -мезона (так как это псевдоскаляр, зависимости от этих углов быть не должно), мы имеем пять независимых переменных для описания амплитуды процесса. Мы выбираем следующие параметры: инвариантная масса $K_S^0 K_{(2)} \pi$, две переменных Далица для распада чармония – q_1^2 и q_2^2 (например, $M_{K_{(2)}\pi}^2$ и $M_{K_S^0\pi}^2$), угол между K_S^0 и $K_{(1)}$ в системе покоя $K_S^0 K_{(2)} \pi$ системы (θ) и угол между плоскостями $K_{(1)}-\pi$ и $K_{(1)}-K_S^0$ в той же системе (ϕ).

Распределение $M(K_S^0 K \pi)$ содержит четыре пика, соответствующие рож-

дению η_c , J/ψ , χ_{c1} и $\eta_c(2S)$ (см. рис. 22). Вдобавок к этим пикам присутствует нерезонансный фон, интерферирующий с η_c (или $\eta_c(2S)$) сигналом. Предполагается, что нерезонансная компонента описывается гладкой функцией. К сожалению, одна лишь форма одномерного распределения инвариантной массы не позволяет получить вклад интерференции, поэтому нужно использовать другие переменные.

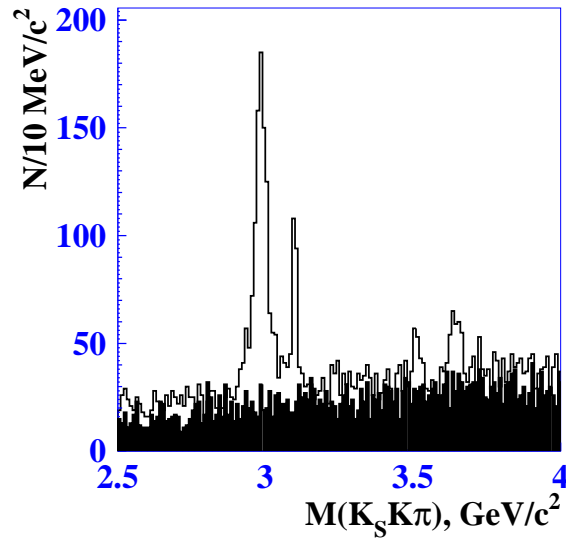


Рис. 22. Сигнальное распределение по инвариантной массе $K_S^0 K \pi$ в распаде $B^\pm \rightarrow K^\pm (K_S^0 K \pi)^0$. Можно видеть состояния чармония η_c , J/ψ , χ_{c1} и $\eta_c(2S)$ (в порядке возрастания массы). Сплошная гистограмма демонстрирует комбинаторный фон, установленный из внесигнальной области распределения по ΔE .

Распределения Далица трехчастичных распадов η_c и $\eta_c(2S)$ показаны на рис. 23. В случае распада η_c распределение Далица неоднородно и имеет пикованную структуру при массе $K\pi$ около $1.4 \text{ ГэВ}/c^2$, что можно интерпретировать как комбинацию состояний $K^*(1410)$, $K_0^*(1430)$ и $K_2^*(1430)$. Небольшое число событий сигнала и нерезонансного фона не позволяет эф-

эффективно провести Далиц анализ и усложняет использование переменных Далица для разделения η_c сигнала и нерезонансной амплитуды. Тот же вывод можно сделать и для распада $\eta_c(2S)$.

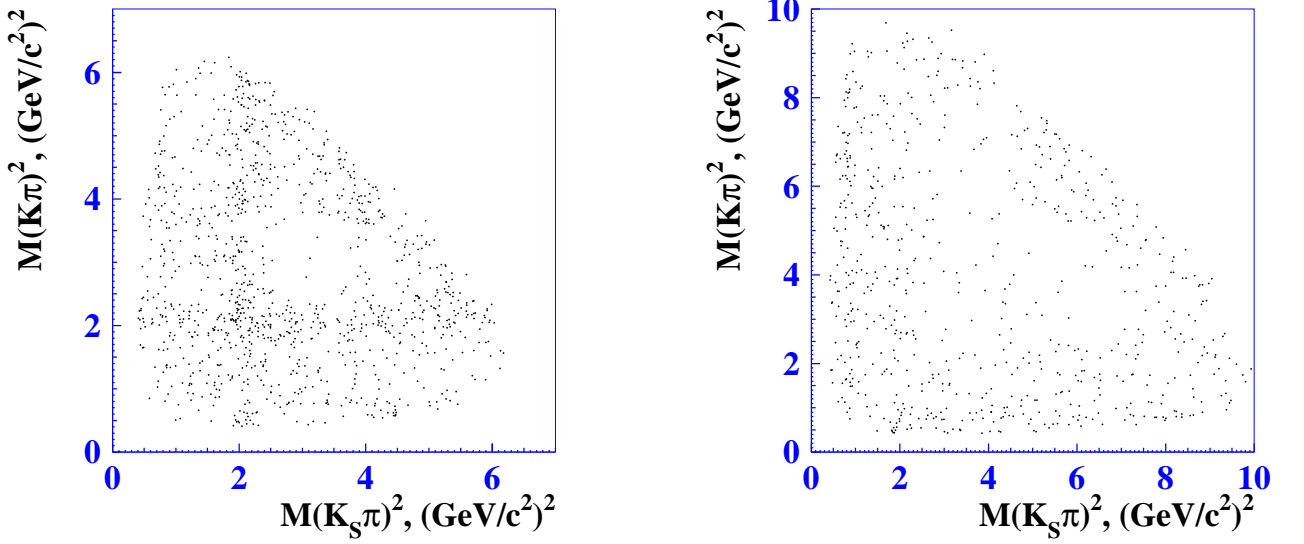


Рис. 23. Распределения Далица в сигнальных областях распадов η_c (слева) и $\eta_c(2S)$ (справа)

Другая переменная, которая может быть использована для разделения амплитуд, это $\cos\theta$. Так как η_c и $\eta_c(2S)$ являются псевдоскалярами ($J^P = 0^-$), мы ожидаем равномерное распределение по $\cos\theta$. На рис. 24 и 25 показаны распределения по $\cos\theta$ для сигнальных и внесигнальных областей распадов η_c и $\eta_c(2S)$, при этом комбинаторный фон вычтен. Видно, что внесигнальные распределения содержат вклады от угловых волн более высоких порядков. Использование суммы амплитуд S-, P- и D-волн дает хорошую аппроксимацию углового распределения. Сигнальная область также содержит нерезонансный вклад, но, в основном, состоит из сигнальных событий, поэтому вклад S-волны в этом случае будет преобладать. Разложение нерезонансного вклада на S-, P- и D-волны позволяет уменьшить неопреде-

ленность, возникающую из-за интерференции. Однако интерференция между S-волной сигнала и S-волной нерезонансного фона не позволяет полностью исключить соответствующую неопределенность. Нужно еще отметить, что вместо $\cos\theta$ можно было использовать косинус угла между $K_{(1)}$ и $K_{(2)}$ или между $K_{(1)}$ и π . Угол между $K_{(1)}$ и K_S^0 был выбран после исследования распределений по другим углам. Проведен анализ этих распределений, и выбрана комбинация, которая дает наибольшее отличие в распределениях в сигнальной и внесигнальной областях.

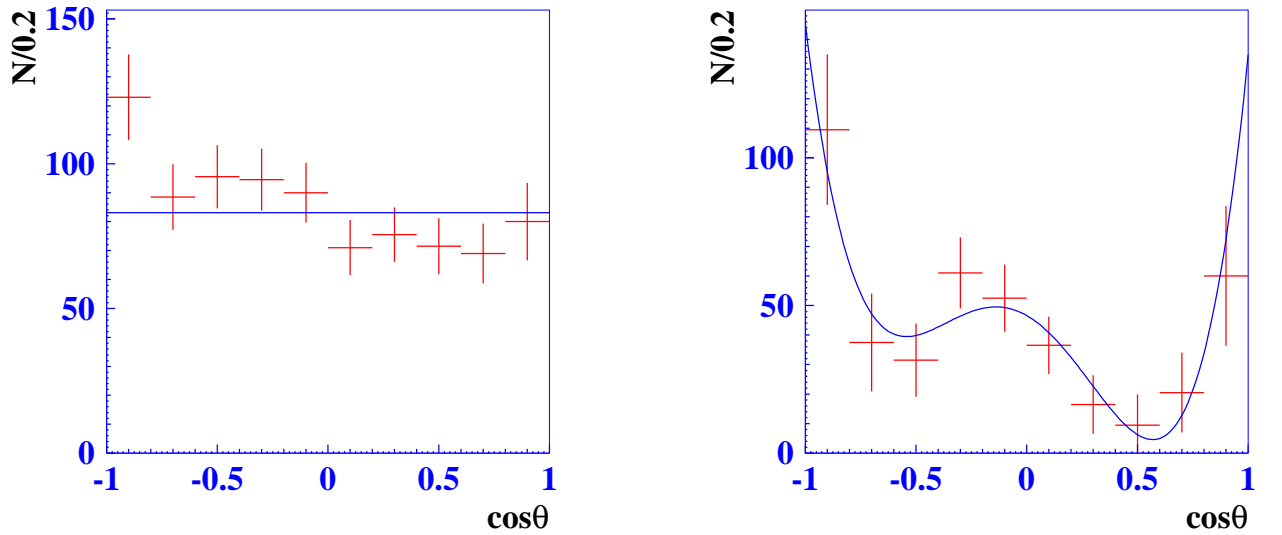


Рис. 24. Аппроксимация сигнального распределения по $\cos\theta$ S-волной (слева), а внесигнального распределения – S-, P- и D-волнами (справа) в случае распада η_c после вычитания комбинаторного фона.

Таким образом, мы анализируем двумерную гистограмму $M(K_S^0 K \pi) - \cos\theta$, предполагая, что нерезонансная амплитуда имеет одинаковую угловую зависимость в пределах массовых интервалов $(2.5 - 3.46)$ ГэВ/ c^2 для η_c и $(3.14 - 4.06)$ ГэВ/ c^2 для $\eta_c(2S)$. Число сигнальных событий в одном канале гистограммы $N_{bin} = N_{\Delta E signal} - k \cdot N_{\Delta E sideband}$, где коэффициент $N_{\Delta E signal}$ –

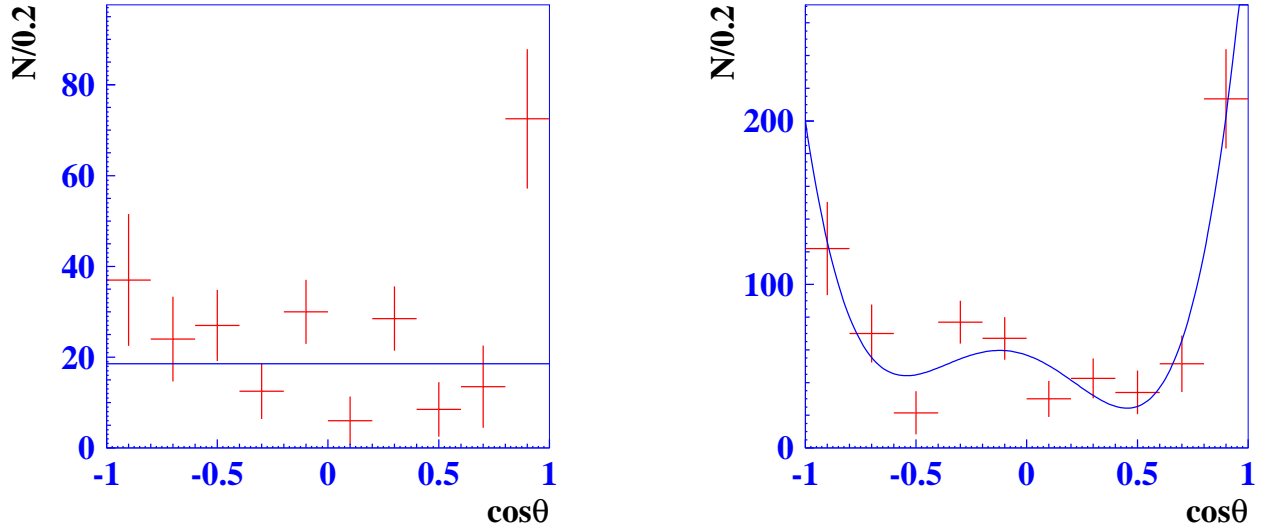


Рис. 25. Аппроксимация сигнального распределения по $\cos \theta$ S-волной (слева), а внесигнального распределения – S-, P- и D-волнами (справа) в случае распада $\eta_c(2S)$ после вычитания комбинаторного фона.

число событий в сигнальной области по ΔE , $N_{\Delta E \text{sideband}}$ – во внесигнальной области по ΔE , а k – отношение ширин областей по ΔE , обеспечивающее правильную нормировку. При анализе распада η_c цена канала вдоль оси $\cos \theta$ составляет 0.2 (всего 9 каналов), а вдоль оси $M(K_S^0 K \pi) - 10 \text{ МэВ}/c^2$ в сигнальной области и $150/130 \text{ МэВ}/c^2$ в левой/правой внесигнальных областях (всего 44 канала). При анализе распада $\eta_c(2S)$ цена канала вдоль оси $\cos \theta$ составляет 0.2 (всего 9 каналов), а вдоль оси $M(K_S^0 K \pi) - 16 \text{ МэВ}/c^2$ в сигнальной области и $130 \text{ МэВ}/c^2$ во внесигнальной области (всего 29 каналов).

В распределении по $M(K_S^0 K \pi)$, кроме фона и интересующих нас чармониев, присутствуют пики от резонансов J/ψ и χ_{c1} . Учет этих пиков в подгонке требует изучения динамики распадов и соответствующих угловых зависимостей. Однако, поскольку эти резонансы имеют малую ширину, было решено удалить их из подгонки. Для этого исключаются области, близкие к

J/ψ -мезону $((3.07 - 3.13) \text{ ГэВ}/c^2)$ и χ_{c1} -мезону $((3.48 - 3.54) \text{ ГэВ}/c^2)$.

Как уже было отмечено, вклад ортогональной амплитуды A_2 равен нулю, если эффективность регистрации одинакова во всем фазовом объеме. С помощью сигнального моделирования изучаемых распадов была изучена зависимость эффективности от $M(K_S^0 K \pi)$ и $\cos \theta$. Исследование показало, что в исследуемом диапазоне зависимость от инвариантной массы не наблюдается. Зависимость эффективности от $\cos \theta$ параметризуется полиномом второй степени. Из-за этого появляется небольшой вклад от интерференции между S-, P- и D-волнами. В данном исследовании наличие ненулевых интерференционных слагаемых учитывается при подгонке.

Подгоночная функция может быть представлена в виде квадрата модуля суммы сигнальной и нерезонансной амплитуд, проинтегрированного по всем переменным кроме $M(K_S^0 K \pi)$ и $\cos \theta$:

$$F(s, x) = \int \int \int \int_{x - \frac{\delta}{2}}^{x + \frac{\delta}{2}} \int_{s - \frac{\Delta}{2}}^{s + \frac{\Delta}{2}} (1 + \varepsilon_1 x' + \varepsilon_2 x'^2) \cdot \left| \left(\frac{\sqrt{N}}{s' - M^2 + iM\Gamma} A_\eta(q_1^2, q_2^2) + \alpha A_S(q_1^2, q_2^2) \right) S(x') + \beta A_P(q_1^2, q_2^2) P(x') + \gamma A_D(q_1^2, q_2^2) D(x') \right|^2 ds' dx' dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (10)$$

где $x = \cos \theta$, $s = M^2(K_S^0 K \pi)$; q_1^2 и q_2^2 это переменные Далица; ε_1 и ε_2 – определенные из моделирования константы, характеризующие зависимости эффективности от x ; δ и Δ – ширины каналов по осям $\cos \theta$ и $M(K_S^0 K \pi)$ соответственно; M и Γ – масса и ширина $\eta_c(\eta_c(2S))$ -мезона; N – число сигнальных событий; α , β , γ – относительные доли S-, P- и D-волн соответственно; $S = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $P = \sqrt{\frac{3}{2}}x$, $D = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}(x^2 - \frac{1}{3})$ – функции, характеризующие угловую зависимость S-, P- и D-волн соответственно; A_η – амплитуда сигнальной S-

волны, $A_{S,P,D}$ – амплитуды нерезонансных S-, P- и D-волн соответственно. Квадраты модулей амплитуд нормированы на единицу:

$$\int \int \int |A_{\eta,S,P,D}(q_1^2, q_2^2)|^2 dq_1^2 dq_2^2 d\phi = 1. \quad (11)$$

Для того чтобы учесть импульсное разрешение, проводится свертка зависимости (10) с функцией Гаусса разрешения детектора. Для определения разрешения мы подгоняем J/ψ и χ_{c1} функциями Гаусса, используя одномерные распределения по инвариантной массе $K_S^0 K \pi$, полученные из сигнального моделирования и данных. Сравнив полученные ширины, мы определяем ухудшение разрешения в данных. С учетом этого эффекта мы пересчитываем разрешение детектора, полученное из моделирования в областях η_c и $\eta_c(2S)$. В итоге получается $\sigma(\eta_c) = (6.2 \pm 1.1)$ МэВ, $\sigma(\eta_c(2S)) = (9.8 \pm 1.7)$ МэВ. Более подробное описание подгоночной функции приведено в Приложении 2.

Полученная функция зависит от 15 параметров: вышеописанных N , M , Γ , α , β , γ и 9 параметров, характеризующих интерференцию. В частности,

$$\Re_{\eta i} + i\Im_{\eta i} = \int \int \int A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_i^*(q_1^2, q_2^2) dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (12)$$

$$\Pi_{ij} = \int \int \int \Re(A_i(q_1^2, q_2^2) A_j^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (13)$$

где $i, j = S, P, D$ и $i \neq j$. Таким образом, 6 параметров ($\Re_{\eta S}$, $\Im_{\eta S}$, $\Re_{\eta P}$, $\Im_{\eta P}$, $\Re_{\eta D}$, $\Im_{\eta D}$) описывают интерференцию между сигнальной амплитудой A_{η} и нерезонансными амплитудами $A_{S,P,D}$, еще 3 параметра (Π_{SP} , Π_{SD} , Π_{PD}) – интерференцию между нерезонансными амплитудами $A_{S,P,D}$.

3.2.3. Результат подгонки распределений

Как уже было отмечено, модельная неопределенность, связанная с интерференцией, не может быть полностью исключена из-за того, что S-волна

присутствует и в сигнале, и в нерезонансном фоне. Другими словами, параметры этой интерференции невозможно определить из подгонки. То же самое утверждение можно вывести математически путем следующих рассуждений. Так как функция $F(s, x)$ является суммой квадратов функции Брейта-Вигнера для сигнала от η_c ($\eta_c(2S)$) и S-, P- и D-волн, она может быть представлена в виде рациональной функции от s и x :

$$F(s, x) = \frac{1 + \varepsilon_1 x + \varepsilon_2 x^2}{(s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^4 C_{ij} s^i x^j. \quad (14)$$

В самом общем виде такая функция имеет 15 независимых коэффициентов (C_{ij}) в числителе и два (M и Γ) в знаменателе, однако в нашем случае некоторые коэффициенты не являются независимыми (см. Приложение 2):

1. $C_{03} = M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{23}$,
2. $C_{13} = -2M^2C_{23}$,
3. $C_{04} = M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{24}$,
4. $C_{14} = -2M^2C_{24}$.

Таким образом, имеется только 13 ($15 + 2 - 4 = 13$) независимых слагаемых, что недостаточно для определения всех 15 параметров функции $F(s, x)$. По двум ($15 - 13 = 2$) параметрам проводится сканирование по всем возможным значениям. Так как наибольший вклад вносит интерференция между сигналом и S-волной нерезонансного фона, в качестве таких параметров мы выбираем α и $\mathfrak{F}_{\eta S}$. Для проведения сканирования мы случайным образом выбираем значения α и $\mathfrak{F}_{\eta S}$, оставляя остальные 13 параметров свободными. Диапазон сканирования параметра α выбран так, чтобы он включал область с минимальным χ^2 . Он составляет $(0, 9)$ для анализа распада η_c и $(1, 11)$ для распада $\eta_c(2S)$. Параметр $\mathfrak{F}_{\eta S}$ варьируется во всем физическом диапазоне $(-1, 1)$. После подгонки распределений мы получаем набор параметров и соответствующий χ^2 .

Зависимости числа сигнальных событий от χ^2 показаны на рис. 26. В случае распада η_c видно, что это распределение имеет «плато», состоящее

из подгонок с различными N (и другими параметрами подгонки), но одинаковыми значениями χ^2 . Эта особенность возникает из-за того, что наша система уравнений на параметры подгонки является недоопределенной. Мы определяем модельную ошибку нашего анализа как вариацию параметров в пределах этого плато, а статистическую – как среднее значение статистических ошибок параметров, находящихся на плато. В случае распада $\eta_c(2S)$ плато минимальных значений χ^2 не достигнуто, так как параметры $\mathfrak{R}_{\eta_S, \eta_P, \eta_D}$, $\mathfrak{S}_{\eta_S, \eta_P, \eta_D}$ и $\Pi_{SP, SD, PD}$ стремятся к своим значениям на границе (по определению $\mathfrak{R}_{\eta_S, \eta_P, \eta_D}$, $\mathfrak{S}_{\eta_S, \eta_P, \eta_D}$ и $\Pi_{SP, SD, PD}$ могут принимать значения в интервале $(-1, 1)$). Эти ограничения делают нашу систему полностью определенной, поэтому параметры α и \mathfrak{S}_{η_S} при подгонке можно сделать свободными. В этом случае модельная и статистическая ошибки не могут быть друг от друга отделены. Таким образом, получаем для распада η_c $N = 920 \pm 50(\text{стат}) \pm 170(\text{мод})$, для распада $\eta_c(2S)$ $N = 128_{-58}^{+83}(\text{стат} + \text{мод})$.

Проекция подгонок функцией $F(s, x)$ показаны на рис. 27 и 28.

Вышеописанная процедура подгонки была проведена для данных сигнального моделирования. Полученное число сигнальных событий было использовано для определения эффективности регистрации – $(9.32 \pm 0.10)\%$ и $(10.18 \pm 0.10)\%$ для распадов η_c и $\eta_c(2S)$ соответственно. Зная эффективность регистрации и экспериментально полученное число сигнальных событий, можно посчитать произведения относительных вероятностей.

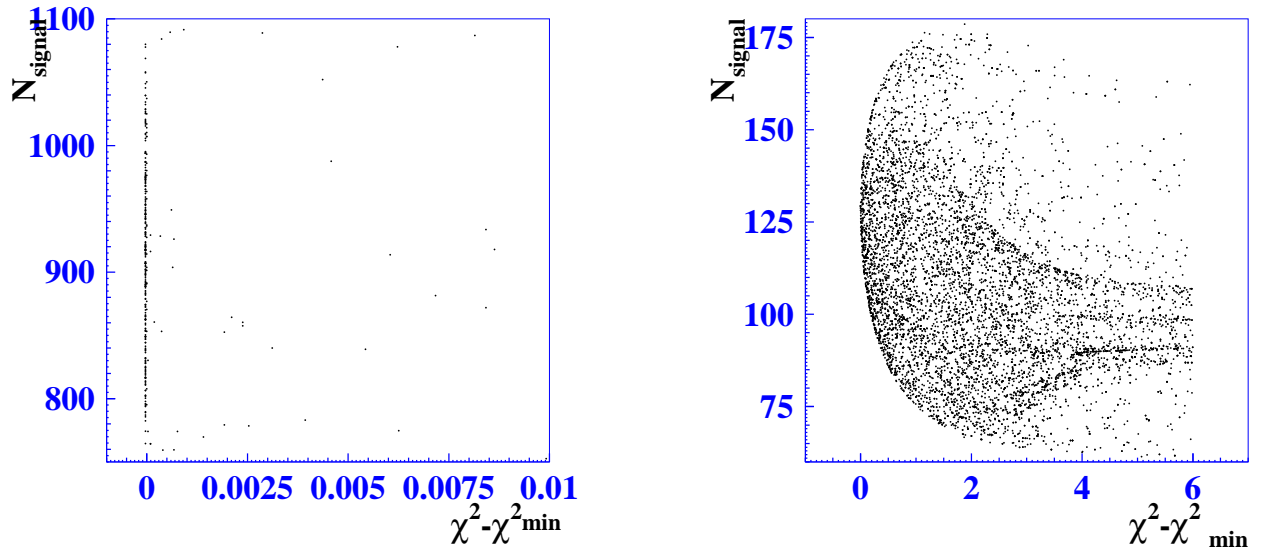


Рис. 26. Зависимости числа сигнальных событий от χ^2 для анализов распадов η_c (слева) и $\eta_c(2S)$ (справа). Нужно отметить, что ось χ^2 левого распределения отображает намного меньшую область, чем ось χ^2 правого распределения.

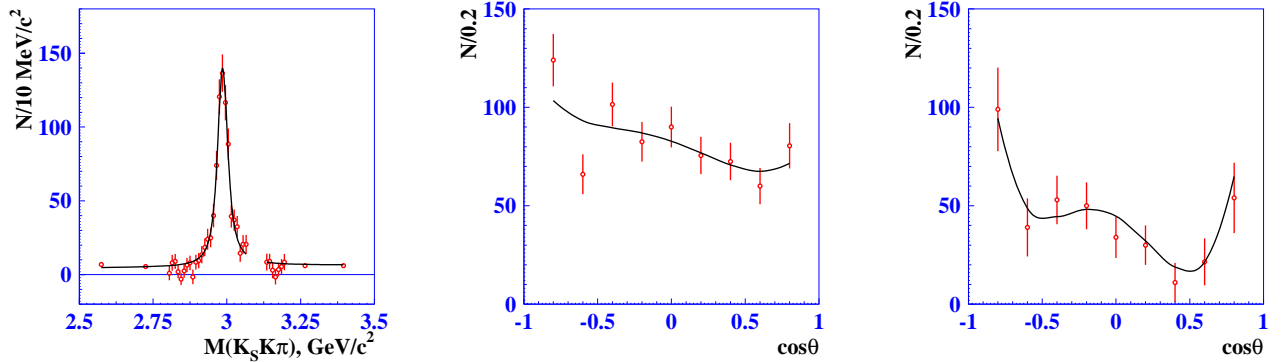


Рис. 27. Проекция подгонок на ось $M(K_S^0 K \pi)$ в области масс η_c (слева) и на ось $\cos \theta$ в сигнальной (в центре) и внесигнальной (справа) области масс η_c . Комбинаторный фон вычтен. Зазор около $3.1 \text{ ГэВ}/c^2$ возникает из-за вето на J/ψ резонанс.

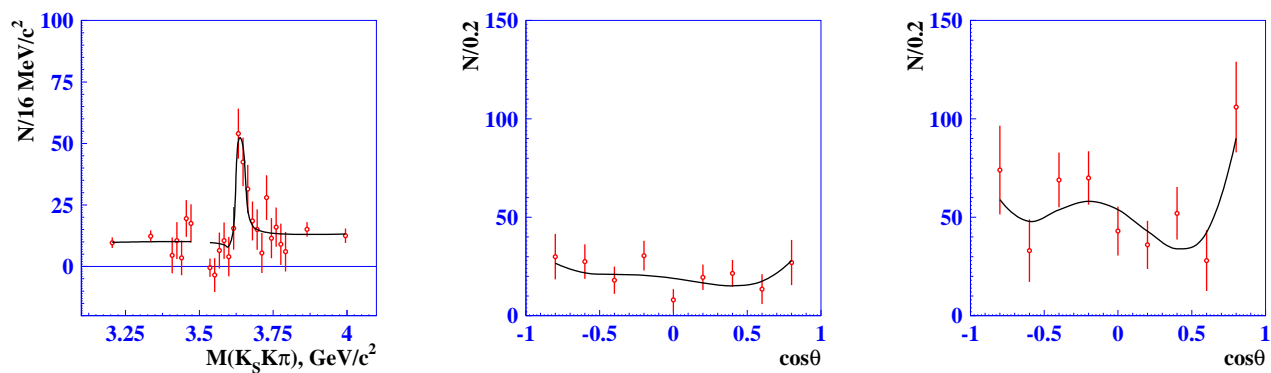


Рис. 28. Проекция подгонок на ось $M(K_S^0 K \pi)$ в области масс $\eta_c(2S)$ (слева) и на ось $\cos \theta$ в сигнальной (в центре) и внесигнальной (справа) области масс $\eta_c(2S)$. Комбинаторный фон вычтен. Зазор около $3.5 \text{ ГэВ}/c^2$ возникает из-за вето на χ_{c1} резонанс.

3.3. Оценка систематических ошибок

В этом разделе проводится оценка возможных источников систематических неопределенностей произведений относительных вероятностей распада.

- Число пар $B\bar{B}$ -мезонов рассчитывается из разницы числа адронных событий на энергии резонанса и масштабированного числа таких событий вне энергии резонанса. Систематическая ошибка в основном определяется неопределенностью масштабного коэффициента и равна $\sim 1.3\%$.
- В анализе комбинаторный фон описывается полиномом первого порядка. Чтобы учесть неопределенность, связанную с формой фона, предпринимается попытка описать фон полиномом второго порядка. Разница полученных результатов рассматривается как систематическая ошибка.
- Неопределенность относительной вероятности распада K_S^0 берется из ошибки усредненного значения экспериментальных данных [18].
- Неопределенность реконструкции K_S^0 -мезона в эксперименте Belle оценивается путем измерения отношения числа событий процесса $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K_S^0$ в случае, когда реконструируются оба каона и когда только один каон. После сравнения значений этого отношения, полученных на моделировании и на данных, делается оценка неопределенности реконструкции одного каона, которая составляет 4.4% [83].
- В процедуре подгонки не учитывается зависимость эффективности от инвариантной массы $K_S^0 K \pi$. Соответствующая систематическая ошибка оценивается путем добавления линейной зависимости от $M(K_S^0 K \pi)$

и сравнения полученных результатов.

- Для определения эффективности регистрации используется сигнальное моделирование, в котором распад чармония описывается амплитудой, равномерной по фазовому пространству. Для оценки систематической неопределенности проводится расчет эффективности таких моделей распада η_c и $\eta_c(2S)$ как KK^* , $KK_0^*(1430)$ и $KK_2^*(1430)$. Разница полученных эффективностей рассматривается как систематическая ошибка.
- В эксперименте Belle был проведен анализ неопределенности реконструкции заряженных треков как функции от импульса частиц на основе данных от распадов $B^\pm \rightarrow J/\psi K^\pm$ и $B^\pm \rightarrow D^0 \pi^\pm$, позволивший оценить эту неопределенность как 1% на заряженный трек.
- Для определения ошибок, связанных с идентификацией K - и π -мезонов, используются данные из анализа процесса $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ с последующим распадом $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$. Неопределенность идентификации K^\pm составляет 0.8% на K -мезон, а соответствующее значение для π^\pm – 0.5% на π -мезон.
- Учитывается возможная систематическая ошибка, вызванная выбором цены канала гистограммы. Для этого повторяется процедура подгонки с другой ценой канала по оси x (диапазон от 0.15 до 0.225), другим окном по ΔE (диапазон от 20 до 40 МэВ) и другим разрешением детектора (диапазон соответствует его статистической неопределенности). Для получения соответствующей систематической неопределенности считается разница полученных результатов.

Источниками систематических неопределенностей для масс и ширин являются описанные выше параметризация фона, цена канала и разрешение детектора, а также неопределенность шкалы и эффект идентичных каонов в конечном состоянии. Неопределенность шкалы определяется путем сравнения массы J/ψ (χ_{c1}), полученной из подгонки инвариантной массы $K_S^0 K \pi$, со среднемировым значением [18]. Если в конечном состоянии присутствуют два одинаково заряженных каона, амплитуда чармония является суммой двух амплитуд, соответствующих комбинациям $K_S^0 K_{(1)} \pi$ и $K_S^0 K_{(2)} \pi$. Для оценки и учета этого эффекта в качестве систематической ошибка было проведено специальное моделирование.

Все вклады в систематическую неопределенность приведены в таблице 8 для произведений относительных вероятностей и в таблице 9 для масс и ширин.

Таблица 8. Систематические ошибки произведений относительных вероятностей (в %)

Источник	$B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K \pi)^0$	
	η_c	$\eta_c(2S)$
Число пар $B\bar{B}$	1.3	1.3
Параметризация фона	0	+2.3
$\mathcal{B}(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$	0.1	0.1
Реконструкция K_S^0	4.4	4.4
Зависимость эффективности от M_{inv}	+2.2	+0.8
Модельная зависимость эффективности	+8.6 -6.7	+2.0 -1.5
Реконструкция треков	3	3
Идентификация K^\pm	1.6	1.6
Идентификация π^\pm	1.5	1.5
Цена канала	-3.3	+13.3 -3.9
Окно по ΔE	-2.2	+2.3
Разрешение детектора	+1.1	+4.7 -8.6
Итого, %	+10.7 -9.8	+15.8 -11.9

Таблица 9. Систематические ошибки масс и ширин η_c - и $\eta_c(2S)$ -мезонов (в МэВ/ c^2)

Источник	η_c		$\eta_c(2S)$	
	Масса	Ширина	Масса	Ширина
Параметризация фона	0	0	+0.2	-0.1
Цена канала	+0.2	-1.0	-1.1	+2.4
Разрешение детектора	-0.1	+1.0 -1.2	+0.5 -0.1	+1.0 -0.9
Неопределенность шкалы	-2.0	—	-1.7	—
Эффект идентичных каонов	+0.5	+0.3	+0.5	+0.3
Итого, МэВ/ c^2	+0.5 -2.0	+1.0 -1.6	+0.7 -2.0	+2.6 -0.9

3.4. Обсуждение результатов

Впервые выполнено исследование распадов $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K \pi)^0$, в котором проводится модельно-независимый учет интерференции сигнала и нерезонансного фона. В таблице 10 показано сравнение результатов, полученных в предположении отсутствия интерференции (одномерные подгонки распределений по ΔE и инвариантной массе $K_S^0 K \pi$), и результатов использования вышеописанной процедуры. Видно, что учет интерференции приводит к появлению модельной ошибки для произведений относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c) \times \mathcal{B}(\eta_c \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$ (для массы и ширины η_c эта ошибка получается пренебрежимо малой). В случае анализа распада $\eta_c(2S)$ модельная ошибка отдельно не приводится, но результаты заметно отличаются от тех, что получены в предположении отсутствия интерференции.

Таблица 10. Сравнение результатов, полученных в предположении отсутствия интерференции между сигналом и нерезонансным вкладом, и тех, что

получены с учетом интерференции

	Без учета интерференции	С учетом интерференции
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c, \eta_c \rightarrow (K_S^0 K \pi)^0$		
$\mathcal{B} \times \mathcal{B}, 10^{-6}$	$24.0 \pm 1.2(\text{стат})_{-2.0}^{+2.1}(\text{сист})$	$26.7 \pm 1.4(\text{стат})_{-2.6}^{+2.9}(\text{сист}) \pm 4.9(\text{мод})$
Масса, МэВ/ c^2	$2984.8 \pm 1.0(\text{стат})_{-2.0}^{+0.1}(\text{сист})$	$2985.4 \pm 1.5(\text{стат})_{-2.0}^{+0.5}(\text{сист})$
Ширина, МэВ/ c^2	$35.4 \pm 3.6(\text{стат})_{-2.1}^{+3.0}(\text{сист})$	$35.1 \pm 3.1(\text{стат})_{-1.6}^{+1.0}(\text{сист})$
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S), \eta_c(2S) \rightarrow (K_S^0 K \pi)^0$		
$\mathcal{B} \times \mathcal{B}, 10^{-6}$	$3.1 \pm 0.8(\text{стат}) \pm 0.2(\text{сист})$	$3.4_{-1.5}^{+2.2}(\text{стат}+\text{мод})_{-0.4}^{+0.5}(\text{сист})$
Масса, МэВ/ c^2	$3646.5 \pm 3.7(\text{стат})_{-2.9}^{+1.2}(\text{сист})$	$3636.1_{-4.2}^{+3.9}(\text{стат}+\text{мод})_{-2.0}^{+0.7}(\text{сист})$
Ширина, МэВ/ c^2	$41.1 \pm 12.0(\text{стат})_{-10.9}^{+6.4}(\text{сист})$	$6.6_{-5.1}^{+8.4}(\text{стат}+\text{мод})_{-0.9}^{+2.6}(\text{сист})$

Из таблицы 1 видно, что существует большой разброс величин ширины $\eta_c(2S)$. Возможное объяснение этого разброса состоит в том, что предыдущие исследования не учитывали интерференцию. Для каждого из изученных процессов интерференция может оказывать различный эффект на результаты и значительно сдвигать значение массы $\eta_c(2S)$. Таким образом, учет интерференции очень важен.

Глава 4

Поиск распадов B -мезонов в конечные состояния с η_c -мезоном

4.1. Обсуждение возможных резонансов в изучаемых конечных состояниях

Существуют теоретические модели [84–87], в которых $X(3872)$ является молекулярным состоянием, а именно комбинацией $D^0\bar{D}^{*0} + \bar{D}^0D^{*0}$. В связи с этим можно предположить существование и других « $X(3872)$ -подобных» молекулярных состояний с другими квантовыми числами. Некоторые могут быть обнаружены в распадах в конечные состояния, содержащие η_c -мезон. Например, комбинация $D^0\bar{D}^{*0} - \bar{D}^0D^{*0}$ (далее в тексте обозначенная как $X_1(3872)$) с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{+-}$ и массой около $3.872 \text{ ГэВ}/c^2$ может распадаться в $\eta_c\rho$ и $\eta_c\omega$. Комбинации $D^0\bar{D}^0 + \bar{D}^0D^0$ и $D^{*0}\bar{D}^{*0} + \bar{D}^{*0}D^{*0}$ (далее в тексте обозначенные как $X(3730)$ и $X(4014)$ соответственно) с квантовыми числами $J^{PC} = 0^{++}$ могут распадаться в $\eta_c\eta$ and $\eta_c\pi^0$. Масса состояния $X(3730)$ должна быть около $2m_{D^0} = 3.730 \text{ ГэВ}/c^2$, а масса состояния $X(4014)$ – около $2m_{D^{*0}} = 4.014 \text{ ГэВ}/c^2$. Поиску вышеперечисленных состояний посвящено данное исследование.

Кроме того, проводится поиск нейтральных партнеров экзотических заряженных состояний $Z(3900)^\pm$ и $Z(4020)^\pm$, а также состояния $X(3915)$, свойства которых более подробно описаны в первой главе.

Таким образом, в данном исследовании изучаются четыре моды распада заряженных B -мезонов.

1. Мода распада ($\pi^+\pi^-$): $B^\pm \rightarrow K^\pm X \rightarrow K^\pm(\eta_c\pi^+\pi^-)$, где ведется поиск $X_1(3872)$, $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$.
2. Мода распада (ω): $B^\pm \rightarrow K^\pm X \rightarrow K^\pm(\eta_c\omega)$, где ведется поиск $X_1(3872)$.
3. Мода распада (η): $B^\pm \rightarrow K^\pm X \rightarrow K^\pm(\eta_c\eta)$, где ведется поиск $X(3730)$, $X(4014)$ и $X(3915)$.
4. Мода распада (π^0): $B^\pm \rightarrow K^\pm X \rightarrow K^\pm(\eta_c\pi^0)$, где ведется поиск $X(3730)$, $X(4014)$ и $X(3915)$.

Во всех распадах η_c -мезон реконструируется в моде $K_S^0 K^\pm \pi^\mp$, так как такой распад имеет наибольшую вероятность и может быть легко зарегистрирован детектором.

4.2. Отбор событий

Анализ основан на данных, содержащих 772×10^6 пар $B\bar{B}$, набранных на детекторе Belle. Подробное описание данного анализа приведено в [88].

Заряженные треки отбираются наложением требований, основанных на качестве подгонки треков и их прицельных параметрах по отношению к точке взаимодействия. Требуется, чтобы полярный угол каждого трека лежал в диапазоне $(18^\circ, 152^\circ)$, а импульс, перпендикулярный к оси пучка позитронов, был больше 100 МэВ/с.

Пионы и каоны разделяются путем комбинирования откликов от аэрогелевых черенковских счетчиков и времяпролетной системы с измерениями dE/dx в дрейфовой камере, после чего формируется отношение правдоподобия $\mathcal{L}_{i/j} = \mathcal{L}_i / (\mathcal{L}_i + \mathcal{L}_j)$. Здесь \mathcal{L}_i – это функция правдоподобия, а i – тип частицы (пион или каон).

K_S^0 -кандидаты восстанавливаются из распада в конечное состояние $\pi^+\pi^-$. Инвариантная масса $\pi^+\pi^-$ должна лежать в пределах $0.486 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\pi^+\pi^-) < 0.510 \text{ ГэВ}/c^2$, а расстояние между местом встречи и вершиной распада – в пределах $(0.1, 20)$ см. Также накладывается условие на угол φ между импульсом пионной пары и линией, соединяющей $\pi^+\pi^-$ вершину с точкой взаимодействия: $\cos \varphi > 0.95$.

Инвариантные массы промежуточных кандидатов в η_c -, ω -, π^0 - и η -мезоны должны лежать вблизи их номинальных значений, в диапазоне, ширина которого определяется из сигнального моделирования так, чтобы он содержал более 95% сигнала: $2.9254 \text{ ГэВ}/c^2 < M(K_S^0 K^\pm \pi^\mp) < 3.0454 \text{ ГэВ}/c^2$ для η_c -мезона, $0.758 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\pi^+\pi^-\pi^0) < 0.808 \text{ ГэВ}/c^2$ для ω -мезона, $0.125 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\gamma\gamma) < 0.145 \text{ ГэВ}/c^2$ для π^0 -мезона, $0.528 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\gamma\gamma) < 0.568 \text{ ГэВ}/c^2$ и $0.538 \text{ ГэВ}/c^2 < M(\pi^+\pi^-\pi^0) < 0.558 \text{ ГэВ}/c^2$ для η -мезона.

B -кандидаты выделяются по двум кинематическим переменным, описанным в предыдущей главе: ΔE и M_{bc} . Сигнальная область определяется следующим образом: $|\Delta E| < 0.02 \text{ ГэВ}$, $5.273 \text{ ГэВ}/c^2 < M_{bc} < 5.285 \text{ ГэВ}/c^2$; для некоторых каналов распада окно по $|\Delta E|$ увеличивается до 0.04 ГэВ .

Для подавления фона континуума ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, где $q = u, d, s, c$) используются топологические критерии. Первый критерий – это условие на угол траста, описанное в предыдущей главе: $|\cos \theta_{\text{thrust}}| < 0.8$. Вторым критерием является условие на полярный угол θ_B восстановленного B -мезона в системе центра масс. При распаде $\Upsilon(4S)$ со спином 1 в пару B -мезонов со спином 0 угловое распределение имеет вид $\sin^2 \theta_B$. В то же время фоновые события $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, где q имеет спин $1/2$, распределены как $1 + \cos^2 \theta_B$. Для подавления событий континуума на угол θ_B накладывается условие $|\cos \theta_B| < 0.8$, где θ_B измеряется относительно оси z , коллинеарной пучку позитронов.

Множественность B -кандидатов, то есть среднее число восстановленных B -мезонов на событие, составляет от 1.2 до 2.0 в зависимости от канала распада. Если в событии больше одного кандидата, выбирается кандидат с минимальным значением следующих выражений в описанном ниже порядке:

1. $|m_{K_S^0} - M(\pi^+\pi^-)|$,
2. $|m_{\eta_c} - M(K_S^0 K^\pm \pi^\mp)|$,
3. $|m_\eta - M(\gamma\gamma)|$ для $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ в моде (η) или $|m_{\pi^0} - M(\gamma\gamma)|$ для моды (ω), а также для $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в моде (η) и для моды (π^0),
4. Максимальная разница между z -координатами в точке, ближайшей к оси z , среди всех пар заряженных частиц в конечном состоянии сигнального B -мезона.

Согласно моделированию, такая процедура позволяет выбрать правильные комбинации конечных частиц с вероятностью 95%.

4.3. Восстановление конечных состояний

4.3.1. $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c +$ адроны

Прежде чем провести поиск кандидатов в молекулярные состояния $D^{(*)0} D^{(*)0}$ и другие экзотические частицы, исследуются следующие распады B -мезонов без промежуточных резонансов: $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \eta$ и $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$. Для определения относительных вероятностей делается подгонка распределения ΔE методом максимального правдоподобия. Такое распределение можно представить в виде пикующего сигнала и гладкого фона. Для описания мод распада $(\pi^+\pi^-)$, (ω) и (π^0) в качестве сигнальной функции выбирается сумма двух распределений Гаусса

(G), а в качестве фоновой функции используется линейный полином. Таким образом, функция, используемая для аппроксимации, выглядит следующим образом:

$$f(x) = N [\alpha G(x_1, \sigma_1) + (1 - \alpha)G(x_2, \sigma_2)] + c_0 + c_1 x. \quad (15)$$

Для каждой из мод распада проводится сигнальное моделирование, откуда определяются средние значения x_1 и x_2 , стандартные отклонения σ_1 и σ_2 , а также доля первого Гаусса α . При проведении подгонки эти параметры фиксируются в значениях, полученных из моделирования. Кроме того, из моделирования рассчитывается эффективность регистрации данной моды распада. Здесь и далее учитывается разрешение детектора. Поскольку экспериментальные данные могут отличаться от идеального моделирования, для исследования этого эффекта проводится специальное исследование. При подгонке делается замена дисперсии узкого Гаусса $\sigma'_2 = \sqrt{\sigma_2^2 + \delta^2}$, где ухудшение разрешения $\delta = (7.1 \pm 2.3)$ МэВ/ c^2 взято из анализа распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S) \rightarrow K^\pm(K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$ (см. [19] и третью главу).

Распределение по ΔE для моды (ω) показано на рис. 29. Полученное из подгонки число событий N не указывает на наличие статистически значимого сигнала. Результат приведен в таблице 11.

В модах ($\pi^+ \pi^-$) и (π^0) наблюдается значимый сигнал, но большинство событий этого сигнала не содержат промежуточный η_c -мезон, а соответствуют процессам $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K^\pm \pi^\mp) \pi^+ \pi^-$ и $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K^\pm \pi^\mp) \pi^0$. Чтобы удостовериться в этом, проводится двумерная подгонка распределений по инвариантной массе $K_S^0 K \pi$ (x) и ΔE (y):

$$f(x, y) = N u(x) v(y) + N_{\text{non-res}} v(y) + c_0 + c_1 x + c_2 y, \quad (16)$$

$$u(x) = b(M_{\eta_c}, \Gamma_{\eta_c}) \otimes G(0, \sigma_{\text{res}}), \quad (17)$$

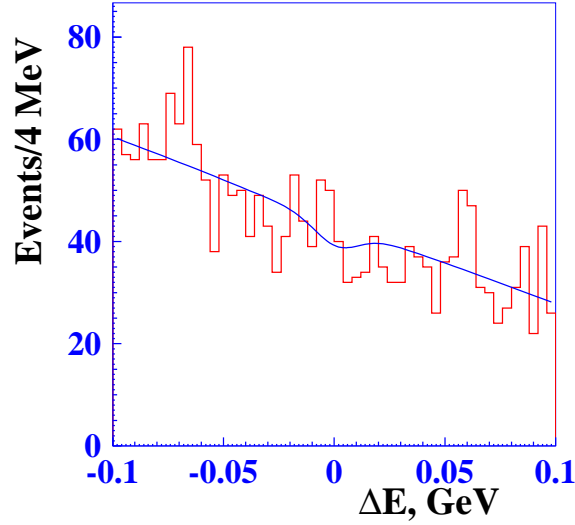


Рис. 29. Распределение по ΔE для распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$

$$v(y) = \begin{cases} \alpha G(y_1, \sigma_1) + (1 - \alpha) G(y_2, \sigma_2) \\ G_{\text{LG}}(y_0, \sigma, P) \end{cases} \quad (18)$$

для мод $(\pi^+ \pi^-)$ and (π^0) соответственно. Логарифмическая функция Гаусса определяется как

$$G_{\text{LG}}(x_0, \sigma, P) = \frac{P}{\sqrt{2\pi\sigma\sigma_0}} e^{-\frac{\ln^2(1-P(x-x_0)/\sigma)}{2\sigma_0^2} - \frac{\sigma_0^2}{2}},$$

где $\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2\ln 2}} \sinh^{-1}(P\sqrt{2\ln 2})$, а P – параметр асимметрии. Функция $u(x)$ характеризует резонанс η_c и описывается сверткой функции Брейта-Вигнера (b) с функцией Гаусса, описывающей разрешение детектора, определенное в работе [19] ($\sigma_{\text{res}} = 6.2 \text{ MeV}/c^2$). Параметр $N_{\text{non-res}}$ отражает число событий, не содержащих промежуточный η_c -мезон, но имеющих такое же конечное состояние. Согласно подгонке, большинство событий из ΔE -пика имеют такую природу. Распределения по $M(K_S^0 K \pi)$ и ΔE для мод $(\pi^+ \pi^-)$ и (π^0) показаны на рис. 30 и 31 соответственно. Результаты подгонки приведены в

таблице 11.

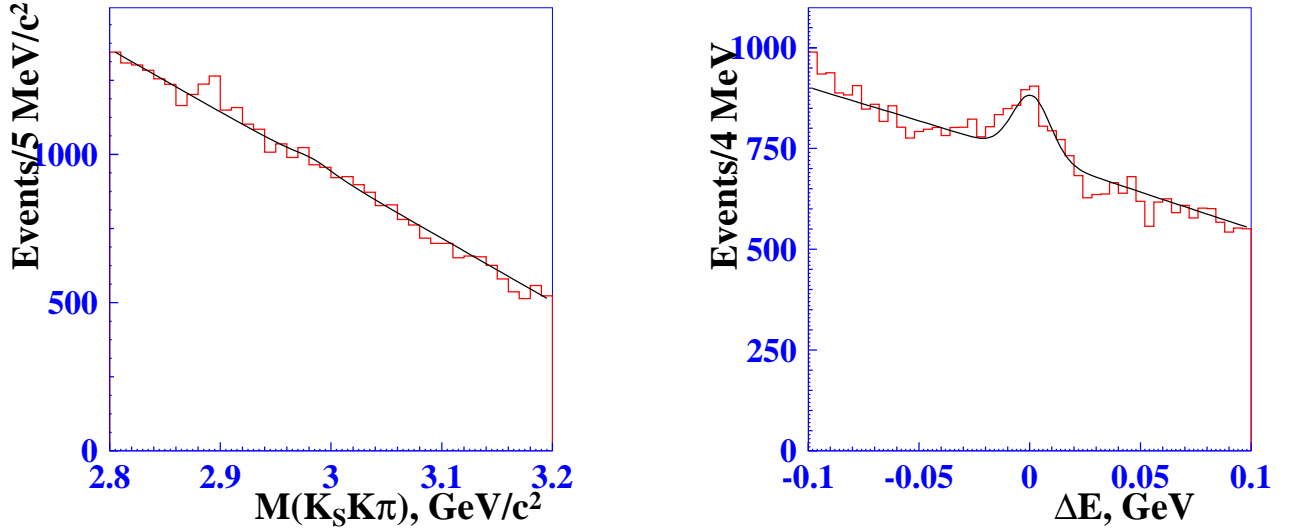


Рис. 30. Проекция двумерной подгонки на инвариантную массу $K_S^0 K \pi$ (слева) и ΔE (справа) для распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$. Каждая проекция построена для событий во всем диапазоне подгонки другой проекции.

Поскольку в моде (η) значительная доля энергии конечного состояния определяется массой покоя тяжелого η -мезона, для улучшения разрешения по ΔE делается модификация энергии η -кандидата, распадающегося в фотоны: $E'_\eta = c\sqrt{m_\eta^2 c^2 + p_\eta^2}$, где $m_\eta = 547.853$ МэВ/c² [18] – масса, а p_η – восстановленный импульс. Так как η -кандидат восстанавливается в двух модах распада, проводится одновременная подгонка распределений по ΔE , соответствующих $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, используя следующую функцию:

$$f_i(x) = N_\eta \varepsilon_i \mathcal{B}_i [\alpha_i G(x_{1,i}, \sigma_{1,i}) + (1 - \alpha_i) G(x_{2,i}, \sigma_{2,i})] + c_{0,i} + c_{1,i} x, \quad (19)$$

где i относится либо к распаду $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, либо к $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. В частности, $\mathcal{B}_{2\gamma} = \mathcal{B}(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$ и $\mathcal{B}_{3\pi} = \mathcal{B}(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \times \mathcal{B}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$. Параметр N_η – это число событий рождения η -мезона. Чтобы получить число сигнальных

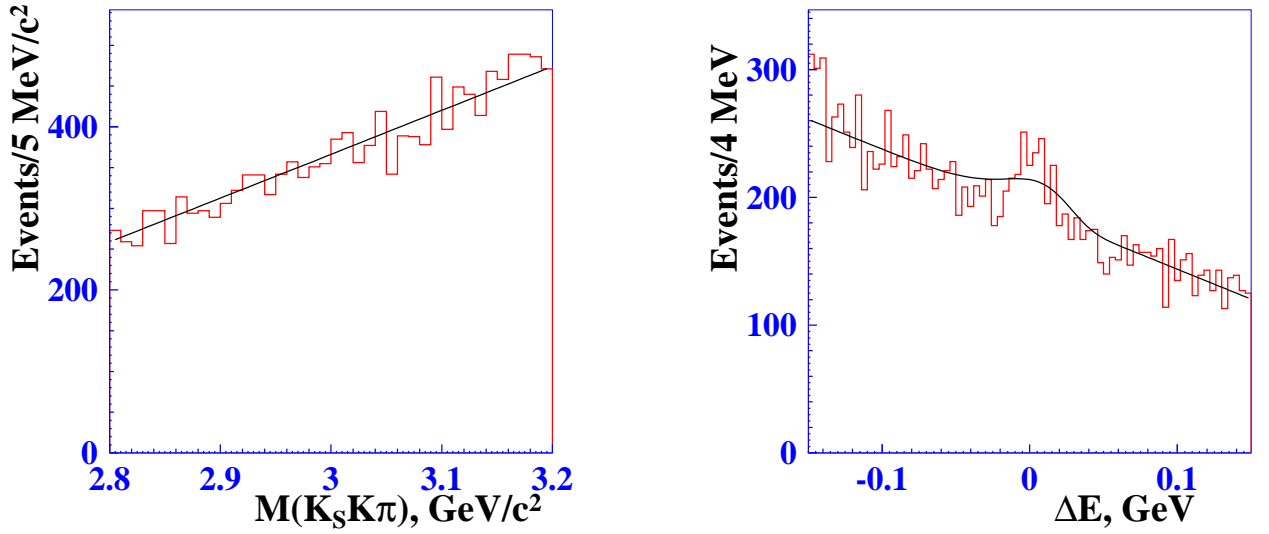


Рис. 31. Проекция двумерной подгонки на инвариантную массу $K_S^0 K \pi$ (слева) и ΔE (справа) для распада $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$. Каждая проекция построена для событий во всем диапазоне подгонки другой проекции.

событий для каждого канала распада η , нужно умножить его на соответствующую эффективность $\varepsilon_{2\gamma/3\pi}$ и относительную вероятность распада η -мезона $\mathcal{B}_{2\gamma/3\pi}$. Проекция одновременной подгонки распределений по ΔE для моды (η) показаны на рис. 32, а результаты приведены в таблице 11.

Таблица 11. Результаты подгонки для распадов B независимо от промежуточных резонансов

Мода распада	Подгоночная функция	Эффективность, %	Число сигн. событий
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$	(15)	0.53 ± 0.01	-41 ± 27
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$	(16)+(17)+(18)	2.84 ± 0.02	155 ± 72
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$		3.69 ± 0.01	-1.9 ± 12.1
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \eta,$ $\eta \rightarrow \gamma\gamma$	(19)	3.05 ± 0.01	-14 ± 26
$\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$		0.69 ± 0.01	-1.8 ± 3.4

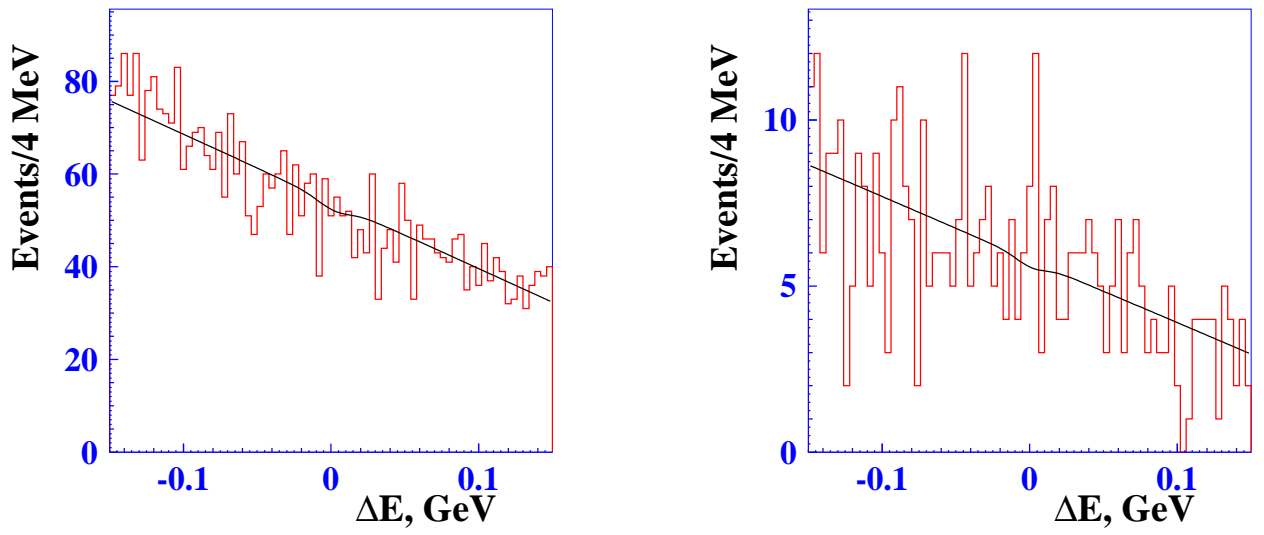


Рис. 32. Проекция одновременной подгонки распределений по ΔE в случае распадов $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ (слева) и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (справа) для распада $B^\pm \rightarrow K^\pm\eta_c\eta$

4.3.2. Экзотические состояния $X_1(3872)$, $X(3730)$ и $X(4014)$

Поиск экзотического состояния $X_1(3872)$ проводится в модах $(\pi^+\pi^-)$ и (ω) , а состояний $X(3730)$ и $X(4014)$ – в модах (η) и (π^0) .

Для моды $(\pi^+\pi^-)$ делается подгонка методом максимального правдоподобия распределения по инвариантной массе $\eta_c\pi^+\pi^-$, которое, как уже было упомянуто, может быть представлено в виде пикующего сигнала и гладкой функции, описывающей фон. Для аппроксимации используется следующая функция:

$$f(x) = N [\alpha G(M, \sigma_1) + (1 - \alpha)G(M, \sigma_2)] + c_0 + c_1x. \quad (20)$$

Для каждого промежуточного резонанса моделируется сигнал с учетом квантовых чисел соответствующей « $X(3872)$ -подобной» частицы. Из подгонки сигнального моделирования определяются среднее значение M , стандартные отклонения σ_1 и σ_2 , а также доля первого распределения Гаусса α . При проведении подгонки эти параметры фиксируются в значениях, полученных из моделирования. Кроме того, рассчитывается эффективность регистрации данной моды распада. Из подгонки получается число сигнальных событий N , показанное в таблице 12. Распределение по инвариантной массе $\eta_c\pi^+\pi^-$ показано на рис. 33 (слева).

Для подтверждения правильности процедуры определения числа сигнальных событий проводится поиск распада $B^\pm \rightarrow K^\pm\psi(2S)$, $\psi(2S) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$. Этот распад имеет схожую с модой $(\pi^+\pi^-)$ сигнатуру за исключением того, что вместо $X_1(3872)$ восстанавливается $\psi(2S)$ -мезон, а вместо η_c – J/ψ -мезон. Так же как и η_c , J/ψ восстанавливается из конечного состояния $K_S^0K^\pm\pi^\mp$. Критерии отбора для этого распада такие же, как для моды $(\pi^+\pi^-)$ за исключением отбора по инвариантной массе $K_S^0K^\pm\pi^\mp$: 3.077

$\text{ГэВ}/c^2 < M(K_S^0 K^\pm \pi^\mp) < 3.117 \text{ ГэВ}/c^2$. Среднее число B -кандидатов на событие – 1.7. Если имеется больше одной комбинации, выбирается та, которая имеет наименьшие разности $|m_{K_S^0} - M(\pi^+ \pi^-)|$ и $|m_{J/\psi} - M(K_S^0 K^\pm \pi^\mp)|$, а также наилучшую координату вершины. Из подгонки распределения по инвариантной массе $J/\psi \pi^+ \pi^-$ можно получить число сигнальных событий $N = 20.2 \pm 6.5$, что соответствует значимости 3.5 стандартных отклонения (σ). Значимость оценивается по величине $-2\sqrt{\ln \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_{\max}}}$, где \mathcal{L}_{\max} обозначает значение функции правдоподобия в случае, если число сигнальных событий является свободным параметром, а \mathcal{L}_0 – если число событий зафиксировано в нуле. Ожидаемое число событий оценивается по среднемировым значениям известных относительных вероятностей [18] и составляет 22 ± 4 , что согласуется с нашим измерением N .

В анализе моды распада (ω) для описания сигнала используется сумма двух функций Гаусса, а фон имеет форму пороговой функции и хорошо описывается функцией \sqrt{x} :

$$f(x) = N [\alpha G(M, \sigma_1) + (1 - \alpha)G(M, \sigma_2)] + c_0 \sqrt{x - c_1}. \quad (21)$$

Распределение по инвариантной массе $\eta_c \omega$ показано на рис. 33 (справа), а результаты подгонки приведены в таблице 12.

В области массы $X(3730)$ моды распада (η) функция для аппроксимации данных выглядит следующим образом:

$$f_i(x) = N_\eta \varepsilon_i \mathcal{B}_i [\alpha_i G(M_i, \sigma_{1,i}) + (1 - \alpha_i)G(M_i, \sigma_{2,i})] + c_{0,i} + c_{1,i}x, \quad (22)$$

где N_η – число событий рождения η -мезона, i относится либо к распаду $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, либо к распаду $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Распределения по инвариантной массе $\eta_c \eta$ в области массы $X(3730)$ показаны на рис. 34 (сверху), а результаты подгонки приведены в таблице 12.

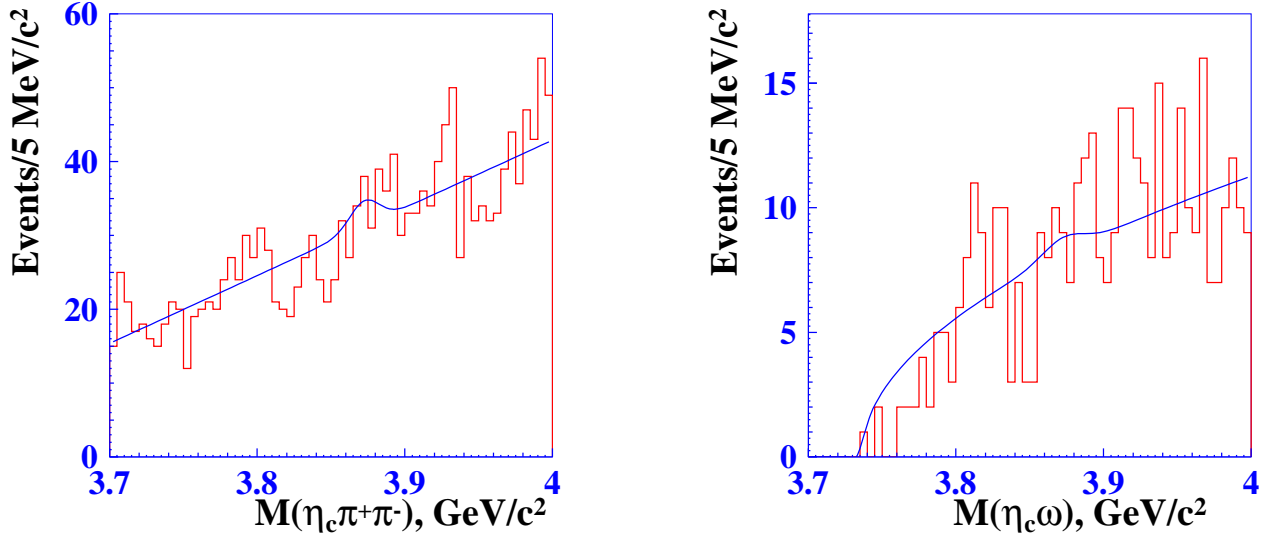


Рис. 33. Распределения по инвариантной массе $\eta_c \pi^+ \pi^-$ (слева) и $\eta_c \omega$ (справа) для поиска $X_1(3872)$

В области массы $X(4014)$ моды распада (η) функция аппроксимации данных выглядит следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} N_{\eta} \varepsilon_{2\gamma} \mathcal{B}_{2\gamma} G_{\text{LG}}(M_{2\gamma}, \sigma_{2\gamma}, P) + c_{0,1} + c_{1,1}x, \\ N_{\eta} \varepsilon_{3\pi} \mathcal{B}_{3\pi} [\alpha G(M_{3\pi}, \sigma_{1,3\pi}) + (1 - \alpha)G(M_{3\pi}, \sigma_{2,3\pi})] + c_{0,2} + c_{1,2}x. \end{cases} \quad (23)$$

Распределения по инвариантной массе $\eta_c \eta$ в области массы $X(4014)$ показаны на рис. 34 (снизу), а результаты подгонки приведены в таблице 12.

Для моды (π^0) в качестве функции аппроксимации данных используется

$$f(x) = N G_{\text{LG}}(M, \sigma, P) + c_0 + c_1 x. \quad (24)$$

Распределения по инвариантной массе $\eta_c \pi^0$ показаны на рис. 35, а результаты подгонки приведены в таблице 12. Как видно из таблицы 12, ни в одном из изучаемых каналов не был найден статистически значимый сигнал.

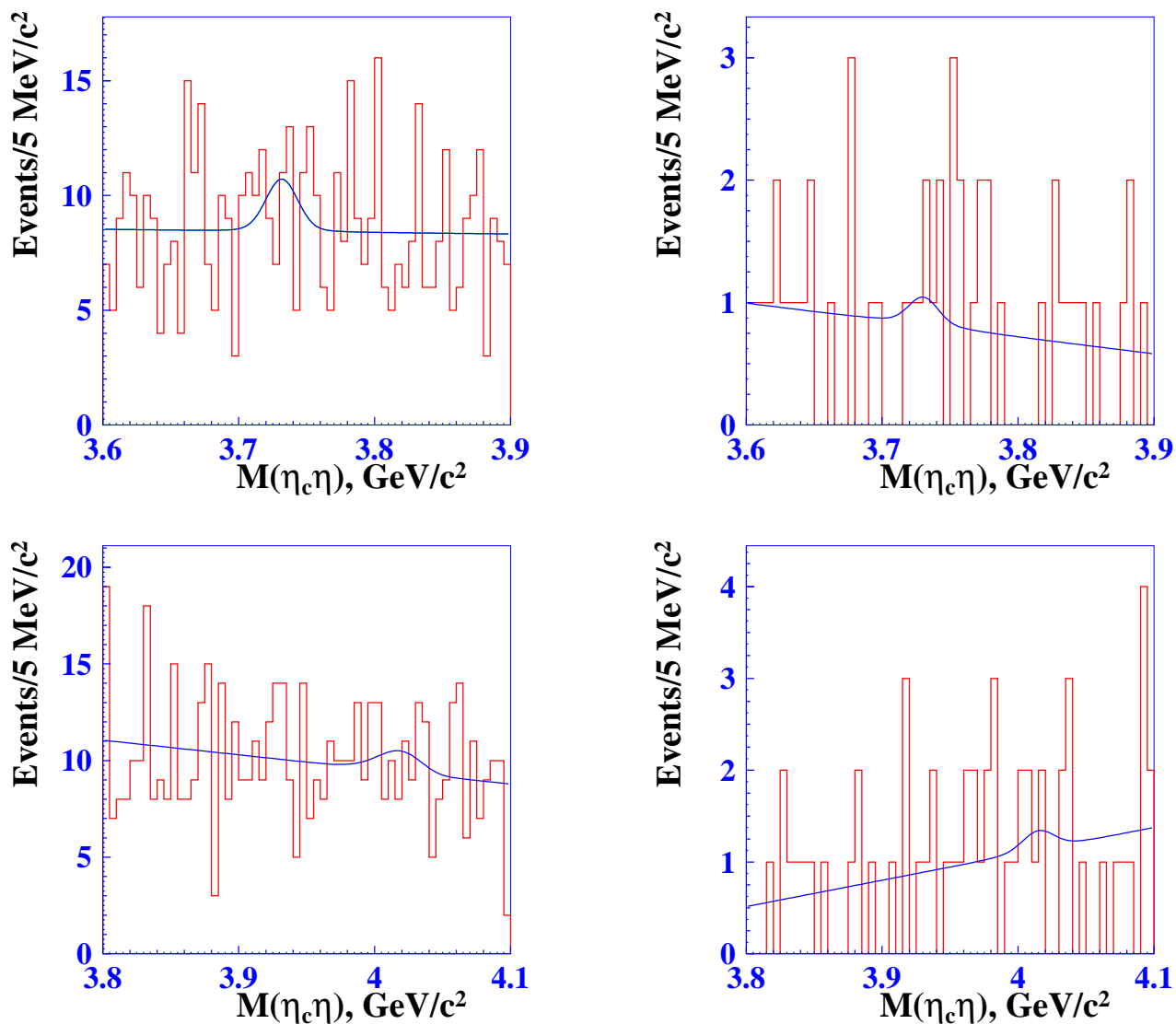


Рис. 34. Проекция одновременной подгонки распределений по инвариантной массе $\eta_c\eta$ в случае мод распада $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ (слева) и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (справа), соответствующей поиску резонансов $X(3730)$ (сверху) и $X(4014)$ (снизу)

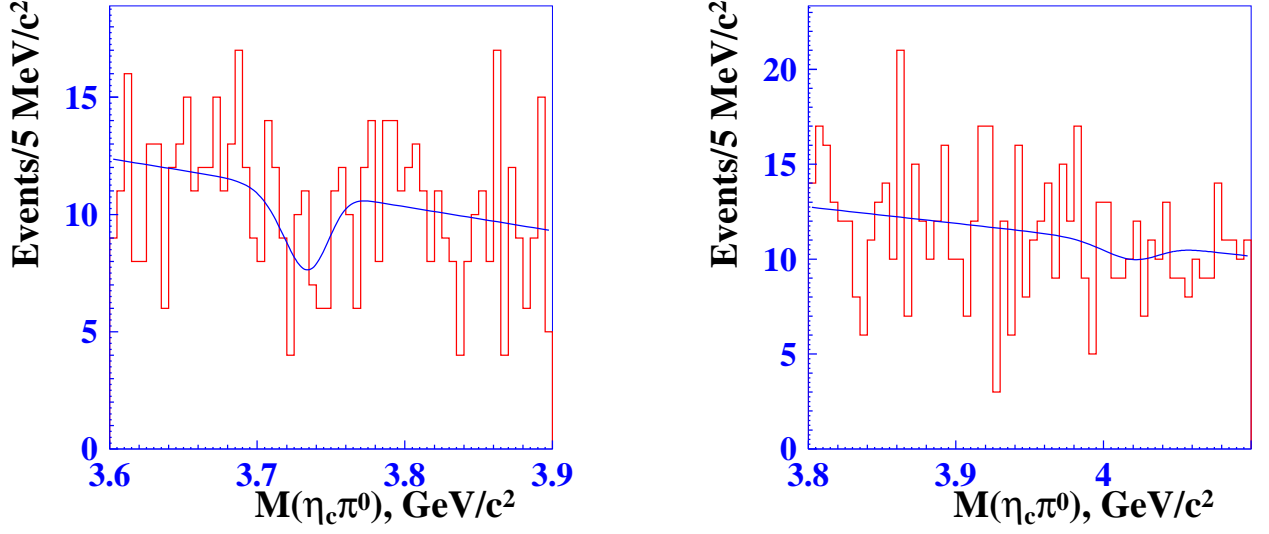


Рис. 35. Распределения по инвариантной массе $\eta_c\pi^0$, соответствующие поиску резонансов $X(3730)$ (слева) и $X(4014)$ (справа)

Таблица 12. Результаты подгонки для резонансов $X_1(3872)$, $X(3730)$ и $X(4014)$

Мода распада	Подгоночная функция	Эффективность, %	Число сигн. событий
$X_1(3872) \rightarrow \eta_c\pi^+\pi^-$	(20)	7.95 ± 0.02	17.9 ± 16.5
$X_1(3872) \rightarrow \eta_c\omega$	(21)	1.92 ± 0.02	6.0 ± 12.5
$X(3730) \rightarrow \eta_c\eta,$ $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	(22)	6.57 ± 0.02	13.8 ± 9.9
		1.18 ± 0.01	1.4 ± 1.0
$X(3730) \rightarrow \eta_c\pi^0$	(24)	6.52 ± 0.02	-25.6 ± 10.4
$X(4014) \rightarrow \eta_c\eta,$ $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	(23)	7.09 ± 0.02	8.9 ± 11.0
		1.78 ± 0.01	1.3 ± 1.6
$X(4014) \rightarrow \eta_c\pi^0$	(24)	7.55 ± 0.02	-8.1 ± 13.2

4.3.3. Экзотические состояния $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$

Поиск нейтральных партнеров четырехкварковых состояний $Z(3900)^\pm$ и $Z(4020)^\pm$ проводится в распаде в конечное состояние $\eta_c\pi^+\pi^-$.

Так как масса этих резонансов определена недостаточно хорошо, проводится сканирование по инвариантной массе $\eta_c\pi^+\pi^-$. Для этого мы разбиваем весь диапазон инвариантных масс на интервалы шириной $20 \text{ МэВ}/c^2$ (так называемые массовые каналы) и делаем подгонку, разрешив массе изменяться в пределах каждого интервала. Таким образом, проводится серия подгонок методом максимального правдоподобия распределений по инвариантной массе $\eta_c\pi^+\pi^-$, используя свертку функции Брейта-Вигнера с функцией Гаусса в качестве сигнала и линейного полинома в качестве фона:

$$f(x) = b(M, \Gamma) \otimes G(0, \sigma_{\text{res}}) + c_0 + c_1x. \quad (25)$$

Функция Гаусса описывает разрешение детектора, которое считается равным $9.8 \text{ МэВ}/c^2$ [19]. Масса в функции Брейта-Вигнера ограничена массовым каналом, диапазон инвариантных масс составляет $(3.79, 4.01) \text{ ГэВ}/c^2$ для поиска $Z(3900)^0$ и $(3.93 - 4.07) \text{ ГэВ}/c^2$ для поиска $Z(4020)^0$. Ширина фиксирована на взвешенном среднем предыдущих измерений ($35 \text{ МэВ}/c^2$ для $Z(3900)^0$ и $12 \text{ МэВ}/c^2$ для $Z(4020)^0$). Для описания фона используется линейный полином. Эффективность регистрации рассчитывается из сигнального моделирования: $(9.64 \pm 0.03)\%$ для $Z(3900)^0$ и $(10.42 \pm 0.03)\%$ для $Z(4020)^0$. Примеры подгонки в пределах массового канала, содержащего $3.9 \text{ ГэВ}/c^2$ для $Z(3900)^0$ и $4.02 \text{ ГэВ}/c^2$ для $Z(4020)^0$ показаны на рис. 36, а результаты приведены на рис. 37. Ни в одном из изучаемых каналов не был найден статистически значимый сигнал.

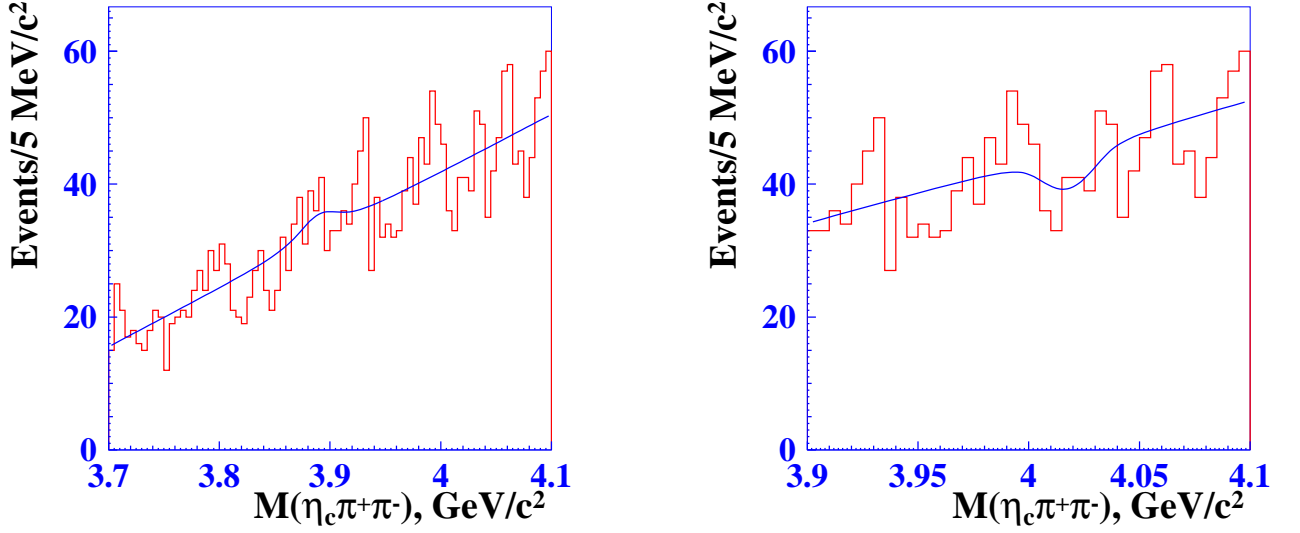


Рис. 36. Примеры подгонки в пределах массового канала, содержащего 3.9 ГэВ/ c^2 для поиска $Z(3900)^0$ (слева) и 4.02 ГэВ/ c^2 для поиска $Z(4020)^0$ (справа)

4.3.4. Состояние $X(3915)$

Поиск состояния с неизвестной природой $X(3915)$ проводится в модах распада (η) и (π^0).

Делается одновременная подгонка распределений по инвариантной массе $\eta_c \eta$ для двух мод распада η -мезона:

$$f_i(x) = N_\eta \varepsilon_i \mathcal{B}_i [b(M_i, \Gamma_i) \otimes G(0, \sigma_i)] + c_{0,i} + c_{1,i} x, \quad (26)$$

где N_η – число событий рождения η -мезона, а i соответствует либо распаду $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, либо распаду $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Разрешение детектора σ_i рассчитывается из сигнального моделирования с учетом ухудшения разрешения и равно 13.6 МэВ/ c^2 в случае $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и 12.3 МэВ/ c^2 в случае $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Соответствующие распределения по инвариантной массе $\eta_c \eta$ показаны на рис. 38, а результаты подгонки приведены в таблице 13.

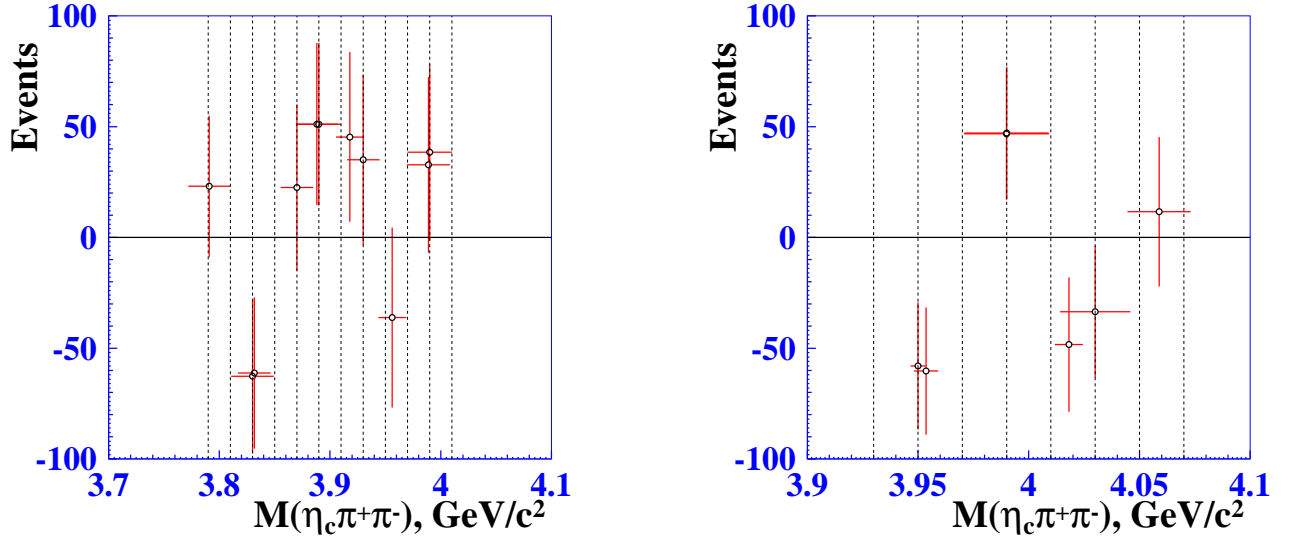


Рис. 37. Зависимость числа сигнальных событий от массового канала для поиска $Z(3900)^0$ (слева) и $Z(4020)^0$ (справа). Массовым каналом называется окно шириной $20 \text{ МэВ}/c^2$, в пределах которого ограничена масса и по которому делается сканирование с шагом $20 \text{ МэВ}/c^2$ во всем диапазоне подгонки.

Кроме того, проводится подгонка распределения по инвариантной массе $\eta_c \pi^0$ функцией (25). Разрешение детектора рассчитывается из сигнального моделирования с учетом ухудшения разрешения и равно $15.7 \text{ МэВ}/c^2$. Соответствующее распределение по инвариантной массе $\eta_c \pi^0$ показано на рис. 39, а результаты подгонки приведены в таблице 13.

Как видно из таблицы 13, ни в одном из каналов не был найден статистически значимый сигнал от $X(3915)$.

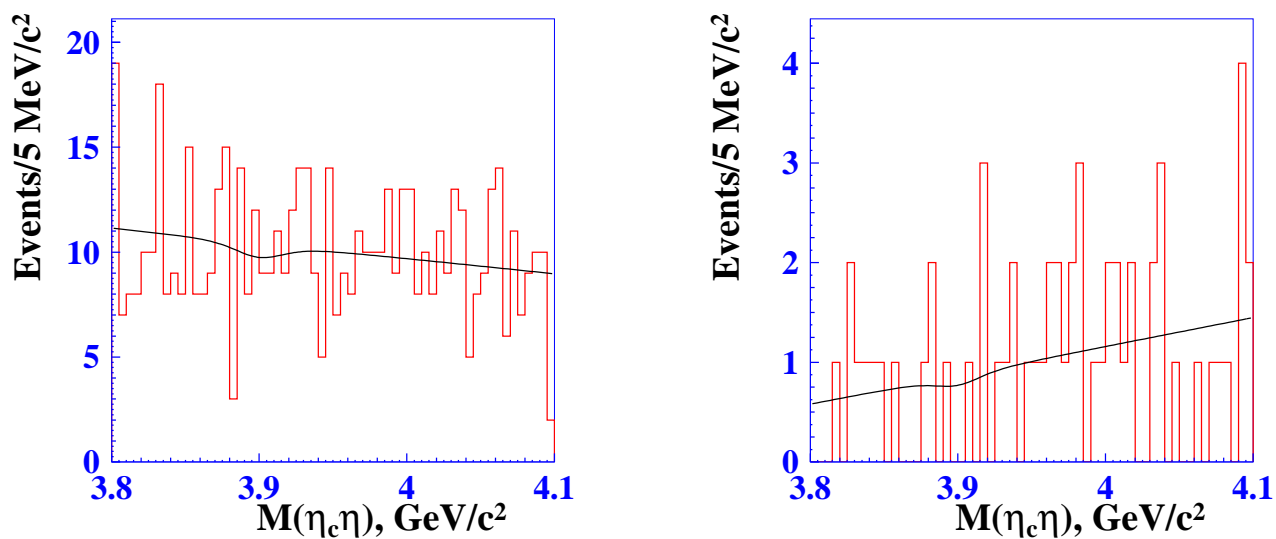


Рис. 38. Проекция одновременной подгонки распределений по инвариантной массе $\eta_c\eta$ в случае мод распада $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ (слева) и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (справа), соответствующие поиску резонанса $X(3915)$

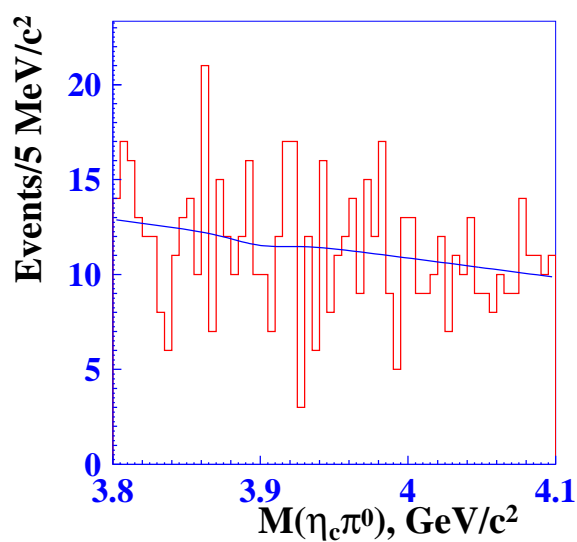


Рис. 39. Распределение по инвариантной массе $\eta_c\pi^0$, соответствующее поиску резонанса $X(3915)$

Таблица 13. Результаты подгонки для поиска резонанса $X(3915)$

Мода распада	Подгоночная функция	Эффективность, %	Число сигн. событий
$X(3915) \rightarrow \eta_c \eta,$ $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	(26)		
		6.60 ± 0.02	-7.4 ± 14.5
		1.64 ± 0.01	-1.1 ± 2.1
$X(3915) \rightarrow \eta_c \pi^0$	(25)	6.88 ± 0.02	-4.3 ± 18.1

4.4. Оценка систематических ошибок

Из числа сигнальных событий вычисляется относительная вероятность по формуле $N/(N_B \varepsilon \mathcal{B}_i)$, где N – это число сигнальных событий, N_B – число пар $B\bar{B}$, ε – эффективность регистрации, а \mathcal{B}_i – произведение относительных вероятностей промежуточных резонансов. В систематическую ошибку вносит вклад как неопределенность числителя N , так и неопределенность знаменателя $N_B \varepsilon \mathcal{B}_i$. Таким образом, систематические ошибки разделяются на две категории – аддитивные, связанные с неопределенностью числа событий, и мультипликативные, связанные с неопределенностью коэффициента $1/(N_B \varepsilon \mathcal{B}_i)$.

1. Аддитивные систематические неопределенности влияют на число сигнальных событий и оцениваются путем варьирования условий подгонки. Они приведены в числах событий в таблицах 14 and 15 и возникают из-за источников, приведенных ниже.
 - Для получения ошибки, связанной с ухудшением разрешения, то есть различием между экспериментальными данными и моделированием, варьируется соответствующая поправка в подгоночной функции в пределах статистической точности.
 - Комбинаторный фон имеет форму полинома первого порядка. Для оценки неопределенности формы фона делается попытка подгонки его полиномом второго порядка. Разница сигналов, полученных в этих двух случаях, рассматривается как соответствующая систематическая ошибка. Для оценки неопределенности в моде (ω) для описания фона вместо квадратного корня используется корень четвертой степени.

- Чтобы оценить систематическую ошибку, возникающую из-за различия экспериментальной эффективности регистрации и эффективности, полученной из моделирования, окна для ΔE , M_{bc} , а также для инвариантных масс η_c , ω и η , увеличиваются на 50%. Полученная разница числа сигнальных событий рассматривается как систематическая неопределенность.
- Для оценки систематической ошибки, связанной с ценой канала гистограммы, делается варьирование цены канала от 2.5 до 7.5 МэВ/с². Разница полученных результатов соответствует систематической неопределенности.

2. Мультипликативные систематические неопределенности влияют на произведение относительных вероятностей. Они приведены в процентах в таблице 16 и возникают из-за источников, приведенных ниже.

- Число пар $B\bar{B}$ -мезонов рассчитывается из разницы числа адронных событий на энергии резонанса и масштабированного числа таких событий вне энергии резонанса. Систематическая ошибка в основном определяется неопределенностью масштабного коэффициента и равна $\sim 1.4\%$.
- Неопределенности относительных вероятностей распадов ω , π^0 , η , η_c и K_S^0 берутся из среднемировых измерений [18].
- Статистическая ошибка эффективности, полученной из сигнального моделирования, также учитывается как систематическая неопределенность. Для распадов $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$ учитывается возможное отличие эффективности в моделях распадов $\eta_c\rho$ и $\eta_c f_0$. Для распадов $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$ и $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$ рассмат-

риваются альтернативные моды распада, содержащие промежуточные K^{*0} , $K^*(1410)^\pm$ - и ρ -мезоны, после чего в качестве систематической неопределенности берется разница полученной из моделирования эффективности регистрации.

- Был проведен анализ неопределенности реконструкции заряженных треков как функции от импульса частиц на основе данных Belle, позволивший оценить эту неопределенность как 0.34% на заряженный трек. В предыдущей главе в качестве систематической ошибки использовалась величина 1%. Это связано с тем, что анализ, описанный в предыдущей главе, был сделан на четыре года раньше, чем данный анализ. За это время процедура реконструкции треков в детекторе Belle была значительно оптимизирована.
- Для определения ошибок, связанных с идентификацией K - и π -мезонов, используются данные из анализа процесса $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ с последующим распадом $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$. Неопределенность идентификации K^\pm составляет 0.8% на K -мезон, а соответствующее значение для π^\pm – 0.5% на π -мезон.
- Оценка вклада неопределенности реконструкции η и π^0 проводится путем сравнения числа событий распадов $\eta \rightarrow 3\pi^0$ и $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Такая оценка дает 2% на каждый η - и π^0 -мезон.
- Неопределенность реконструкции K_S^0 -мезона в эксперименте Belle оценивается путем изучения процесса $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K_S^0$ и составляет 4.4% [83].

При анализе моды (η) η -мезон восстанавливается в двух модах распада: $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Для оценки систематической неопределенности

сравниваются систематические ошибки каждой из мод распада η , после чего максимальная берется в качестве итоговой систематической неопределенности.

В случае распадов $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$ в конечное состояние $\eta_c\pi^+\pi^-$ делается предположение о том, что аддитивная систематическая неопределенность такая же, как в распаде $X_1(3872) \rightarrow \eta_c\pi^+\pi^-$. Кроме того, варьируется ширина резонанса в интервале (15, 65) МэВ/ c^2 для $Z(3900)^0$ и в интервале (2.5, 27.5) МэВ/ c^2 для $Z(4020)^0$. Интервалы выбираются в соответствии с разбросом предыдущих измерений ширин $Z(3900)^\pm$ и $Z(4020)^\pm$. Итоговая аддитивная систематическая неопределенность составляет 28.5 событий для $Z(3900)^0$ и 25.9 событий для $Z(4020)^0$.

При анализе распадов $X(3915)$ систематическая неопределенность считается такой же, как для аналогичных распадов $X(4014)$ (см. таблицы 15 и 16).

Таблица 14. Аддитивные систематические неопределенности (в событиях) для распадов B без промежуточных резонансов. Для моды $\eta_c\eta$ неопределенность соответствует числу событий рождения η -мезона N_η .

Источник	$\eta_c\pi^+\pi^-$	$\eta_c\omega$	$\eta_c\eta$	$\eta_c\pi^0$
Параметризация фона	1	44	2687	2
Критерии отбора	< 1	< 1	1695	33
Цена канала	18	2	430	9
Итого (события)	18	44	3206	34

Таблица 15. Аддитивные систематические неопределенности (в событиях) для распадов B , содержащих « $X(3872)$ -подобные» частицы. Для моды $\eta_c\eta$ неопределенность соответствует числу событий рождения η -мезона N_η .

Источник	$\eta_c\pi^+\pi^-$	$\eta_c\omega$	$\eta_c\eta$		$\eta_c\pi^0$	
Масса, МэВ/ c^2	3872	3872	3730	4014	3730	4014
Деградация разрешения	1.2	0	68	28	1.4	0.2
Параметризация фона	5.8	3.6	18	8	0.8	0.3
Критерии отбора	23.9	5.4	293	280	5.2	9.3
Цена канала	1.2	7.7	30	71	2.4	4.4
Итого (события)	24.7	10.1	303	290	5.9	10.3

Таблица 16. Мультипликативные систематические неопределенности (в %)

Источник	$\eta_c \pi^+ \pi^-$	$\eta_c \omega$	$\eta_c \eta$	$\eta_c \pi^0$
Число пар $B\bar{B}$	1.4	1.4	1.4	1.4
$\mathcal{B}(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$	—	0.8	—	—
$\mathcal{B}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$	—	< 0.1	< 0.1	< 0.1
$\mathcal{B}(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$	—	—	0.5	—
$\mathcal{B}(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$	—	—	1.2	—
$\mathcal{B}(\eta_c \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$	6.8	6.8	6.8	6.8
$\mathcal{B}(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)$	0.1	0.1	0.1	0.1
Эффективность регистрации				
без резонансов	35.8	2.4	1.3	19.5
«X(3872)-подобные»	0.3	0.5	0.7	0.3
$Z(3900)^0 / Z(4020)^0$	13.3/4.4	—	—	—
Реконструкция треков	1.7	1.7	1.7	1.0
Идентификация K^\pm	1.6	1.6	1.6	1.6
Идентификация π^\pm	1.5	1.5	1.5	0.5
Реконструкция η	—	—	2.0	—
Реконструкция π^0	—	2.0	2.0	2.0
Реконструкция K_S^0	4.4	4.4	4.4	4.4
Итого (%)				
без резонансов	36.8	9.3	9.3	21.3
«X(3872)-подобные»	8.7	9.0	9.2	8.7
$Z(3900)^0 / Z(4020)^0$	15.9/9.7	—	—	—

4.5. Обсуждение результатов

Имеющаяся статистика не позволяет увидеть статистически достоверный сигнал ни в одном из изучаемых каналов распада. Следовательно, невозможно измерить относительные вероятности рождения и распада вышеперечисленных состояний, а также относительные вероятности распада B -мезонов. Поэтому на эти величины устанавливаются верхние пределы.

Систематическая ошибка учитывается при вычислении верхних пределов следующим образом. Как уже было отмечено, выражение для относительной вероятности выглядит как $z = N/(N_{B\epsilon\mathcal{B}_i})$. Это выражение может быть записано как $z = xy$, где $x = N$ и $y = \frac{1}{N_{B\epsilon\mathcal{B}_i}}$. Предполагается, что случайная величина x в числителе имеет распределение Гаусса со средним μ и стандартным отклонением $\sigma_x = \sqrt{\sigma_{\text{stat}}^2 + \sigma_{\text{add.syst}}^2}$. Предполагая, что систематическая ошибка также описывается распределением Гаусса со средним $\nu = 1/(N_{B\epsilon\mathcal{B}_i})$ и стандартным отклонением $\sigma_y = \sigma_{\text{mult.syst}}\nu$, распределение по z может быть записано следующим образом:

$$F(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, \mu, \sigma_x) G\left(\frac{z}{x}, \nu, \sigma_y\nu\right) \frac{1}{|x|} dx. \quad (27)$$

Верхний предел U на уровне достоверности (C.L.) 90% на величину z определяется как

$$\frac{\int_0^U F(z) dz}{\int_0^\infty F(z) dz} = 0.9. \quad (28)$$

Вычисленные таким образом значения верхних пределов на относительные вероятности и их произведения для всех изучаемых мод распада показаны в таблицах 17 and 18.

Рис. 40 демонстрирует зависимость верхнего предела на произведение относительных вероятностей рождения и распада $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$

Таблица 17. Результаты измерений относительных вероятностей распадов B -мезонов без промежуточных резонансов

Мода распада	Верхний предел (90% C.L.)
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$	3.9×10^{-4}
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$	5.3×10^{-4}
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \eta,$	2.2×10^{-4}
$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$	6.2×10^{-5}

Таблица 18. Результаты измерений относительных вероятностей распадов B -мезонов, содержащих экзотические резонансы. Для резонансов $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$ результаты показаны в предположении о близости масс к массам их заряженных партнеров.

Резонанс	Мода распада	Верхний предел (90% C.L.)
$X_1(3872)$	$\eta_c \pi^+ \pi^-$	3.0×10^{-5}
	$\eta_c \omega$	6.9×10^{-5}
$X(3730)$	$\eta_c \eta$	4.6×10^{-5}
	$\eta_c \pi^0$	5.7×10^{-6}
$X(4014)$	$\eta_c \eta$	3.9×10^{-5}
	$\eta_c \pi^0$	1.2×10^{-5}
$Z(3900)^0$	$\eta_c \pi^+ \pi^-$	4.7×10^{-5}
$Z(4020)^0$		1.6×10^{-5}
$X(3915)$	$\eta_c \eta$	3.3×10^{-5}
	$\eta_c \pi^0$	1.8×10^{-5}

от массового канала: значимого сигнала нет ни в одном массовом канале. Для резонанса $Z(3900)^0$ устанавливаются верхние пределы в интервале $(1.8, 4.7) \times 10^{-5}$ для диапазона масс $(3.79, 4.01)$ ГэВ/ c^2 . Для резонанса $Z(4020)^0$ устанавливаются верхние пределы в интервале $(1.6, 3.7) \times 10^{-5}$ для

диапазона масс (3.93, 4.07) ГэВ/ c^2 . Если предположить, что массы $Z(3900)^0$ и $Z(4020)^0$ близки к массам их заряженных партнеров, то можно получить верхние пределы на произведения относительных вероятностей, показанные в таблице 18.

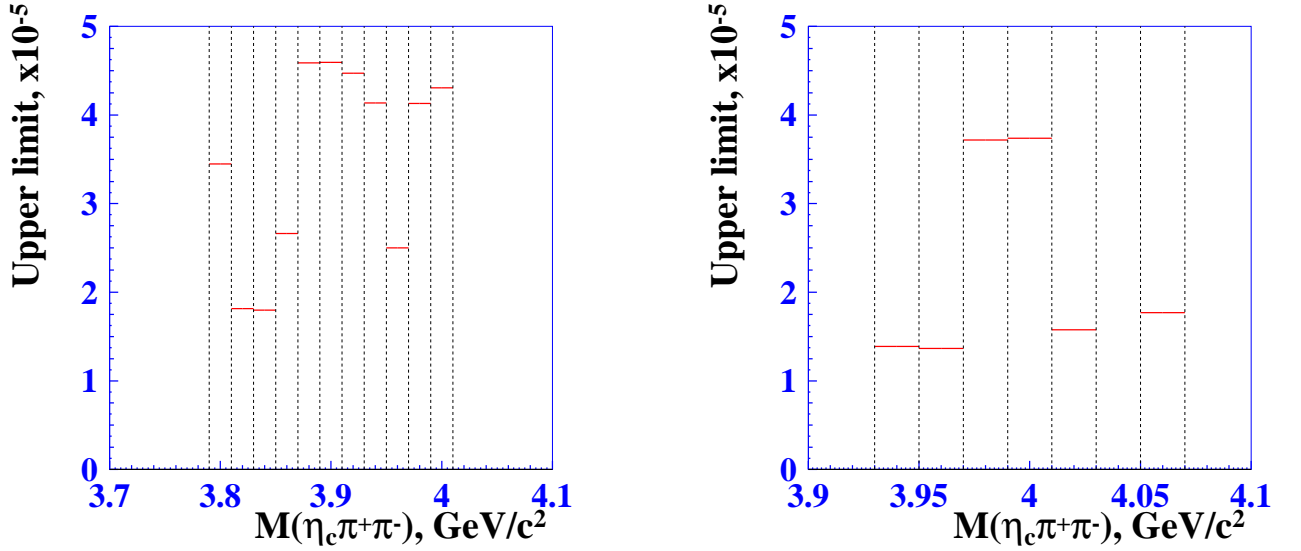


Рис. 40. Зависимость верхнего предела на произведение относительных вероятностей рождения и распада $Z(3900)^0$ (слева) и $Z(4020)^0$ (справа) от массового канала

Аналогичным образом для изучения « $X(3872)$ -подобных» частиц было проведено сканирование по массе внутри всей области подгонки, то есть последовательность подгонок, схожих с вышеописанными, но с массой в качестве параметра, свободного внутри массового канала шириной 20 МэВ/ c^2 . Ни в одном из массовых каналов значимый сигнал не был обнаружен.

Аналогичный анализ был сделан в коллаборации ВаВар [89], где был установлен верхний предел на произведение $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow X(3872)) \times \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-)$.

На данный момент не существует теоретических предсказаний на отно-

сительные вероятности распадов молекулярных состояний $D^0\bar{D}^{*0}$, аналогичных $X(3872)$. В данном исследовании получен верхний предел на произведение относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X_1(3872)) \times \mathcal{B}(X_1(3872) \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-) < 3.0 \times 10^{-5}$, который немного выше произведения относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X(3872)) \times \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) = (8.61 \pm 0.82 \pm 0.52) \times 10^{-6}$, измеренного в [49]. Аналогичная ситуация наблюдается в случае верхнего предела на $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X(3872)) \times \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow \eta_c \omega) < 6.9 \times 10^{-5}$ и значением $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X(3872)) \times \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow J/\psi \omega) = (0.6 \pm 0.3 \pm 0.1) \times 10^{-5}$, полученным в [50]. В предстоящем эксперименте Belle II ожидается значительно больший набор данных, что даст возможность определить отношения относительных вероятностей распада вышеописанных экзотических состояний или улучшить соответствующие верхние пределы приблизительно на порядок.

Заключение

В ходе выполнения работы достигнуты следующие результаты:

Изучен распад $B^\pm \rightarrow K^\pm(c\bar{c})$, где состояние $(c\bar{c})$ распадается в $(K_S^0 K \pi)^0$ и включает чармонии η_c и $\eta_c(2S)$. Оба канала содержат распады $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S^0 K \pi)^0$ без промежуточных чармониев, которые интерферируют с сигналом. Впервые в анализе учтена интерференция без каких-либо предположений о фазе или модуле интерференции.

- Измерены значения произведений относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c) \times \mathcal{B}(\eta_c \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$ и $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S)) \times \mathcal{B}(\eta_c(2S) \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp)$.
- Получены значения масс и ширин η_c и $\eta_c(2S)$. Обнаружено, что интерференция оказывает значительное влияние на ширину $\eta_c(2S)$.
- Вышеперечисленные результаты согласуются с самыми точными из существующих измерений. Полученные ошибки сравнимы с ошибками других экспериментов, несмотря на добавление дополнительной неопределенности, связанной с эффектом интерференции.

Изучены следующие распады B -мезонов в конечные состояния с η_c : $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^+ \pi^-$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \omega$, $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \eta$ и $B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c \pi^0$.

- Сделано предположение о том, что эти распады протекают через такие промежуточные молекулярные состояния, аналогичные экзотической частице $X(3872)$, как $X_1(3872) = D^0 \bar{D}^{*0} - \bar{D}^0 D^{*0}$, $X(3730) = D^0 \bar{D}^0 + \bar{D}^0 D^0$ и $X(4014) = D^{*0} \bar{D}^{*0} + \bar{D}^{*0} D^{*0}$. Проведен поиск этих состояний,

и установлены верхние пределы на следующие произведения относительных вероятностей: $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \times \mathcal{B}(X \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-)$ и $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \times \mathcal{B}(X \rightarrow \eta_c \omega)$ для $X = X_1(3872)$, $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \times \mathcal{B}(X \rightarrow \eta_c \eta)$ для $X = X(3730)$ и $X(4014)$, $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \times \mathcal{B}(X \rightarrow \eta_c \pi^0)$ для $X = X(3730)$ и $X(4014)$.

- Проведен поиск нейтральных партнеров недавно обнаруженных экзотических состояний $Z(3900)^\pm$ и $Z(4020)^\pm$, и поставлены верхние пределы на произведения относительных вероятностей $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm Z(3900)^0) \times \mathcal{B}(Z(3900)^0 \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-)$ и $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm Z(4020)^0) \times \mathcal{B}(Z(4020)^0 \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-)$.
- Установлены верхние пределы на следующие распады B -мезонов, включающие состояние с неизвестной природой $X(3915)$: $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X(3915)) \times \mathcal{B}(X(3915) \rightarrow \eta_c \eta)$ и $\mathcal{B}(B^\pm \rightarrow K^\pm X(3915)) \times \mathcal{B}(X(3915) \rightarrow \eta_c \pi^0)$.
- Вышеперечисленные верхние пределы были получены впервые. Значительно больший набор данных, ожидаемый от предстоящего эксперимента Belle II, может предоставить возможность определить отношения относительных вероятностей распада вышеописанных экзотических состояний или улучшить соответствующие верхние пределы приблизительно на порядок.

Разработан алгоритм проверки формы сигнала усилителя-формирователя в рамках модернизации калориметра детектора Belle II.

В заключение я хотела бы выразить свою благодарность моему научному руководителю С.И. Эйдельману за неоценимую помощь в работе над диссертацией. Я очень многим обязана моему первому научному руководителю А.С.Кузьмину, без его участия эта работа была бы невозможна. Также хочу поблагодарить своих коллег, особенно А.Е. Бондаря, Н.И. Габышева, А.Ю. Гармаша и П.П. Кроковного, за ценные советы при обсуждении физических результатов и методики обработки данных. Эта работа выполнена в рамках коллаборации Belle, поэтому мне хотелось бы поблагодарить всех сотрудников коллаборации и команду ускорителя КЕКВ.

Приложение 1

Для подавления шумов в усилителе-формирователе установлен фильтр, состоящий из одного каскада дифференцирования с параметрами R_{diff} и C_{diff} , а также двух каскадов интегрирования. В качестве интегрирующих каскадов используются активные фильтры Бесселя, схема которых показана на рис. 41. Время формирования сигнала обозначается как $\tau = RC$ и составляет 0.5 мкс.

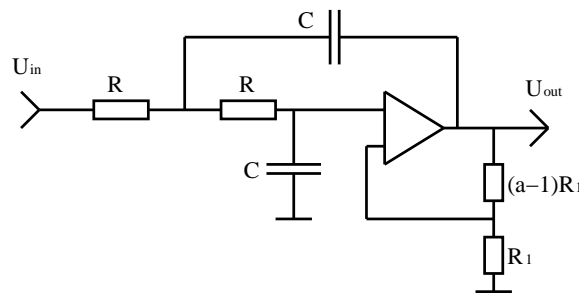


Рис. 41. Электронная схема активного фильтра Бесселя

Спектр пропускания такой схемы может быть записан следующим образом:

$$f_{\omega} = \frac{a^2/\tau^4}{(\omega - \omega_{diff})(\omega - i\omega_0 - \beta)^2(\omega - i\omega_0 - \beta)^2}, \quad (29)$$

где $\omega_{diff} = \frac{1}{R_{diff}C_{diff}}$, $\omega_0 = \frac{3-a}{2\tau}$, $\beta = \frac{\sqrt{6a-5-a^2}}{2\tau}$.

Таким образом, функция отклика усилителя-формирователя имеет вид:

$$R(t) = \alpha e^{-\omega_{diff}t} + (\cos \beta t(\gamma t + \delta) + \sin \beta t(\mu t + \chi))e^{-\omega_0 t}, \quad (30)$$

где

$$\alpha = \frac{2\pi}{((\omega_{diff} - \omega_0)^2 + \beta^2)^2}, \quad (31)$$

$$\gamma = \frac{\pi(\omega_{diff} - \omega_0)}{\beta^2((\omega_{diff} - \omega_0)^2 + \beta^2)}, \quad (32)$$

$$\delta = \frac{-2\pi}{((\omega_{diff} - \omega_0)^2 + \beta^2)^2}, \quad (33)$$

$$\mu = \frac{-\pi}{\beta((\omega_{diff} - \omega_0)^2 + \beta^2)}, \quad (34)$$

$$\chi = \frac{-\pi(3(\omega_{diff} - \omega_0)\beta^2 + (\omega_{diff} - \omega_0)^3)}{\beta^3((\omega_{diff} - \omega_0)^2 + \beta^2)^2}. \quad (35)$$

Для получения формы сигнала требуется сделать свертку функции отклика с экспоненциальной функцией сцинтилляции. Так как интегралы выглядят довольно громоздко, для вычислений была использована программа аналитических вычислений Maple [90]. Это программа позволила выполнить интегрирование и получить ответ как в виде аналитического выражения, так и в виде кода языка программирования С. Ответ в виде кода был получен и используется в программах моделирования и обработки.

Приложение 2

В данном приложении приводится описание функции $F(s, x)$, используемой для подгонки двумерного распределения по $M(K_S^0 K \pi)$ и $\cos \theta$ для анализа распада $B^\pm \rightarrow K^\pm (K_S^0 K \pi)^0$.

После возведения в квадрат модуля, свертка $F(s, x)$ (10) с функцией разрешения Гаусса может быть записана как:

$$\begin{aligned}
 F(s, x) = & \int_{x-\frac{\delta}{2}}^{x+\frac{\delta}{2}} (1 + \varepsilon_1 x' + \varepsilon_2 x'^2) \left[S^2(x') \left(I_{\eta\eta}(s) + \alpha^2 \Delta + 2\sqrt{N} \alpha I_{\eta S}(s) \right) + \right. \\
 & P^2(x') \beta^2 \Delta + D^2(x') \gamma^2 \Delta + 2S(x') P(x') \beta \left(\sqrt{N} I_{\eta P}(s) + \alpha \Pi_{SP} \Delta \right) + \\
 & 2S(x') D(x') \gamma \left(\sqrt{N} I_{\eta D}(s) + \alpha \Pi_{SD} \Delta \right) + \\
 & \left. 2P(x') D(x') \beta \gamma \Pi_{PD} \Delta \right] dx', \tag{36}
 \end{aligned}$$

где используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 I_{\eta\eta}(s) = & \int \int \int \int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left| \frac{\sqrt{N}}{s' - M^2 + iM\Gamma} A_\eta(q_1^2, q_2^2) \right|^2 \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \\
 & \int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left| \frac{\sqrt{N}}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right|^2 \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds', \tag{37}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{\eta S}(s) &= \int \int \int \int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \Re \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_S^*(q_1^2, q_2^2) \right) \otimes \\
&\quad \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \\
&\quad \Re_{\eta S} \Re \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right] + \\
&\quad \Im_{\eta S} \Im \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right], \tag{38}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{\eta P}(s) &= \int \int \int \int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \Re \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_P^*(q_1^2, q_2^2) \right) \otimes \\
&\quad \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \\
&\quad \Re_{\eta P} \Re \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right] + \\
&\quad \Im_{\eta P} \Im \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right], \tag{39}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{\eta D}(s) &= \int \int \int \int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \Re \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_D^*(q_1^2, q_2^2) \right) \otimes \\
&\quad \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \\
&\quad \Re_{\eta D} \Re \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right] + \\
&\quad \Im_{\eta D} \Im \left[\int_{s-\frac{\Delta}{2}}^{s+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{1}{s' - M^2 + iM\Gamma} \right) \otimes \frac{\exp(-\frac{s'^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi\sigma}} ds' \right], \tag{40}
\end{aligned}$$

$$\Re_{\eta S} = \int \int \int \Re (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_S^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \xi_{\eta S} \sqrt{1 - \Im_{\eta S}^2}, \tag{41}$$

$$\mathfrak{S}_{\eta S} = \int \int \int \mathfrak{S} (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_S^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (42)$$

$$\Re_{\eta P} = \int \int \int \Re (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_P^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \xi_{\eta P} \cos \theta_{\eta P}, \quad (43)$$

$$\Im_{\eta P} = \int \int \int \Im (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_P^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \xi_{\eta P} \sin \theta_{\eta P}, \quad (44)$$

$$\Re_{\eta D} = \int \int \int \Re (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_D^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \xi_{\eta D} \cos \theta_{\eta D}, \quad (45)$$

$$\Im_{\eta D} = \int \int \int \Im (A_{\eta}(q_1^2, q_2^2) A_D^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi = \xi_{\eta D} \sin \theta_{\eta D}, \quad (46)$$

$$\Pi_{SP} = \int \int \int \Re (A_S(q_1^2, q_2^2) A_P^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (47)$$

$$\Pi_{SD} = \int \int \int \Re (A_S(q_1^2, q_2^2) A_D^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi, \quad (48)$$

$$\Pi_{PD} = \int \int \int \Re (A_P(q_1^2, q_2^2) A_D^*(q_1^2, q_2^2)) dq_1^2 dq_2^2 d\phi. \quad (49)$$

Таким образом, функция F определена 15 параметрами, приведенными в таблице 19. Параметры α и $\mathfrak{S}_{\eta S}$ фиксированы в случае η_c , поэтому для них не приводится статистическая ошибка. Если модельная ошибка не указана, значит ее значение пренебрежимо мало по сравнению со значением статистической.

Функция $F(s, x)$ может быть представлена в виде рациональной функции от s и x :

$$F(s, x) = \frac{1 + \varepsilon_1 x + \varepsilon_2 x^2}{(s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^4 C_{ij} s^i x^j, \quad (50)$$

где

1. $C_{24} = \frac{45}{8} \gamma^2$,
2. $C_{23} = \frac{3}{2} \sqrt{15} \beta \gamma \Pi_{PD}$,
3. $C_{22} = \frac{3}{2} \beta^2 - \frac{15}{4} \gamma^2 + \frac{3}{2} \sqrt{5} \alpha \gamma \Pi_{SD}$,
4. $C_{21} = \sqrt{3} \alpha \beta \Pi_{SP} - \frac{\sqrt{15}}{2} \beta \gamma \Pi_{PD}$,

Таблица 19. Результаты подгонки

Параметр	$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c, \eta_c \rightarrow (K_S^0 K \pi)^0$	$B^\pm \rightarrow K^\pm \eta_c(2S), \eta_c(2S) \rightarrow (K_S^0 K \pi)^0$
N	$920 \pm 50(\text{стат}) \pm 170(\text{мод})$	$128_{-58}^{+83}(\text{стат}+\text{мод})$
α	$4.8 \pm 2.3(\text{мод})$	$8.4_{-3.3}^{+1.1}(\text{стат}+\text{мод})$
β	$5.3 \pm 1.6(\text{стат}) \pm 2.1(\text{мод})$	$3.7_{-2.1}^{+3.8}(\text{стат}+\text{мод})$
γ	$7.9 \pm 1.4(\text{стат})$	$6.2_{-1.8}^{+1.5}(\text{стат}+\text{мод})$
$\xi_{\eta S}$	$0.37 \pm 0.24(\text{стат}) \pm 0.18(\text{мод})$	$0.84_{-0.45}^{+0.16}(\text{стат}+\text{мод})$
$\Im_{\eta S}$	$-0.06 \pm 0.80(\text{мод})$	$-0.39_{-0.53}^{+1.12}(\text{стат}+\text{мод})$
$\xi_{\eta P}$	$0.48 \pm 0.22(\text{стат}) \pm 0.19(\text{мод})$	$0.51_{-0.51}^{+0.49}(\text{стат}+\text{мод})$
$\theta_{\eta P}$, рад	$0.08 \pm 0.65(\text{стат})$	$-0.24_{-3.14}^{+3.14}(\text{стат}+\text{мод})$
$\xi_{\eta D}$	$0.22 \pm 0.16(\text{стат}) \pm 0.02(\text{мод})$	$0.81_{-0.62}^{+0.19}(\text{стат}+\text{мод})$
$\theta_{\eta D}$, рад	$0.64 \pm 0.80(\text{стат})$	$0.58_{-1.10}^{+0.85}(\text{стат}+\text{мод})$
Π_{SP}	$-0.74 \pm 0.46(\text{стат}) \pm 0.23(\text{мод})$	$-1_{-0}^{+2}(\text{стат}+\text{мод})$
Π_{SD}	$-0.11 \pm 0.34(\text{стат}) \pm 0.42(\text{мод})$	$-1_{-0}^{+2}(\text{стат}+\text{мод})$
Π_{PD}	$0.24 \pm 0.77(\text{стат}) \pm 0.50(\text{мод})$	$-0.95_{-0.05}^{+1.95}(\text{стат}+\text{мод})$
M , МэВ/ c^2	$2985.4 \pm 1.5(\text{стат})$	$3636.1_{-4.2}^{+3.9}(\text{стат}+\text{мод})$
Γ , МэВ/ c^2	$35.1 \pm 3.1(\text{стат})$	$6.6_{-5.1}^{+8.4}(\text{стат}+\text{мод})$

$$5. C_{20} = \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{5}{8}\gamma^2 - \frac{\sqrt{5}}{2}\alpha\gamma\Pi_{SD},$$

$$6. C_{14} = -2M^2C_{24},$$

$$7. C_{13} = -2M^2C_{23},$$

$$8. C_{12} = \frac{3}{2}\sqrt{5}\sqrt{N}\gamma\Re_{\eta D} - 2M^2C_{22},$$

$$9. C_{11} = \sqrt{3}\sqrt{N}\beta\Re_{\eta P} - 2M^2C_{21},$$

$$10. C_{10} = \sqrt{N}\alpha\Re_{\eta S} - \frac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{N}\gamma\Re_{\eta D} - 2M^2C_{20},$$

$$11. C_{04} = M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{24},$$

$$12. C_{03} = M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{23},$$

$$13. C_{02} = \frac{3}{2}\sqrt{5}\sqrt{N}\gamma(M\Gamma\mathfrak{S}_{\eta D} - M^2\mathfrak{R}_{\eta D}) + M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{22},$$

$$14. C_{01} = \sqrt{3}\sqrt{N}\beta(M\Gamma\mathfrak{S}_{\eta P} - M^2\mathfrak{R}_{\eta P}) + M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{21},$$

$$15. C_{00} = \frac{1}{2}N + \sqrt{N}\alpha(M\Gamma\mathfrak{S}_{\eta S} - M^2\mathfrak{R}_{\eta S}) - \frac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{N}\gamma(M\Gamma\mathfrak{S}_{\eta D} - M^2\mathfrak{R}_{\eta D}) + M^2(M^2 + \Gamma^2)C_{20}.$$

Как видно из пунктов (6), (7), (11) и (12), пятнадцать коэффициентов C_{ij} не являются независимыми.

Литература

- [1] N. Brambilla, S. Eidelman, B. K. Heltsley *et al.*, Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities, *Eur. Phys. J. C* **71** (2011) 1534 [arXiv:1010.5827 [hep-ph]].
- [2] N. Brambilla, S. Eidelman, P. Foka *et al.*, QCD and Strongly Coupled Gauge Theories: Challenges and Perspectives, *Eur. Phys. J. C* **74** (2014) 10, 2981 [arXiv:1404.3723 [hep-ph]].
- [3] Г. В. Пахлова, П. Н. Пахлов и С. И. Эйдельман, Экзотический чармоний, *УФН* **180** (2010) 225-248.
- [4] K. Abe, K. Abe, R. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Observation of double c anti- c production in e^+e^- annihilation at \sqrt{s} approximately 10.6-GeV, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 142001 [hep-ex/0205104].
- [5] P. Pakhlov, H. Aihara, K. Arinstein,..., A. Vinokurova *et al.* [Belle Collaboration], ‘Measurement of the $e^+e^- \rightarrow J/\psi c\bar{c}$ cross section at \sqrt{s} 10.6-GeV, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 071101 [arXiv:0901.2775 [hep-ex]].
- [6] K. Abe, K. Abe, H. Aihara *et al.* [Belle Collaboration], Study of double charmonium production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 071102 [hep-ex/0407009].
- [7] P. Pakhlov, H. Aihara, K. Arinstein,..., A. Vinokurova *et al.* [Belle Collaboration], Measurement of the $e^+e^- \rightarrow J/\psi c\bar{c}$ cross section at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 071101 [arXiv:0901.2775 [hep-ex]].
- [8] J. J. Aubert, U. Becker, P.J. Biggs *et al.* [E598 Collaboration],

- Experimental Observation of a Heavy Particle J, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1404.
- [9] J. E. Augustin, A. Boyarski, M. Breidenbach *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1406 [Adv. Exp. Phys. **5** (1976) 141].
- [10] А. А. Быков, И. М. Дремин и А. В. Леонидов, Атомы из кварков и их спектроскопия, УФН **145** (1985) 139-141.
- [11] V. A. Novikov, L. B. Okun, M. A. Shifman *et al.*, Sum Rules for Charmonium and Charmed Mesons Decay Rates in Quantum Chromodynamics, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 626 [Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 791].
- [12] M. B. Voloshin, On Hyperfine Splitting Of S Levels In Heavy Quarkonium, Sov. J. Nucl. Phys. **35** (1982) 592 [Yad. Fiz. **35** (1982) 1016].
- [13] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita *et al.*, The Interplay of Confinement and Decay in the Spectrum of Charmonium, Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 500.
- [14] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene and J. C. Raynal, Naive quark pair creation model of strong interaction vertices, Phys. Rev. D **8** (1973) 2223.
- [15] M. Okamoto, S. Aoki, R. Burkhalter *et al.* [CP-PACS Collaboration], Charmonium spectrum from quenched anisotropic lattice QCD, Phys. Rev. D **65** (2002) 094508 [hep-lat/0112020].
- [16] T. Himel, G. Trilling, G. S. Abrams *et al.*, Observation of the $\eta_c(2980)$

- Produced in the Radiative Decay of the $\psi'(3684)$, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 1146.
- [17] R. Partridge, C. Peck, F. Porter *et al.*, Observation of an η_c Candidate State with Mass $2978 \text{ MeV} \pm 9 \text{ MeV}$, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 1150.
- [18] K. Olive, K. Agashe, C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], The Review of Particle Physics, Chin. Phys. C **38** (2014) 092001.
- [19] A. Vinokurova, A. Kuzmin, S. Eidelman *et al.* [Belle Collaboration], Study of $B^\pm \rightarrow K^\pm(K_S K \pi)^0$ Decay and Determination of η_c and $\eta_c(2S)$ Parameters, Phys. Lett. B **706** (2011) 139 [arXiv:1105.0978 [hep-ex]].
- [20] M. Ablikim, M.N. Achasov, D. Alberto *et al.* [BESIII Collaboration], Measurements of the mass and width of the η_c using $\psi' \rightarrow \gamma\eta_c$, Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 222002 [arXiv:1111.0398 [hep-ex]].
- [21] M. Ablikim, M.N. Achasov, O. Albayrak *et al.* [BESIII Collaboration], Study of $\psi(3686) \rightarrow \pi^0 h_c, h_c \rightarrow \gamma\eta_c$ via η_c exclusive decays, Phys. Rev. D **86** (2012) 092009 [arXiv:1209.4963 [hep-ex]].
- [22] C. C. Zhang, H. Aihara, D.M. Asner, ..., A. Vinokurova *et al.* [Belle Collaboration], First study of $\eta_c, \eta(1760)$ and $X(1835)$ production via $\eta'\pi^+\pi^-$ final states in two-photon collisions, Phys. Rev. D **86** (2012) 052002 [arXiv:1206.5087 [hep-ex]].
- [23] P. del Amo Sanchez, J.P. Lees, V. Poireau *et al.* [BaBar Collaboration], Observation of $\eta_c(1S)$ and $\eta_c(2S)$ decays to $K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$ in two-photon interactions, Phys. Rev. D **84** (2011) 012004 [arXiv:1103.3971 [hep-ex]].

- [24] J. P. Lees, V. Poireau, E. Prencipe *et al.* [BaBar Collaboration], Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta_c$ transition form factor, Phys. Rev. D **81** (2010) 052010 [arXiv:1002.3000 [hep-ex]].
- [25] B. Aubert, M. Bona, Y. Karyotakis *et al.* [BaBar Collaboration], Study of B-meson decays to $\eta_c K^{(*)}$, $\eta_c(2S)K^{(*)}$ and $\eta_c\gamma K^{(*)}$, Phys. Rev. D **78** (2008) 012006 [arXiv:0804.1208 [hep-ex]].
- [26] S. Uehara, I. Adachi, H. Aihara,..., A. Vinokurova *et al.* [Belle Collaboration], Study of charmonia in four-meson final states produced in two-photon collisions, Eur. Phys. J. C **53** (2008) 1 [arXiv:0706.3955 [hep-ex]].
- [27] K. Abe, I. Adachi, H. Aihara *et al.* [Belle Collaboration], Observation of a new charmonium state in double charmonium production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 082001 [hep-ex/0507019].
- [28] C.-H. Wu, M.-Z. Wang, K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Study of J/ψ to $p\bar{p}$, $\Lambda\bar{\Lambda}$ and observation of $\eta_c \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$ at Belle, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 162003 [hep-ex/0606022].
- [29] D. M. Asne, S.A. Dytman, S. Mehrabyanr *et al.* [CLEO Collaboration], Observation of η'_c production in $\gamma\gamma$ fusion at CLEO, Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 142001 [hep-ex/0312058].
- [30] M. Ambrogiani, M. Andreotti, S. Argiro *et al.* [Fermilab E835 Collaboration], Measurement of the resonance parameters of the charmonium ground state, $\eta_c(1^1S_0)$, Phys. Lett. B **566** (2003) 45.

- [31] C. Edwards, R. Partridge, C. Peck *et al.*, Observation of an η'_c Candidate State with Mass $3592 \text{ MeV} \pm 5 \text{ MeV}$, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 70.
- [32] S. K. Choi, S.L. Olsen, K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Observation of the $\eta_c(2S)$ in exclusive $B \rightarrow KK_S K^- \pi^+$ decays, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 102001 [Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 129901] [hep-ex/0206002].
- [33] M. Ablikim, M.N. Achasov, O. Albayrak *et al.* [BESIII Collaboration], Evidence for $\eta_c(2S)$ in $\psi(3686) \rightarrow \gamma K_S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$, Phys. Rev. D **87** (2013) 5, 052005 [arXiv:1301.1476 [hep-ex]].
- [34] M. Ablikim, M.N. Achasov, D.J. Ambrose *et al.* [BES Collaboration], First observation of the M1 transition $\psi(3686) \rightarrow \gamma \eta_c(2S)$, Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 042003 [arXiv:1205.5103 [hep-ex]].
- [35] B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny *et al.* [BaBar Collaboration], Measurement of double charmonium production in e^+e^- annihilations at $\sqrt{s} = 10.6 \text{ GeV}$, Phys. Rev. D **72** (2005) 031101 [hep-ex/0506062].
- [36] E. Kou and O. Pene, Suppressed decay into open charm for the $Y(4260)$ being an hybrid, Phys. Lett. B **631** (2005) 164 [hep-ph/0507119].
- [37] F. E. Close and P. R. Page, Gluonic charmonium resonances at BaBar and BELLE?, Phys. Lett. B **628** (2005) 215 [hep-ph/0507199].
- [38] F. Okiharu, H. Suganuma and T. T. Takahashi, Detailed analysis of the tetraquark potential and flip-flop in SU(3) lattice QCD, Phys. Rev. D **72** (2005) 014505 [hep-lat/0412012].
- [39] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa and V. Riquer, Diquark-antidiquark

- states with hidden or open charm, PoS **HEP2005** (2006) 105 [hep-ph/0603021].
- [40] D. V. Bugg, Reinterpreting several narrow ‘resonances’ as threshold cusps, Phys. Lett. B **598** (2004) 8 [hep-ph/0406293].
- [41] S. K. Choi, S.L. Olsen, K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Observation of a narrow charmonium-like state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 262001 [hep-ex/0309032].
- [42] D. Acosta, T. Affolder, M.H. Ahn *et al.* [CDF Collaboration], Observation of the narrow state $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 072001 [hep-ex/0312021].
- [43] V. M. Abazov, B. Abbott, M. Abolins *et al.* [D0 Collaboration], Observation and properties of the $X(3872)$ decaying to $J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 162002 [hep-ex/0405004].
- [44] B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny *et al.* [BaBar Collaboration], Study of the $B \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$ decay and measurement of the $B \rightarrow X(3872) K^-$ branching fraction, Phys. Rev. D **71** (2005) 071103 [hep-ex/0406022].
- [45] R. Aaij, C. Abellan Beteta, B. Adeva *et al.* [LHCb Collaboration], Observation of $X(3872)$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV, Eur. Phys. J. C **72** (2012) 1972 [arXiv:1112.5310 [hep-ex]].
- [46] R. Aaij, C. Abellan Beteta, B. Adeva *et al.* [LHCb Collaboration], Determination of the $X(3872)$ meson quantum numbers, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 222001 [arXiv:1302.6269 [hep-ex]].

- [47] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], Measurement of the $X(3872)$ production cross section via decays to $J/\psi\pi\pi$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV, JHEP **1304** (2013) 154 [arXiv:1302.3968 [hep-ex]].
- [48] M. Ablikim, M.N. Achasov, X.C. Ai *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of $e^+e^- \rightarrow \gamma X(3872)$ at BESIII, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 9, 092001 [arXiv:1310.4101 [hep-ex]].
- [49] S.-K. Choi, S. L. Olsen, K. Trabelsi,..., A. Vinokurova *et al.*, Bounds on the width, mass difference and other properties of $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ decays, Phys. Rev. D **84** (2011) 052004 [arXiv:1107.0163 [hep-ex]].
- [50] P. del Amo Sanchez, J.P. Lees, V. Poireau *et al.* [BaBar Collaboration], Evidence for the decay $X(3872) \rightarrow J/\psi\omega$, Phys. Rev. D **82** (2010) 011101 [arXiv:1005.5190 [hep-ex]].
- [51] T. Aaltonen, J. Adelman, T. Akimoto *et al.* [CDF Collaboration], Precision Measurement of the $X(3872)$ Mass in $J/\psi\pi^+\pi^-$ Decays, Phys. Rev. Lett. **103** (2009) 152001 [arXiv:0906.5218 [hep-ex]].
- [52] B. Aubert, M. Bona, Y. Karyotakis *et al.* [BaBar Collaboration], A Study of $B \rightarrow X(3872)K$, with $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$, Phys. Rev. D **77** (2008) 111101 [arXiv:0803.2838 [hep-ex]].
- [53] M. Suzuki, The $X(3872)$ boson: Molecule or charmonium, Phys. Rev. D **72** (2005) 114013 [hep-ph/0508258].
- [54] B. Aubert, M. Bona, Y. Karyotakis *et al.* [BaBar Collaboration], Evidence for $X(3872) \rightarrow \psi_{2S}\gamma$ in $B^\pm \rightarrow X_{3872}K^\pm$ decays, and a study of $B \rightarrow c\bar{c}\gamma K$, Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 132001 [arXiv:0809.0042 [hep-ex]].

- [55] V. Bhardwaj, K. Trabelsi, J.B. Singh *et al.* [Belle Collaboration], Observation of $X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma$ and search for $X(3872) \rightarrow \psi'\gamma$ in B decays, Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 091803 [arXiv:1105.0177 [hep-ex]].
- [56] Z. Q. Liu, C.P. Shen, C.Z. Yuan *et al.* [Belle Collaboration], Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ and Observation of a Charged Charmonium-like State at Belle, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 252002 [arXiv:1304.0121 [hep-ex]].
- [57] M. Ablikim, M.N. Achasov, X.C. Ai *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of a Charged Charmonium-like Structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 252001 [arXiv:1303.5949 [hep-ex]].
- [58] M. Ablikim, M.N. Achasov, O. Albayrak *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of a charged $(D\bar{D}^*)^\pm$ mass peak in $e^+e^- \rightarrow \pi D\bar{D}^*$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 2, 022001 [arXiv:1310.1163 [hep-ex]].
- [59] T. Xiao, S. Dobbs, A. Tomaradze and K. K. Seth, Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV, Phys. Lett. B **727** (2013) 366 [arXiv:1304.3036 [hep-ex]].
- [60] M. Ablikim, M.N. Achasov, X.C. Ai *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of $Z_c(3900)^0$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$, Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 11, 112003 [arXiv:1506.06018 [hep-ex]].
- [61] M. Ablikim, M.N. Achasov, O. Albayrak *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of a Charged Charmonium-like Structure $Z_c(4020)$ and Search

- for the $Z_c(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-h_c$, Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 24, 242001 [arXiv:1309.1896 [hep-ex]].
- [62] M. Ablikim, M.N. Achasov, O. Albayrak *et al.* [BESIII Collaboration], Observation of a charged charmonium-like structure in $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 13, 132001 [arXiv:1308.2760 [hep-ex]].
- [63] K. Abe, K. Abe, N. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Observation of a near-threshold $\omega J/\psi$ mass enhancement in exclusive $B \rightarrow K\omega J/\psi$ decays, Phys. Rev. Lett. **94**, 182002 (2005) [hep-ex/0408126].
- [64] B. Aubert, M. Bona, D. Boutigny *et al.* [BaBar Collaboration], Observation of $Y(3940) \rightarrow J/\psi\omega$ in $B \rightarrow J/\psi\omega K$ at BABAR, Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 082001 [arXiv:0711.2047 [hep-ex]].
- [65] S. Uehara, T. Aushev, A.M. Bakich *et al.* [Belle Collaboration], Observation of a charmonium-like enhancement in the $\gamma\gamma \rightarrow \omega J/\psi$ process, Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 092001 [arXiv:0912.4451 [hep-ex]].
- [66] J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand *et al.* [BaBar Collaboration], Study of $X(3915) \rightarrow J/\psi\omega$ in two-photon collisions, Phys. Rev. D **86** (2012) 072002 [arXiv:1207.2651 [hep-ex]].
- [67] T. Branz, T. Gutsche and V. E. Lyubovitskij, Hadronic molecule structure of the $Y(3940)$ and $Y(4140)$, Phys. Rev. D **80** (2009) 054019 [arXiv:0903.5424 [hep-ph]].
- [68] X. Liu, Z. G. Luo, Y. R. Liu and S. L. Zhu, $X(3872)$ and Other Possible Heavy Molecular States, Eur. Phys. J. C **61** (2009) 411 [arXiv:0808.0073 [hep-ph]].

- [69] W. H. Liang, R. Molina and E. Oset, Radiative open charm decay of the $Y(3940)$, $Z(3930)$, $X(4160)$ resonances, *Eur. Phys. J. A* **44** (2010) 479 [arXiv:0912.4359 [hep-ph]].
- [70] X. Liu, Z. G. Luo and Z. F. Sun, $X(3915)$ and $X(4350)$ as new members in P-wave charmonium family, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 122001 [arXiv:0911.3694 [hep-ph]].
- [71] S. L. Olsen, Is the $X(3915)$ the $\chi_{c0}(2P)$?, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 5, 057501 [arXiv:1410.6534 [hep-ex]].
- [72] S. Kurokawa and E. Kikutani, Overview of the KEKB accelerators, *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. Sect. A* **499** (2003) 1, и другие статьи, включенные в этот том.
- [73] T. Abe, K. Akai, Y. Cai *et al.*, KEKB accelerator, *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2013) 03A001 и следующие статьи вплоть до 03A011.
- [74] A. Abashian, K. Gotow, N. Morgan *et al.*, The Belle Detector, *Nucl. Instrum. Meth. A* **479** (2002) 117.
- [75] J. Brodzicka, T. Browder, P. Chang *et al.*, Physics achievements from the Belle experiment, *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2012) 04D001.
- [76] H. Bethe, Theory of the passage of fast corpuscular rays through matter, *Annalen Phys.* (1930) **5** 325.
- [77] Y. Ohnishi, T. Abe, T. Adachi *et al.*, Accelerator design at SuperKEKB, *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2013) 03A011.

- [78] T. Abe, I. Adachi, K. Adamczyk,..., A. Vinokurova *et al.* [Belle-II Collaboration], Belle II Technical Design Report, arXiv:1011.0352 [physics.ins-det].
- [79] V. Aulchenko, A. Bobrov, A. Bondar *et al.*, Electromagnetic calorimeter for Belle II, J. Phys. Conf. Ser. **587** (2015) 1, 012045.
- [80] V. Aulchenko, B. G. Cheon, A. Kuzmin *et al.*, Upgrade of trigger and DAQ for CsI at Belle II, JINST **9** (2014) C09014.
- [81] V. Vorobyev, A. Kuzmin, D. Matvienko and A. Vinokurova, Testbench of shaper-digitizer modules for Belle II calorimeter, JINST **9** (2014) C08016.
- [82] E. Farhi, A QCD Test for Jets, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1587.
- [83] W. T. Chen, K. Abe, I. Adachi *et al.* [Belle Collaboration], A study of $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K_S^0$ production at energies of 2.4 GeV to 4.0 GeV at Belle, Phys. Lett. B **651** (2007) 15 [hep-ex/0609042].
- [84] F. E. Close and P. R. Page, The $D^{*0}\bar{D}^0$ threshold resonance, Phys. Lett. B **578** (2004) 119 [hep-ph/0309253].
- [85] E. S. Swanson, Short range structure in the $X(3872)$, Phys. Lett. B **588** (2004) 189 [hep-ph/0311229].
- [86] N. A. Tornqvist, Isospin breaking of the narrow charmonium state of Belle at 3872-MeV as a deuson, Phys. Lett. B **590** (2004) 209 [hep-ph/0402237].
- [87] M. B. Voloshin, Interference and binding effects in decays of possible molecular component of $X(3872)$, Phys. Lett. B **579** (2004) 316 [hep-ph/0309307].

- [88] A. Vinokurova, A. Kuzmin, S. Eidelman *et al.* [Belle Collaboration], Search for B decays to final states with the η_c meson, JHEP **06** (2015) 132 [arXiv:1501.06351 [hep-ex]].
- [89] J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand *et al.* [BaBar Collaboration], Search for resonances decaying to $\eta_c\pi^+\pi^-$ in two-photon interactions, Phys. Rev. D **86** (2012) 092005 [arXiv:1206.2008 [hep-ex]].
- [90] А. В. Матросов, Maple 6: Решение задач высшей математики и механики: Практическое руководство, СПб: БХВ – Петербург, 2001.