

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Экспериментальная установка</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Магнитная диагностика</b>	<b>7</b>
3.1	Первоначальная версия . . . . .	7
3.2	Модернизированная версия . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Альфвеновская ионно-циклотронная неустойчивость</b>	<b>16</b>
4.1	Теория АИС-неустойчивости . . . . .	16
4.2	Результаты измерений . . . . .	17
4.3	Обсуждение результатов . . . . .	21
4.3.1	Моноэнергетичная функция распределения . . . . .	23
4.3.2	Стационарная функция распределения быстрых ча- стиц . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>35</b>

# 1 Введение

Изучение поведения плазмы и её параметров является основной задачей физики термоядерного синтеза. В мире сегодня существует множество различных установок, предназначенных для получения и удержания плазмы. Традиционным способом удержания плазмы является удержание магнитным полем различных конфигураций. Тороидальная конфигурация поля, силовые линии которого замкнуты, реализуется в токамаках. Пробкотронная конфигурация, представляющая собой длинную область однородного магнитного поля с максимумами на краях, - в ловушках открытого типа. Одна из них - это установка Газодинамическая Ловушка (ГДЛ). Описание ГДЛ приведено в разделе 2.

С инженерной точки зрения аксиальносимметричные пробкотроны - одни из самых простых установок и потенциально подходят для реализации на их основе реакторов термоядерного синтеза. Однако, плазма в таких установка оказывается неустойчивой относительно желобковых колебаний [1]. Способы подавления этой неустойчивости либо требуют дополнительных энергетических затрат, либо приводят к нарушению аксиальной симметрии системы.

В процессе работы командой ГДЛ был предложен новый способ достижения эффективного удержания плазмы, так называемое “вихревое удержание” (теоретическое описание сравнивает его с удержанием в центре вихревого потока). На ГДЛ оно реализуется путём приложения разности потенциалов между электродами на периферии плазмы таким образом, чтобы создавалось радиальное электрическое поле. В результате, всплывающий из плазмы желобок как бы “размазывается” за счёт дрейфа в скрещенных полях (радиальном электрическом и продольном магнитном), что подавляет рост неустойчивости. Другими словами, создаётся широчайший поток, который окружает ядро плазменного столба и при этом препятствует развитию конвективных неустойчивостей, т.е. попаданию плазмы на стенку вакуумной камеры.

Используя метод вихревого удержания, в результате можно добиться

времен удержания плазмы, обусловленных только продольными потерями. Цена вихревого удержания - потребление энергии, требуемое для поддержания прикладываемого потенциала. В настоящий момент эта энергия составляет порядка 1% от энергии, требуемой для нагрева плазмы. И в соответствии с теоретическими скейлингами, она будет достаточно малой даже при температурах, соответствующих зажиганию реакции синтеза [1].

Заметим, что и при всплывании из плазмы, и в результате дрейфа в скрещенных полях, желобок искажает вакуумное магнитное поле. Другими словами, за динамикой плазменных образований можно наблюдать по динамике изменения магнитного поля. В разделе 3 представлено описание системы магнитных зондов для измерения возмущений магнитного поля, а также результаты по изучению спектральных характеристик колебаний плазменного столба в режиме вихревого удержания. Полученные данные могут быть весьма полезны как для проверки и развития теории вихревого удержания, так и для практических приложений, таких как оптимизация режима работы ГДЛ или проектирование более масштабных и мощных установок.

Другой достаточно важной проблемой, возникающей при нагреве плазмы в установках, подобных ГДЛ, является возбуждение микронеустойчивостей за счёт анизотропии функции распределения высокоэнергетичных частиц, что может приводить к значительным энергетическим потерям. Раздел 4 посвящен изучению альфвеновской ионно-циклотронной (АИС) неустойчивости в установке ГДЛ и её влиянию на функцию распределения быстрых частиц. Новизна работы заключается в экспериментальной демонстрации возможности развития АИС-неустойчивости при относительно малой степени анизотропии: данный тип неустойчивости впервые зарегистрирован при инжекции атомарных пучков под  $45^\circ$  к силовым линиям магнитного поля. На данный момент изучен порог развития неустойчивости только в дейтериевой плазме. После перехода установки на противную инжекцию и получения пороговых значений в

этом режиме будет возможна полномасштабная проверка теории АІС-неустойчивости, учитывающей конечность поперечного размера плазмы [5].

## 2 Экспериментальная установка

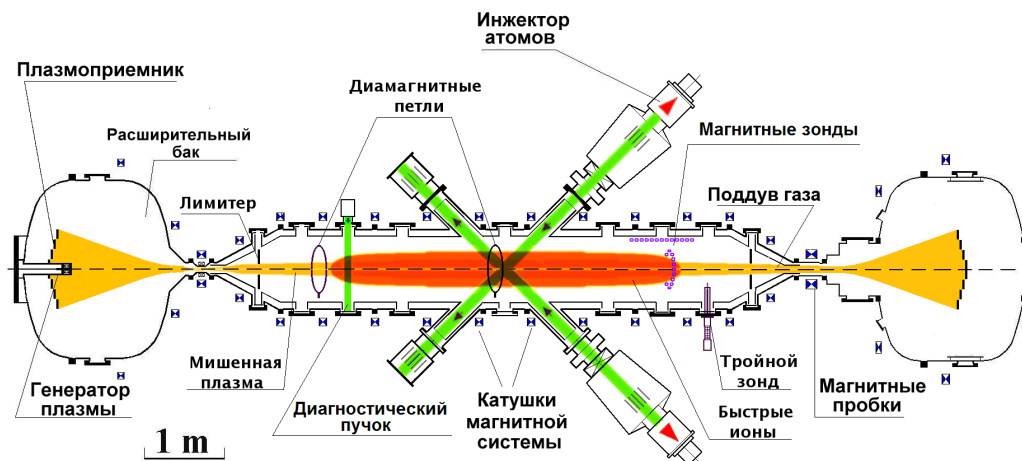


Рис. 1: Схема установки ГДЛ

Установка ГДЛ представляет собой аксиальносимметричный пробко-трон длиной 7 м, с полем в центре до 3.5 кГс и максимальным пробочным отношением  $R = 35$  (пробочное отношение – это отношение величины магнитного поля в пробочных катушках к магнитному полю в центре ловушки) (см. рис. 1). Плазма в ГДЛ представлена двумя компонентами: тёплой плазмой и горячими ионами. Тёплая (мишенная) компонента удерживается в столкновительном режиме и имеет изотропное максвелловское распределение скоростей. Изначально она создаётся генератором плазмы и её температура до включения атомарных инжекторов составляет около 2-3 эВ. Горячая компонента формируется за счёт захвата нагревных атомарных пучков мишенной плазмой. Энергия инжектируемых атомов составляет 22-25 кэВ, суммарная мощность пучков - до 5 МВт, плазма захватывает 40-60% мощности. Получившиеся горячие ионы удерживаются в слабостолкновительном режиме и имеют среднюю энергию 10 кэВ. За счёт кулоновских столкновений с горячими ионами электроны нагреваются до температуры около 200 эВ. Важно отметить, что функция распределения быстрых ионов по питч-углам (угол между

скоростью быстрого иона и осью установки) остаётся достаточно узкой вплоть до энергий порядка нескольких кэВ. Это приводит к формированию достаточно коротких областей остановки, где плотность быстрых ионов достигает максимума.

Эксперимент на установке начинается с включения основного магнитного поля максимальное значение которого достигается спустя примерно 60 мс. Запуск пробочных катушек производится через 49 мс после включения катушек основного поля. Времена подобраны таким образом, чтобы магнитные поля, создаваемые пробочными катушками, достигали максимума одновременно с максимумом основного магнитного поля. За 5.5 мс до достижения максимума суммарного магнитного поля производится запуск генератора плазмы и в течение 4 мс объём камеры заполняется тёплой плазмой. За 0.5 мс до окончания цикла работы источника плазмы включается система атомарной инжекции. Во время эксперимента также производится инжекция газа на периферии плазмы для поддержания материального баланса мишенной компоненты и борьбы с микронеустойчивостями. Подавление поперечных потерь реализуется методом вихревого удержания. Для этого во время формирования горячей компоненты подаётся напряжение на лимитер или торцевые плазмоприёмники.

## 3 Магнитная диагностика

### 3.1 Первоначальная версия

Первоначальная версия магнитной диагностики разрабатывалась для исследования режима вихревого удержания, принципы которого изложены в работе [1]. Она включала в себя 29 зондов Мирнова (см. рис. 2), расположенных в районе точки останова горячих ионов. Линейная сборка зондов располагалась вдоль оси установки на расстоянии около 15 см от стенки, круговая сборка диаметром 40 см – по азимуту центрального соленоида. Зонды ориентированы таким образом, чтобы регистрировать динамику изменения радиального магнитного поля.

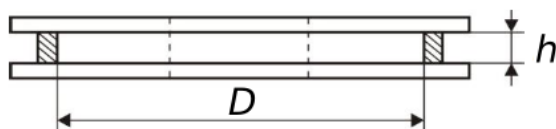


Рис. 2: Эскиз зонда Мирнова (вид сбоку)

Основные параметры датчиков и системы регистрации:

- внутренний диаметр обмотки катушки  $D = 64$  мм;
- высота обмотки  $h = 4$  мм;
- число витков  $N = 100$  шт;
- частота дискретизации АЦП  $g = 1$  МГц.

Результаты калибровки датчиков в интересующем нас частотном диапазоне приведены на рис. 3.

При помощи данной диагностики впервые зарегистрированы и изучены спектральные характеристики возмущения магнитного поля, возникающего в режиме вихревого удержания.

На рис. 4 приведён типичный сигнал с круговой сборки зондов. Время по оси абсцисс отсчитывается от начала инъекции пучков нейтральных атомов, по оси ординат отложены координаты зондов в градусах, а цветом показан непосредственно сам сигнал. Расположение зондов схе-

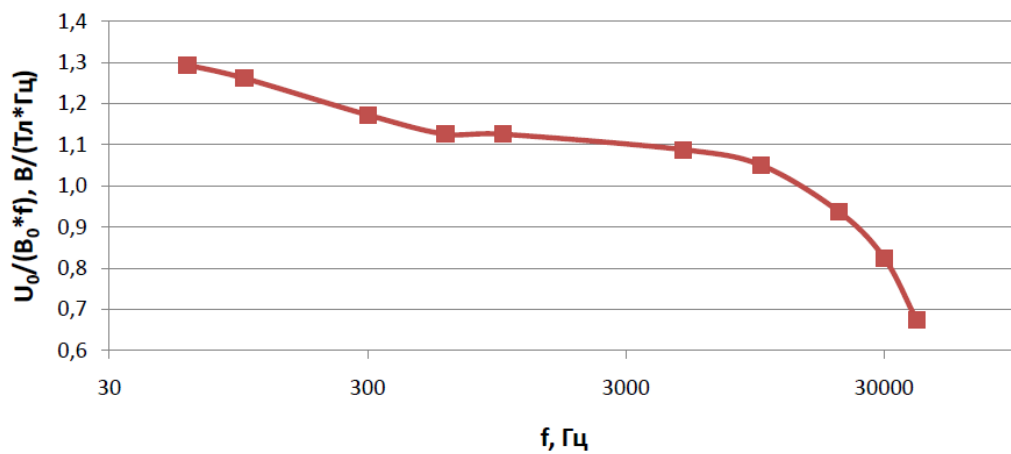


Рис. 3: Чувствительность зондов Мирнова

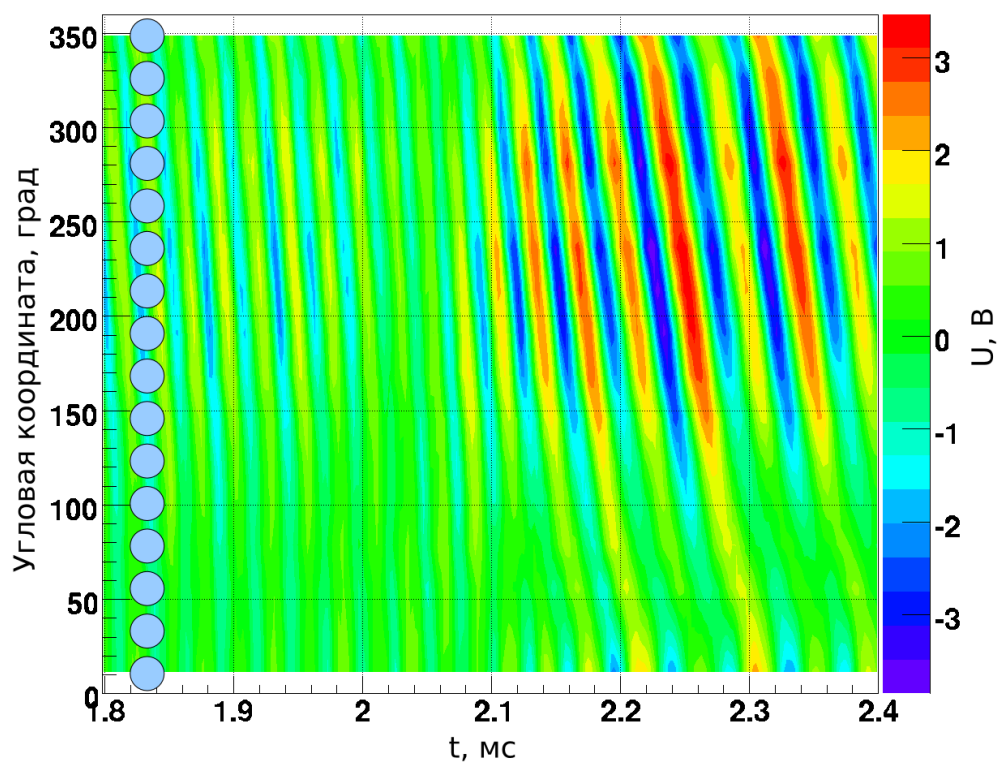


Рис. 4: Сигнал с круговой сборки



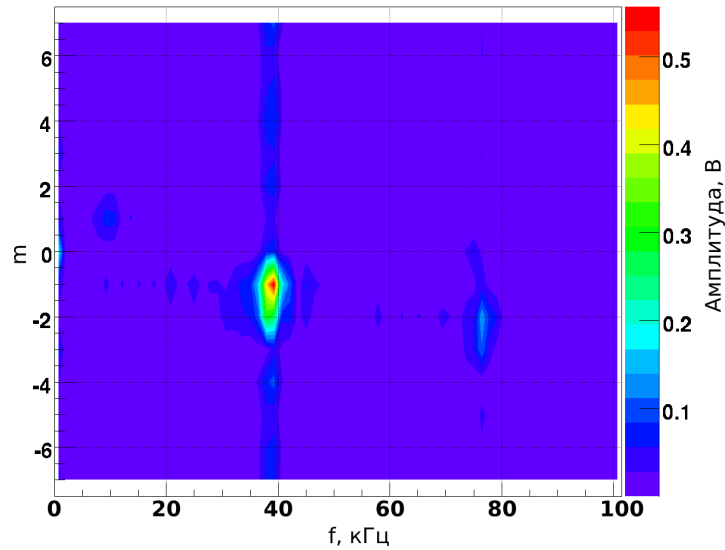


Рис. 5: Спектр сигнала с круговой сборки в период с 1 до 2 мс

матично показано в виде дисков. Данный график был получен в стационарном по захвату мощности режиме работы установки с дейтериевой плазмой. Температура электронов составляла  $T_e \approx 200$  эВ. Стандартный сценарий развития эксперимента в таком режиме можно описать следующим образом:

- в период 0-1 мс: нет чётко выраженных колебаний, амплитуды малы;
- в период 1-2 мс: колебания с азимутальным числом  $m = 1$ ;
- в период 2-4 мс: колебания с азимутальным числом  $m = 2$ .

Визуально на графике первая и вторая моды колебаний различаются следующим образом. Когда доминирует первая мода колебаний (что соответствует вращению плазменного столба кругового сечения, как целого), соседние “линии максимумов” переходят друг в друга. Когда же определяющей становится вторая мода (что соответствует вращению плазменного столба в форме эллипса, как целого), меняется угол наклона “линий максимумов” и они начинают переходить не в соседние, а перескакивают через одну. Спектры данного сигнала в разные моменты времени представлены на рис. 5 и 6.

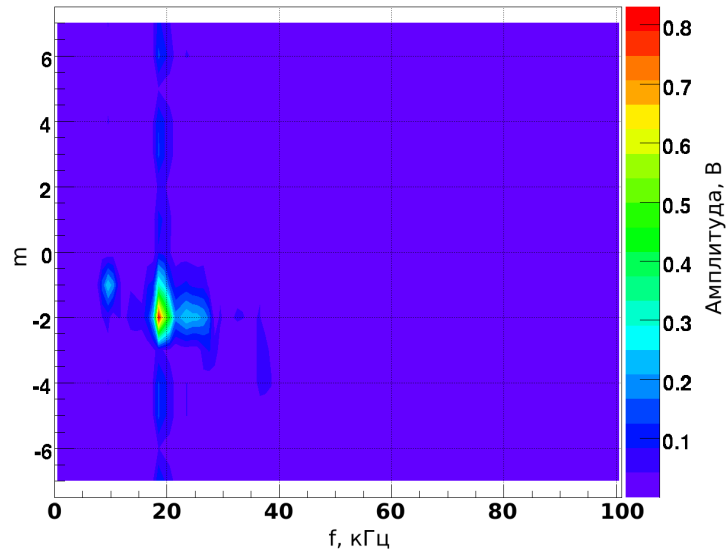


Рис. 6: Спектр сигнала с круговой сборки в период с 2 до 4 мс

На представленных спектрах видно, что в период 1-2 мс доминируют колебания первой моды с частотой около 40 кГц, а в период 2-4 мс главную роль играют колебания второй моды, частота которых составляет порядка 20 кГц.

На рис. 7 представлены результаты, отражающие зависимость частоты колебаний от напряжения на лимитере. Магнитное поле в этих экспериментах в среднем составляло  $B_0 = 3$  кГс, мощность инжекции  $P = 4$  МВт. Из этого графика видно, что частота зависит от напряжения на лимитере практически линейно, что согласуется с теорией [1], и не зависит от пробочного отношения  $R$ .

### 3.2 Модернизированная версия

В экспериментах по изучению вихревого удержания было замечено появление высокочастотных колебаний. Когда энергосодержание было достаточно высоким, на сигнале с диамагнитной петли, расположенной в районе точки остановки быстрых частиц, наблюдались характерные провалы: они отмечены линиями на верхнем графике рис. 8. При анализе

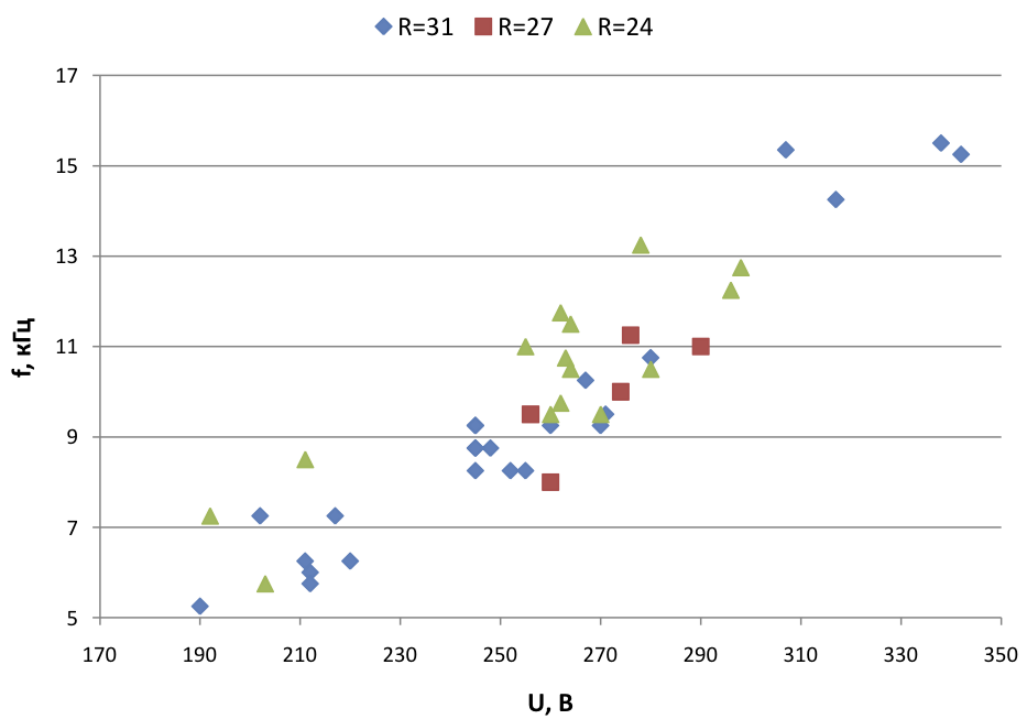


Рис. 7: Зависимость частоты желобковых колебаний плазмы от напряжения на лимитере

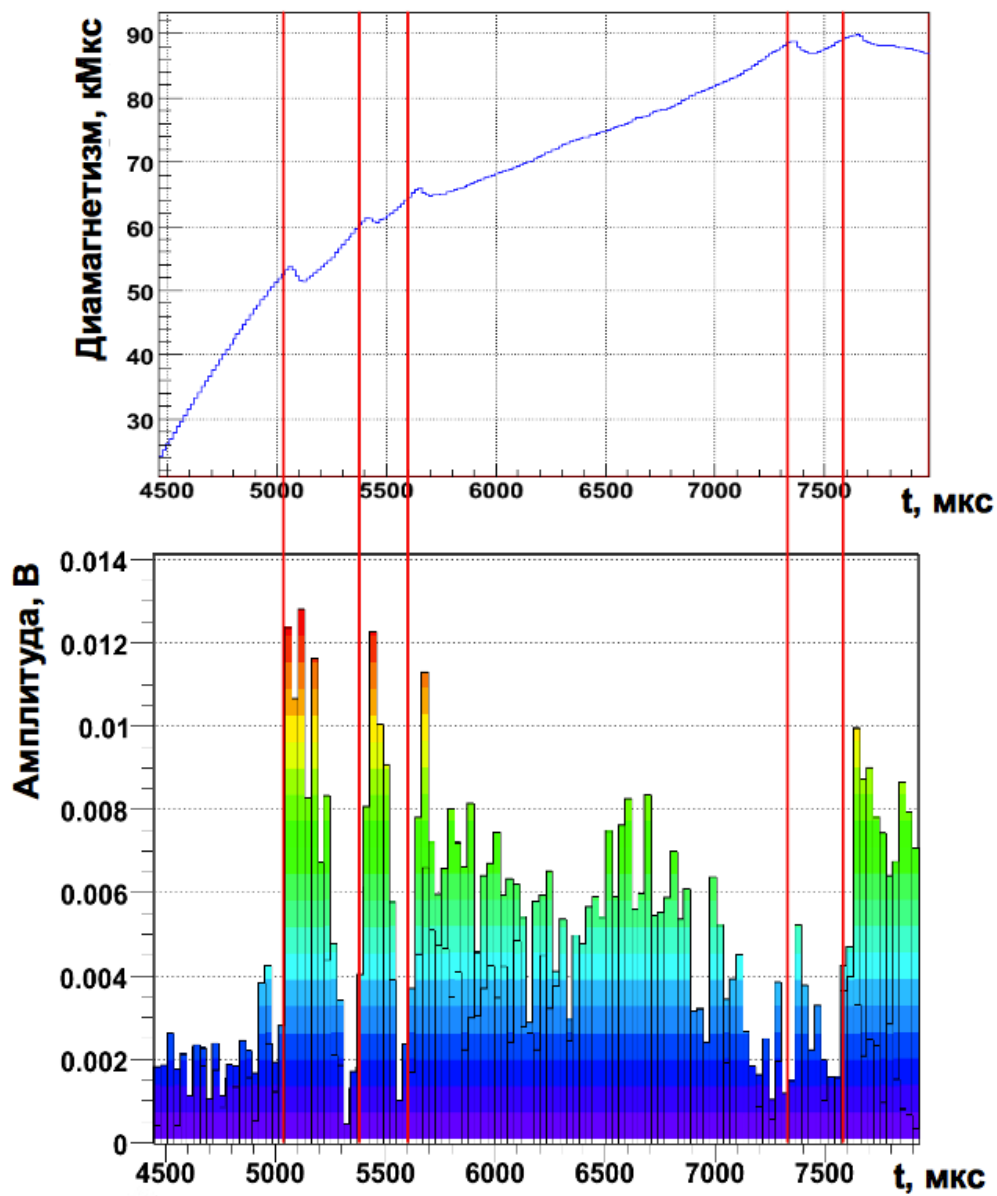


Рис. 8: Верхний график: диамagnetизм в точке остановки горячих частиц; нижний график: зависимость амплитуды колебаний на частоте  $f \approx 1.15$  МГц от времени

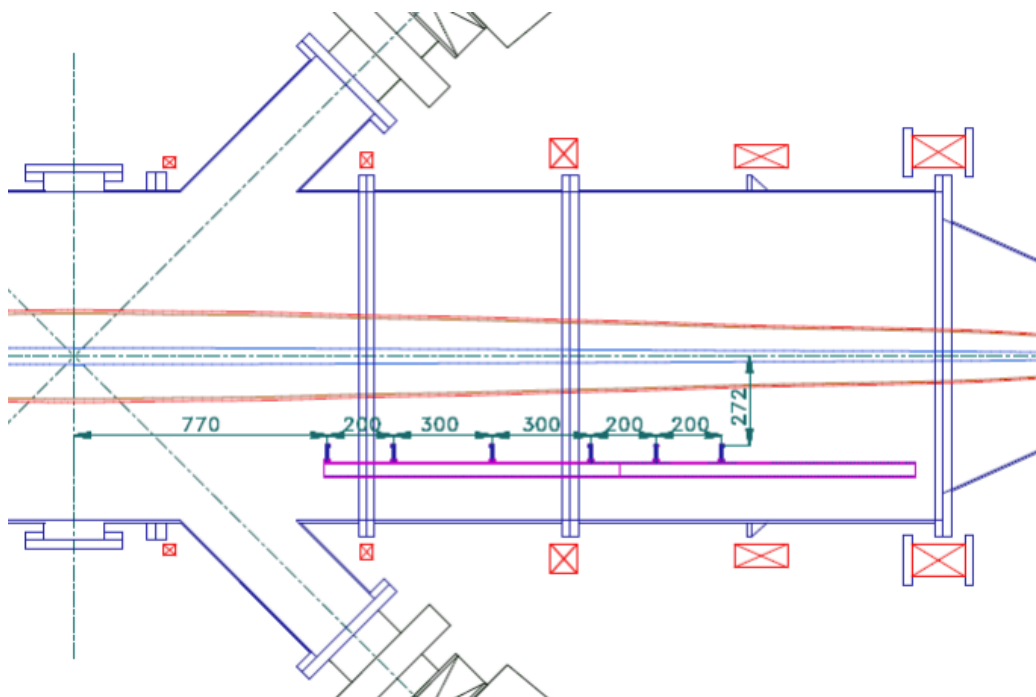


Рис. 9: Схема размещения высокочастотных датчиков (размеры в мм)

сигнала с высокочастотного датчика, располагавшегося там же, было выяснено, что каждый раз, когда на диамагнитном сигнале наблюдается провал, датчик регистрирует развитие колебаний на частоте порядка ионно-циклотронной ( $f \approx 1.15$  МГц, см. рис. 8, нижний график). Было высказано предположение, что возбуждается альфвеновская ионно-циклотронная неустойчивость. С целью проверки этой гипотезы было решено произвести модернизацию и дополнить линейку низкочастотных зондов набором высокочастотных.

Зная частоту и альфвеновскую скорость, мы можем оценить длину волны возбуждаемых колебаний. Для точки остановки горячих ионов при  $B = 7$  кГс и  $n_i = 2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> получаем, что  $v_A \approx 3 \cdot 10^8$  см/с. При зарегистрированной частоте это соответствует длине волны порядка 100 см. С учётом этой оценки, высокочастотные (ВЧ) датчики было решено разместить с шагом 20-30 см на длине чуть более одного метра (схема размещения ВЧ-зондов представлена на рис. 9).

Всего было установлено 6 ВЧ датчиков, каждый из которых состоит из трёх витков диаметром примерно 1 см. Каждый виток измеряет производную соответствующей ему компоненты магнитного поля: радиальной, продольной или азимутальной. Чувствительность ВЧ-датчиков почти не изменяется в диапазоне до 7 МГц и примерно равна  $5 \cdot 10^{-4}$  В/(Тл·Гц). Для записи сигналов используются четырёхканальные осциллографы, ввиду чего возможен одновременный корреляционный анализ максимум четырёх сигналов. Помимо добавления высокочастотных зондов также было увеличено количество низкочастотных датчиков и длина самой линейной сборки. Причиной тому была необходимость в изучении динамики профиля радиального магнитного поля плазмы в более широком диапазоне по продольной координате. Таким образом, общее количество зондов Мирнова, задействованных в магнитной диагностике, составляет 34 шт. Общий вид модернизированной магнитной диагностики представлен на рис. 10.



Рис. 10: Продольная и круговая сборки магнитных зондов

## 4 Альфвеновская ионно-циклотронная неустойчивость

### 4.1 Теория АИС-неустойчивости

Альфвеновская ионно-циклотронная (АИС) неустойчивость относится к электромагнитному типу неустойчивостей, причём возбуждаемая волна распространяется вдоль силовых линий магнитного поля. Характерными условиями развития АИС-неустойчивости являются достаточно высокая степень анизотропии (отношение средней перпендикулярной и продольной энергий ионов) и  $\beta$  (отношение давления плазмы к давлению магнитного поля). В одной из первых статей [2], посвященных изучению неустойчивости плазмы с анизотропным распределением скоростей, было показано, что даже при слабой анизотропии температур  $\frac{|T_{\perp} - T_{\parallel}|}{T_{\parallel}} \ll 1$  возможно развитие неустойчивости, вызываемой частицами, находящимися в “хвосте” распределения по скоростям и попадающими в циклотронный резонанс с волной возмущения. Там же продемонстрировано, что при  $T_{\perp} > T_{\parallel}$  (что отвечает характеру функции распределения горячих ионов в ГДЛ) раскачивается волна, вектор поляризации которой вращается в направлении вращения ионов.

Впервые в лабораторной плазме АИС-неустойчивость была зарегистрирована на установке ТМХ [3]. В описываемых экспериментах неустойчивость возбуждалась в концевых ячейках ТМХ, куда велась почти перпендикулярная по отношению к силовым линиям магнитного поля инжекция атомарных пучков. В статье [4] обсуждается возможность развития АИС-неустойчивости при наклонной инжекции, что подтвердилось экспериментально на установке ТМХ-У. Неустойчивость возбуждалась в центральной ячейке, средний угол инжекции был равен  $65^{\circ}$ .

Наиболее корректным для ГДЛ образом анализ АИС-неустойчивости проведён в работе [5]. Отличительной чертой данной работы от множества других подобных теоретических рассмотрений является то, что од-



новременно с использованием функции распределения, хорошо аппроксимирующей реальную, учитывается ограниченность размера плазмы в поперечном направлении. В свою очередь, учёт конечности поперечного размера плазменного столба даёт существенный вклад при расчётах порогового значения относительного давления плазмы ( $\beta_{\perp}$ ). Приведём ниже основные результаты данной работы.

Резонансное взаимодействие альфвеновской волны и ионов плазмы определяется выполнением условия

$$\omega - \Omega_{ci} = k_{\parallel} v_{\parallel res}, \quad (1)$$

где  $\omega$  и  $k_{\parallel}$ , соответственно, частота и продольный волновой вектор возбуждаемой волны,  $\Omega_{ci}$  – циклотронная частота ионов, посчитанная по реальному магнитному полю, а  $v_{\parallel res}$  – продольная скорость резонансных частиц. Также из теоретического рассмотрения следует, что для ловушек с наклонной инжекцией интегральный дестабилизирующий вклад в развитие неустойчивости вносят частицы, продольная скорость которых

$$v_{\parallel res} \gtrsim v_{\parallel inj}. \quad (2)$$

Порог возникновения АИС-неустойчивости для близкого к параметрам ГДЛ случая (начальный угловой разброс частиц –  $5^{\circ}$ , равенство плотностей горячих и тёплых ионов) представлен на рис. 11. По оси абсцисс отложено отношение радиуса плазменного столба к ларморовскому радиусу инжектируемых частиц.

## 4.2 Результаты измерений

На рис. 12 представлены спектры сигналов с каналов, соответствующих производным  $B_r$  (красная линия) и  $B_{\phi}$  (синяя линия) с ближайшего к центральной плоскости датчика в момент развития неустойчивости. На спектре виден отчётливый пик на частоте  $f \approx 1.15$  МГц. Из разности фаз этих сигналов, примерно равной  $\pi/2$ , следует, что регистрируемая волна имеет эллиптическую поляризацию. Также было установлено, что

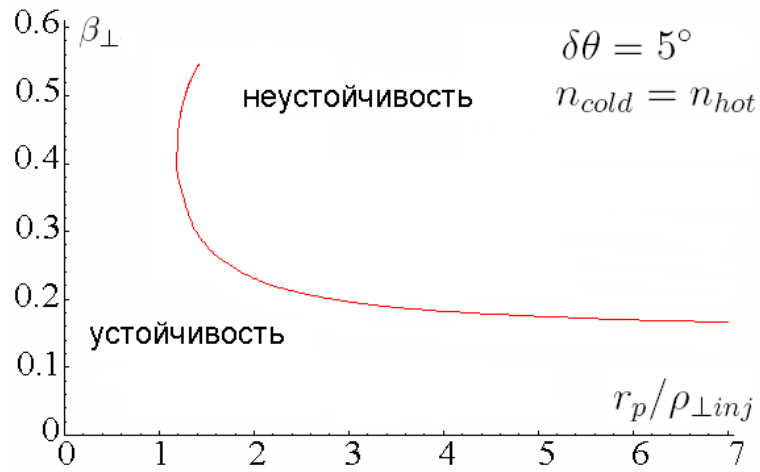


Рис. 11: Теоретический порог возникновения AIC-неустойчивости

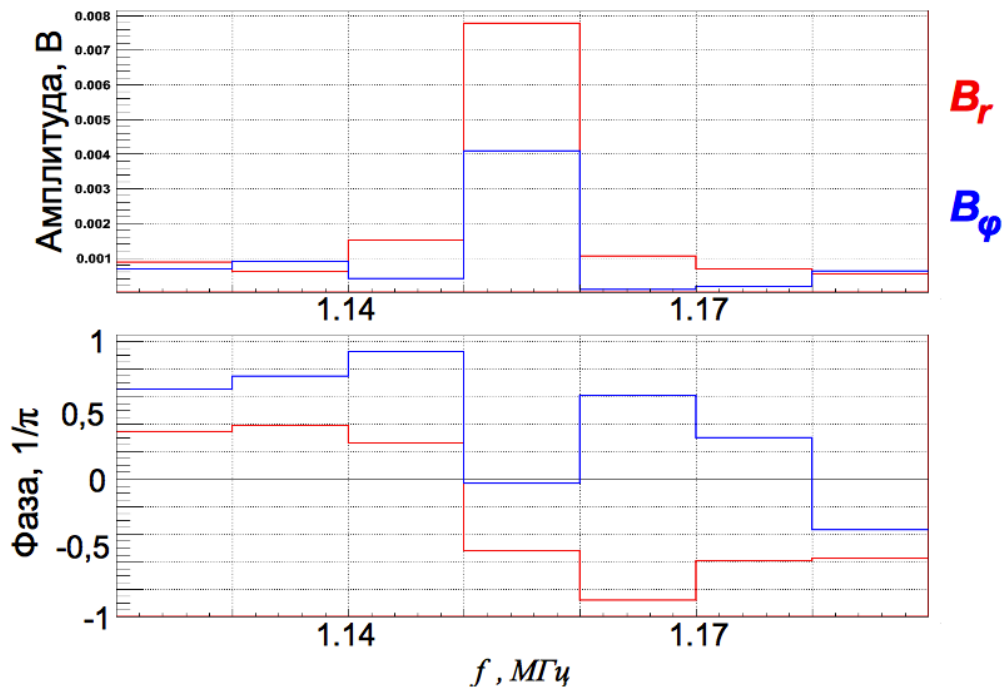


Рис. 12: Спектры сигналов с ближайшего к центральной плоскости ВЧ-датчика в момент развития неустойчивости

направление вращения вектора поляризации совпадает с направлением вращения ионов.

В серии экспериментов по разности фаз сигналов, соответствующих одинаковым компонентам поля, вычислялась величина  $k_{\parallel}$ . На основании этих данных было получено, что продольная длина волны на расстоянии около 80 см от центральной плоскости равна  $\lambda_{\parallel} \approx 108$  см. Из этих же данных следует, что волна распространяется от центральной плоскости установки в сторону пробки, откуда можно сделать вывод, что генерация колебаний происходит в области инжекции атомарных пучков.

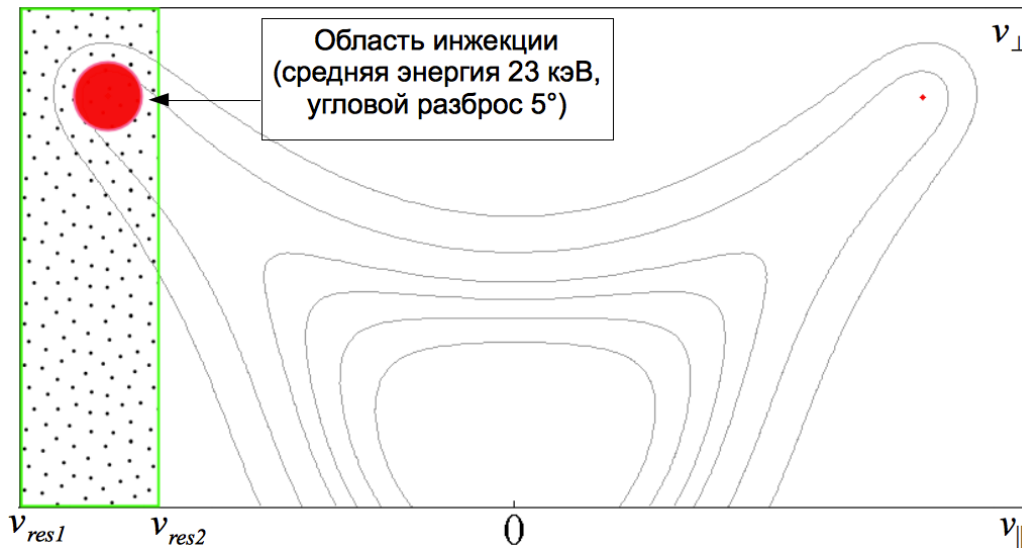


Рис. 13: Оценки продольной скорости резонансных частиц

Измеряя частоту и  $k_{\parallel}$ , в принципе, из условия (1) можно вычислить продольную скорость резонансных частиц и проверить утверждение (2). Однако, мы не знаем, где точно происходит генерация волны и измерениями  $\frac{\Delta B}{B_0}$  в центральной части установки, для точного расчёта  $\Omega_{ci}$ , мы пока не располагаем. Тем не менее, сделаем две предельные оценки для выявления области, в которой находятся резонансные частицы. При вычислении  $v_{res1}$  будем использовать вакуумное магнитное поле  $B_0 = 3$  кГс. Во втором случае воспользуемся измерениями профиля  $\frac{\Delta B}{B_0}$  в рай-

оне точки остановки и будем считать, что он совпадает с профилем в центре. Максимальное значение  $\beta$  на момент развития неустойчивости составило 0.28, откуда и была получена  $v_{res2}$ . Результаты оценок схематично показаны на рис. 13. Из данной схемы видно, что оцененный из эксперимента диапазон полностью перекрывает предсказанную теоретически область, т.е. и область инжекции (показана в виде диска), и область более высоких скоростей. Кривыми на данном рисунке обозначены линии уровня функции распределения быстрых частиц, посчитанные в работе [5].

На основании перечисленных выше результатов можно утверждать, что при диамагнетизме выше некоторого в установке ГДЛ действительно происходит возбуждение АИС-неустойчивости. Отметим, что данный вид неустойчивости впервые зарегистрирован при инжекции атомарных пучков под углом  $45^\circ$ .

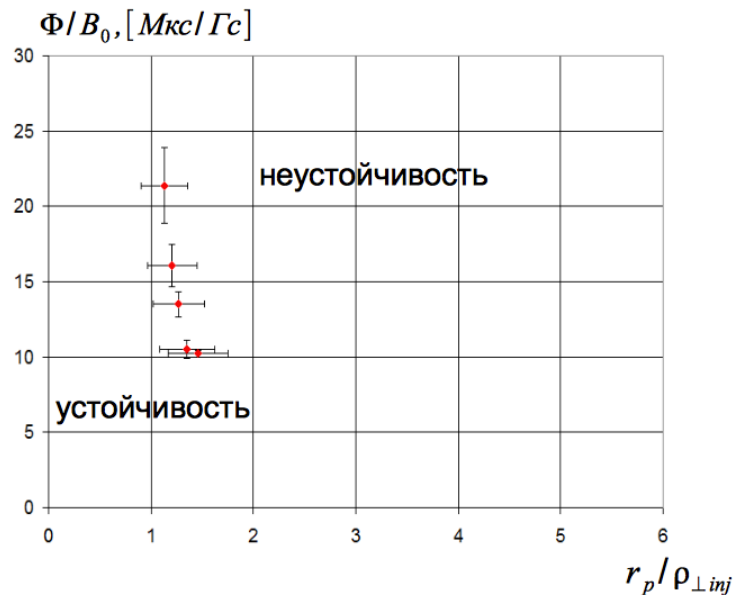


Рис. 14: Экспериментальный порог возникновения АИС-неустойчивости

Специальная серия экспериментов была проведена для изучения зависимости порогового (т.е. отвечающего началу развития неустойчивости) значения диамагнетизма  $\Phi$  от вакуумного магнитного поля  $B_0$  в

области генерации волны. Результаты представлены на рис. 14. Данный график построен в предположении, что радиус плазмы не зависит от магнитного поля, жестко задаётся положением лимитеров и равен 10 см. Учитывая, что при малых  $\Delta B$  относительное давление плазмы  $\beta$  пропорционально отношению  $\frac{\Phi}{B_0}$  и сравнивая графики 11 и 14, видим схожую тенденцию в интервале от 1 до 2 к уменьшению порогового значения. Т.е. можно говорить о качественном совпадении теории и эксперимента.

В моменты развития АИС-неустойчивости, соответствующие характерным провалам на диамагнитном сигнале (см. рис. 8), также были замечены достаточно быстрые изменения в профиле радиального магнитного поля плазмы, восстановленного при помощи данных с линейной сборки. Динамика изменения профиля поля в выстреле с неустойчивостью (дейтериевая плазма) приведена на рис. 15. Начальный момент времени на графике (4 мс) соответствует включению инжекторов, по оси ординат отложено расстояние, отсчитываемое от центрального сечения установки. Сами датчики нарисованы в масштабе в виде дисков. Величина радиального магнитного поля показана цветом. Видно, что примерно в 5.7, 6.7 и 8.1 мс за время порядка 100 мкс происходит уменьшение максимального значения поля, а сам профиль уширяется. Более наглядно это видно из рис. 16, на котором построены два профиля радиального магнитного поля: непосредственно перед началом неустойчивости (в 6.7 мс) и 100 мкс спустя (в 6.8 мс). Из этого графика видно, что максимум поля становится меньше на величину порядка 10%.

### 4.3 Обсуждение результатов

Попытаемся найти качественное объяснение наблюдаемому в эксперименте резкому изменению профиля радиального магнитного поля плазмы при развитии АИС-неустойчивости (см. рис. 16). Основной вклад в создаваемое плазмой поле дают горячие ионы, функция распределения которых, судя по всему, изменяется при их взаимодействии с возбуж-

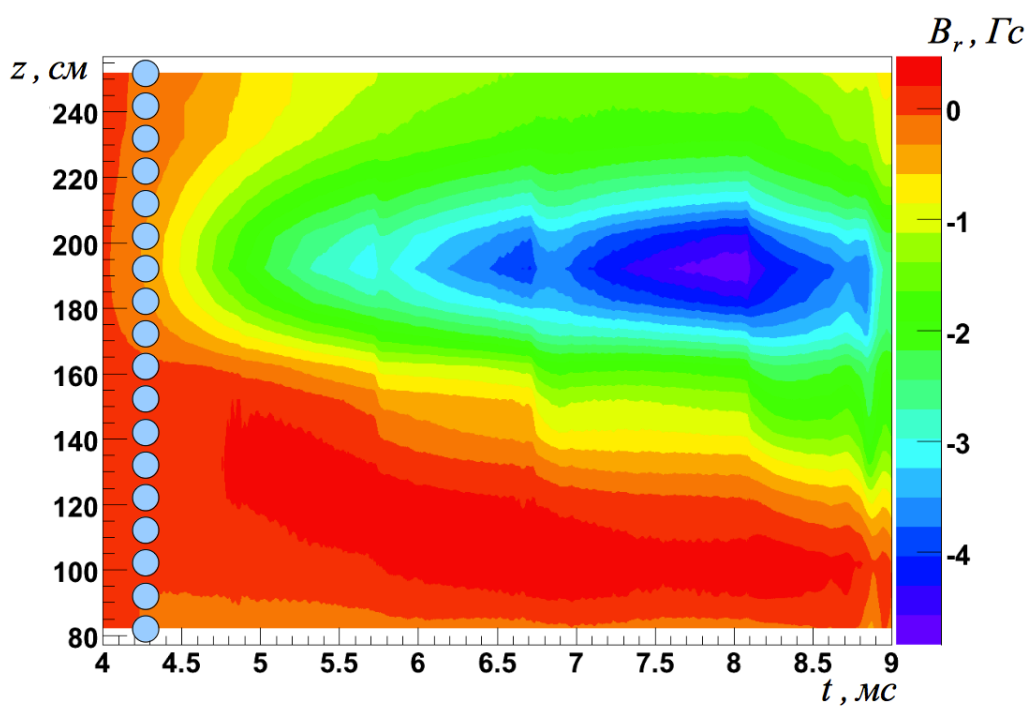


Рис. 15: Динамика изменения профиля радиального магнитного поля в выстреле с неустойчивостью

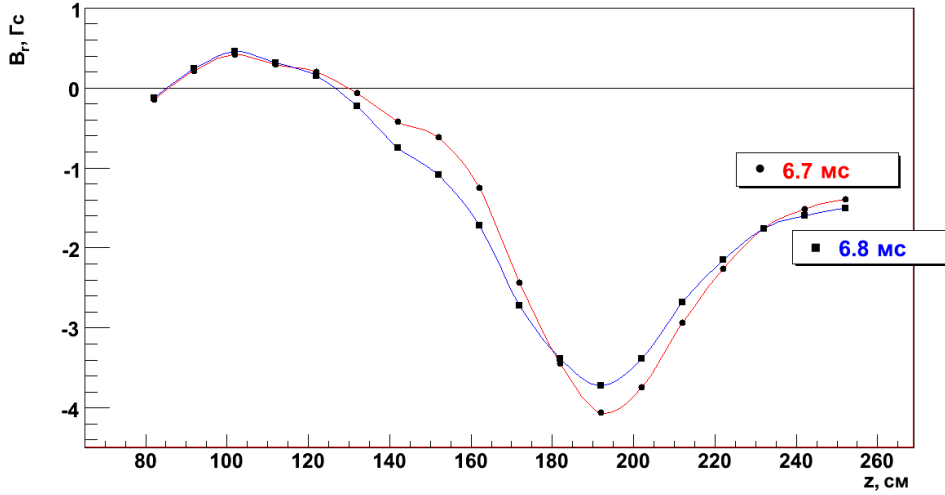


Рис. 16: Профиль радиального магнитного поля непосредственно перед и через 100 мкс после начала развития неустойчивости

даемой неустойчивостью волной. Так как расстояние от оси плазменного столба до продольной сборки магнитных зондов составляет порядка  $r_{assemble} = 30$  см, а средний радиус плазмы напротив сборки – порядка 10 см, то в общем случае при расчётах радиального магнитного поля на расстоянии  $r = r_{assemble}$  нельзя пренебрегать поперечным размером плазмы. В разделе 4.3.1 вычислено создаваемое плазмой поле с учётом размеров области, в которой распределены ларморовские центры быстрых частиц, но взята упрощённая функция распределения. В разделе 4.3.2 для вычислений используется близкая к реальной функция распределения, но поперечный размер плазмы не учитывается.

### 4.3.1 Моноэнергетичная функция распределения

Покажем, что учёт поперечного размера плазмы практически не влияет на профиль радиального магнитного поля в месте расположения продольной сборки магнитных зондов. Для этого достаточно будет рассмотреть профиль поля, создаваемый частицами с энергией инжекции

( $E_0 \approx 23$  кэВ), так как их ларморовский радиус максимален.

Возьмём моноэнергетичную функцию распределения с изотропным угловым разбросом в интервале  $(\theta_F - \Delta\theta_F, \theta_F + \Delta\theta_F)$  в пространстве скоростей. Популяция таких частиц соответствует частицам реальной функции распределения, обладающих максимальной энергией (энергией инжекции). В свою очередь,  $\theta_F$  задаёт угол инжекции, а  $\Delta\theta_F$  – начальный угловой разброс, обусловленный, главным образом, геометрией ионно-оптической системы инжекторов. Будем также считать, что в результате перезарядки атомарных пучков на мишенной компоненте плазмы центры ларморовских окружностей захваченных быстрых частиц однородно распределяются по диску, радиус которого в центральном сечении установки равен  $\Delta r_0$ .

Зададим цилиндрическую систему координат. Пусть ось  $z$  направлена вдоль оси столба плазмы, а точка  $(0,0)$  соответствует центру диска ларморовских центров в центральном сечении ГДЛ. Тогда модельная функция распределения ларморовских центров частиц при  $z = 0$  задаётся следующей формулой

$$f_{c0}(r_0, \theta_0, E) = \frac{1 - H(r_0 - \Delta r_0)}{\pi (\Delta r_0)^2} \times \\ \times \frac{H(\theta_0 - (\theta_F - \Delta\theta_F)) - H(\theta_0 - (\theta_F + \Delta\theta_F))}{\pi \left(\frac{2}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_0} (\cos(\theta_F - \Delta\theta_F) - \cos(\theta_F + \Delta\theta_F))} \delta(E - E_0),$$

где  $H$  – функция Хевисайда, а нормировочный коэффициент получен из условия

$$\int f_{c0} dS_0 d^3v_0 = 1.$$

Для численного расчёта профиля радиального магнитного поля найдём зависимость плотности азимутального тока, создаваемого частицами, от координат.

Пусть  $\rho_L(z)$  – ларморовский радиус. Тогда плотность тока в произвольной точке  $\vec{\xi} = (r, \phi, z)$  будет задаваться интегралом от произведения плотности ларморовских центров и поперечной скорости частиц по



окружности радиуса  $\rho_L$ , центр которой отстоит на расстояние  $r$  от оси, т.е.

$$j_\phi(r, z) = 2 \frac{eN_0}{\pi} \int d^3v \int_0^\pi d\alpha f_c(\sqrt{r^2 - 2r\rho_L \cos \alpha + \rho_L^2}, z, E, \theta) v_\perp(z, \theta) \cos \alpha,$$

где  $N_0$  - количество частиц на единицу длины в центральной плоскости, а угол  $\alpha$  отсчитывается между ларморовским радиусом  $\vec{\rho}_L$  и направлением  $\vec{e}_r$ .

Пользуясь теоремой Лиувилля о сохранении фазового объёма, мы можем перейти к интегрированию по функции распределения ларморовских центров в центральной плоскости

$$f_c d^3v = f_{c0} d^3v_0 \frac{d^3\xi_0}{d^3\xi}. \quad (3)$$

Локальное пробочное отношение обозначим  $b(z) = \frac{B(z)}{B_0}$ . Тогда из сохранения магнитного потока:

$$\frac{dS_0}{dS} = \frac{B}{B_0} = b.$$

Таким образом, получаем

$$\frac{d^3\xi_0}{d^3\xi} = \frac{dS_0}{dS} \frac{dz_0}{dz} = b \frac{v_{\parallel 0} dt}{v_{\parallel} dt} = b \frac{v \cos \theta_0}{v_{\parallel}}.$$

Предполагая, что быстрые частицы удерживаются в адиабатическом режиме, используя инвариантность магнитного момента, находим, что поперечная компонента скорости равна  $v_\perp = v \sin \theta_0 \sqrt{b}$ , откуда следует

$$\frac{d^3\xi_0}{d^3\xi} = \frac{b |\cos \theta_0|}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}}. \quad (4)$$

Подставляем (3) и (4) в выражение для плотности тока

$$j_\phi(r, z) = 2 \frac{eN_0}{\pi} \int d^3v_0 \int_0^\pi d\alpha \frac{b^{\frac{3}{2}} v \sin \theta_0 |\cos \theta_0| \cos \alpha}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}} \times \\ \times f_{\alpha 0} \left( \sqrt{br^2 - 2\sqrt{br} \frac{v \sin \theta_0}{\omega_0} \cos \alpha + \frac{v^2 \sin^2 \theta_0}{\omega_0^2}}, E, \theta_0 \right). \quad (5)$$

Введём для удобства несколько обозначений:

$$R(r, z, E, \theta_0, \alpha) = \sqrt{br^2 - 2\sqrt{br} \frac{v \sin \theta_0}{\omega_0} \cos \alpha + \frac{v^2 \sin^2 \theta_0}{\omega_0^2}}, \\ R_0 = R(r, z, E = E_0, \theta_0, \alpha), \quad \theta_1 = \theta_F - \Delta\theta_F, \quad \theta_2 = \theta_F + \Delta\theta_F, \\ \frac{j_0}{\kappa} = 2 \frac{eN_0}{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(\pi \Delta r_0)^2} \sqrt{\frac{2E_0}{m}}, \quad \theta_{\max}(z) = \arcsin \frac{1}{\sqrt{b}}. \quad (6)$$

Интегрируя (5) по энергии, с учётом обозначений (6), получаем

$$j_\phi(r, z) = \frac{j_0}{\kappa} \int_0^{\theta_{\max}} d\theta_0 \int_0^\pi d\alpha \cos \alpha \frac{b^{\frac{3}{2}} \sin^2 \theta_0 |\cos \theta_0|}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}} (1 - H(R_0 - \Delta r_0)) \times \\ \times (H(\theta_0 - \theta_1) - H(\theta_0 - \theta_2)) = \frac{j_0}{\kappa} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta_0 M(r, z, \theta_0) H(\theta_{\max} - \theta_0) \times \\ \times \frac{b^{\frac{3}{2}} \sin^2 \theta_0 |\cos \theta_0|}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}},$$

где

$$M(r, z, \theta_0) = - \int_0^\pi d\alpha H(R_0 - \Delta r_0) \cos \alpha. \quad (7)$$

Удобно сделать замену  $t = \sin \theta_0$ , тогда окончательно плотность тока запишется в виде

$$j_\phi(r, z) = \frac{j_0}{\kappa} \int_{\sin \theta_1}^{\sin \theta_2} dt M(r, z, t) H(\sin \theta_{\max} - t) \frac{b^{\frac{3}{2}} t^2}{\sqrt{1 - bt^2}}. \quad (8)$$

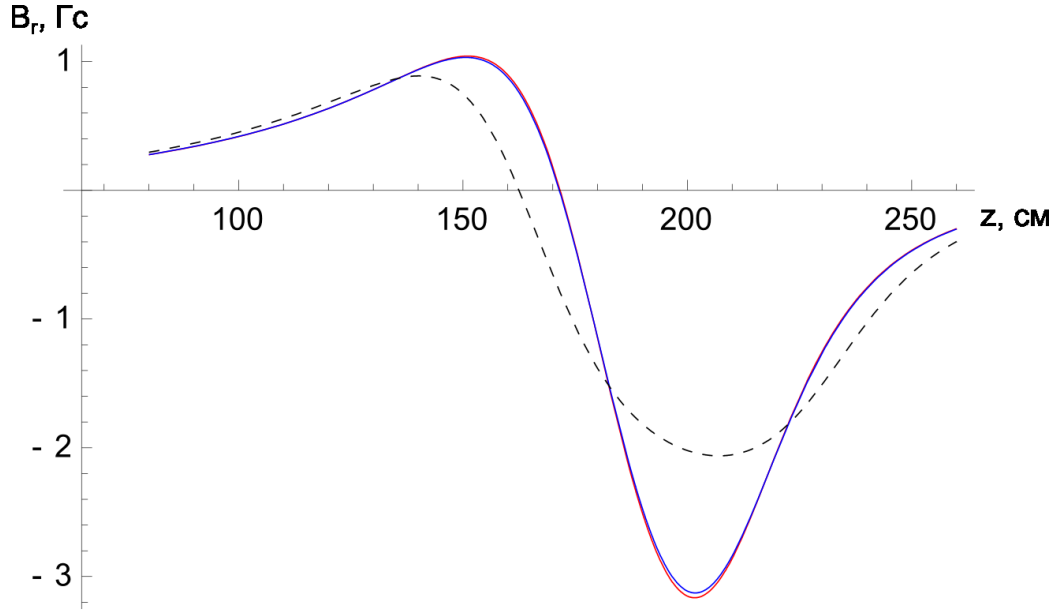


Рис. 17: Расчётный профиль радиального магнитного поля:  $\Delta r_0 = 8$  см,  $\Delta\theta_F = 2.5^\circ$  – красная сплошная кривая;  $\Delta r_0 = 1$  см,  $\Delta\theta_F = 2.5^\circ$  – синяя сплошная кривая;  $\Delta r_0 = 8$  см,  $\Delta\theta_F = 5^\circ$  – чёрная пунктирная кривая

Заметим, что интеграл (7) достаточно просто вычислить аналитически.

Из уравнения  $R_0 = \Delta r_0$  следует условие на нижний предел

$$\alpha_{\min} = \arccos \frac{br^2 + \frac{v_0^2 t^2}{\omega_0^2} - (\Delta r_0)^2}{2\sqrt{b}r \frac{v_0 t}{\omega_0}} = \arccos x(r, z, t),$$

откуда

$$M(r, z, t) = \begin{cases} 0, & \Delta r_0 \leq \left| \sqrt{b}r - \frac{v_0 t}{\omega_0} \right|; \\ \sqrt{1 - x^2}, & \left| \sqrt{b}r - \frac{v_0 t}{\omega_0} \right| < \Delta r_0 < \sqrt{b}r + \frac{v_0 t}{\omega_0}; \\ 0, & \Delta r_0 \geq \sqrt{b}r + \frac{v_0 t}{\omega_0}. \end{cases}$$

Профиль радиального магнитного поля тока (8) вычислялся численно по закону Био-Савара-Лапласа при  $r = 30$  см, что примерно равно

радиальной координате продольной сборки низкочастотных магнитных зондов  $r_{assembly}$ . Исходя из ширины профиля  $\frac{\Delta B}{B_0}$ , измеряемого на ГДЛ при помощи MSE-диагностики, величина  $\Delta r_0$  составляет порядка 8 см. Начальный угловой разброс инжектированных частиц  $\Delta\theta_F = 2,5^\circ$  (см. рис. 17, красная сплошная кривая). При  $\Delta r_0 = 1$  см (см. рис. 17, синяя сплошная кривая) профиль практически совпадает с предыдущим – максимальное значение поля уменьшается на величину порядка 1%. Таким образом, учёт поперечного размера области, в которой распределены ларморовские центры частиц, в нашем случае не играет существенной роли и в более сложных расчётах им можно пренебречь.

Кроме того, было показано, что максимальное значение  $B_r$  уменьшается на 30% при увеличении  $\Delta\theta_F$  в два раза (см. рис. 17, чёрная пунктирная кривая). Поэтому можно предположить, что резкое изменение профиля радиального магнитного поля при развитии АИС-неустойчивости (см. рис. 16) вызвано небольшим увеличением угловой ширины функции распределения  $u$  доли частиц. Логично считать что рассеиваются именно резонансные частицы ответственные за развитие неустойчивости, т.к. они наиболее эффективно взаимодействуют в возбуждаемой в плазме волной.

#### 4.3.2 Стационарная функция распределения быстрых частиц

В качестве приближения реальной функции распределения быстрых частиц мы будем использовать стационарное решение, вычисленное в работе [6]. За время рабочего импульса ГДЛ функция распределения горячих ионов лишь частично приближается к стационарной и её использование в наших вычислениях может показаться не совсем корректным. Не до конца “заполненной” остаётся та часть функции распределения, которая отвечает малым энергиям. С другой стороны, низкоэнергетичные частицы обладают достаточно большой степенью угловой изотропии и их учёт не приводит к качественному изменению формы профиля поля. Поэтому, в целях проверки нашей гипотезы о рассеянии резонансных частиц,

вполне подходит стационарная функция распределения.

Кратко напомним результаты работы [6]. Пусть  $v_F$  – начальная скорость инжектированных ионов, а  $\theta_K$  – граница конуса потерь. Критическая скорость инжектированных ионов, при которой времена их торможения на электронах и ионах холодной плазмы сравниваются, равна

$$v_c = \left[ \frac{3\sqrt{\pi} Z_i^2 n_i m_e}{4m_i n_e} \right]^{1/3} \left[ \frac{2T_e}{m_e} \right]^{1/2},$$

где  $Z_i$ ,  $m_i$  и  $n_i$ , соответственно, заряд, масса и плотность холодных ионов плазмы, а  $m_e$  и  $T_e$  – масса и температура электронов. С учётом введённых обозначений распределение быстрых частиц в пространстве скоростей при  $v_0 \leq v_F$  и  $\theta_K \leq \theta_0 \leq \pi - \theta_K$  задаётся функцией ( $u = v_0/v_F$  – безразмерная скорость):

$$f_{c0}(v_0, \theta_0) = \frac{1}{\varkappa} \frac{\exp \left[ - \int_u^1 du \tau_{Fe} \gamma^F \omega_{cx}^F \frac{u^2}{u^3 + u_c^3} \right]}{\sqrt{\pi} \sin \theta_F \delta \theta_F (u^3 + u_c^3)} \times \\ \times \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{\theta_0 - \theta_F}{\delta \theta_F} \right)^2 \right] - \exp \left[ - \left( \frac{\theta_0 + \theta_F - 2\theta_K}{\delta \theta_F} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[ - \left( \frac{\pi - \theta_0 - \theta_F}{\delta \theta_F} \right)^2 \right] - \exp \left[ - \left( \frac{\pi - \theta_0 + \theta_F - 2\theta_K}{\delta \theta_F} \right)^2 \right] \right\}, \quad (9)$$

где

$$\tau_{Fe} = \frac{3m_F T_e^{3/2}}{4\sqrt{2}\pi m_e Z_F^2 e^4 n_e \Lambda} \quad (10)$$

– время торможения иона с массой  $m_F$  и зарядом  $Z_F$  на электронах;  $\omega_{cx}^F$  – частота перезарядки быстрого иона на нейтралах;  $\gamma^F$  – геометрический фактор, равный доле возникающих в результате перезарядки нейтралов,

которые уходят из плазмы, не ионизировавшись вновь;  $\frac{1}{\varkappa}$  – нормировоч-

ный множитель;

$$\delta\theta_F = \Delta\theta_F \left( \frac{v_F^3}{v_c^3} \right)^{1/2} \left( \ln \frac{v_F^3 (v^3 + v_c^3)}{v^3 (v_F^3 + v_c^3)} \right)^{1/2},$$

$$\Delta\theta_F = \left( \frac{2v_\theta^3}{3v_F^3} \right)^{1/2},$$

$$v_\theta = \left[ \frac{3\sqrt{\pi}m_e (n_i Z_i^2 + n_F Z_F^2)}{4m_F n_e} \right]^{1/3} \left( \frac{2T_e}{m_e} \right)^{1/2}.$$

При  $\theta_0 \leq \theta_K$ ,  $\theta_0 \geq \pi - \theta_K$  функция распределения полагается равной нулю. Также  $f_{c0}(v_0, \theta_0) = 0$  при  $u > 1$ . Для простоты в дальнейшем будем считать, что частота перезарядки  $\omega_{cx}^F$  и геометрический фактор  $\gamma^F$  не зависят от скорости, тогда показатель экспоненты в (9) запишется как:

$$- \int_u^1 du \tau_{Fe} \gamma^F \omega_{cx}^F \frac{u^2}{u^3 + u_c^3} = \frac{\tau_{Fe} \gamma^F \omega_{cx}^F}{3} \ln \left| \frac{u^3 + u_c^3}{1 + u_c^3} \right|.$$

Опираясь на результаты предыдущего раздела (см. раздел 4.3.1 на стр. 28), вследствие незначительности поперечного размера при  $r \approx r_{assemble}$ , будем считать, что ларморовские центры всех частиц расположены на оси  $z$ , т.е.

$$f_c(r, z, v, \theta) = \frac{\delta(r)}{2\pi r} f_c(z, v, \theta).$$

Тогда плотность тока задаётся следующим интегралом

$$j_\phi(r, z) = eN_0 \int v \sin \theta \frac{\delta(r - \rho_L)}{2\pi \rho_L} f_c(z, v, \theta) d^3v.$$

Вычислять магнитное поле, создаваемое быстрыми частицами, будем че-

рез вектор-потенциал

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{\xi}') d^3 \xi'}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|},$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \vec{\nabla}_{\vec{\xi}} \times \int \frac{\vec{j}(\vec{\xi}') d^3 \xi'}{c |\vec{\xi} - \vec{\xi}'|} = \int \left[ \frac{\vec{j}(\vec{\xi}')}{c} \times \frac{\vec{\xi} - \vec{\xi}'}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^3} \right] d^3 \xi'.$$

Если  $r'$ ,  $\phi'$  (отсчитывается от  $\vec{e}_r$ ) и  $z'$  – переменные интегрирования, тогда плотность тока

$$\vec{j}(\vec{\xi}') = j_{\phi'}(r', z')(\vec{e}_{\phi} \cos \phi' - \vec{e}_r \sin \phi'),$$

а разность

$$\vec{\xi} - \vec{\xi}' = (r - r' \cos \phi')\vec{e}_r - r' \sin \phi' \vec{e}_{\phi} + (z - z')\vec{e}_z.$$

Таким образом, получаем, что интересующая нас компонента поля

$$B_r = \int \frac{j_{\phi'}(r', z')(z - z') \cos \phi'}{c |\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^3} d^3 \xi',$$

где

$$\frac{1}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^3} = (r^2 - 2rr' \cos \phi' + (r')^2 + (z - z')^2)^{-\frac{3}{2}}.$$

В силу того, что  $r' \leq \rho_{L \max}$ , а в нашем случае  $\rho_{L \max} \ll r$ , пренебрежем  $(r')^2$  по сравнению с  $r^2$  и разложим по малому параметру  $r'/r$

$$\frac{1}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^3} = \frac{1}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3rr' \cos \phi'}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{5}{2}}},$$

откуда

$$B_r = \frac{3\pi}{c} \int \frac{j_{\phi'}(r', z') r (r')^2 (z - z')}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{5}{2}}} dr' dz'.$$

Подставляя  $j_{\phi'}(r', z')$  и интегрируя по  $r'$ , в результате получаем

$$B_r = 3N_0 \int \frac{r(z - z') dz'}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{5}{2}}} \int f_c \frac{e}{2c} \rho_L v \sin \theta d^3 v. \quad (11)$$

Заметим, что выражение  $\frac{e}{2c} \rho_L v \sin \theta$  есть ни что иное, как магнитный момент  $\mu$ .

Вновь используя теорему Лиувилля, перейдём к интегрированию по функции распределения ларморовских центров в центральной плоскости. Единственным отличием этой процедуры от описанной в разделе 4.3.1 является то, что функция  $f_c$  в выражении (11) уже проинтегрирована по сечению плазменного столба, поэтому

$$f_c d^3v = f_{c0} d^3v_0 \frac{dz_0}{dz} = f_{c0} d^3v_0 \frac{|\cos \theta_0|}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}}$$

и

$$\begin{aligned} B_r &= 3N_0 \int \frac{r(z - z') dz'}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{5}{2}}} \int f_{c0} \mu_0 d^3v_0 \frac{|\cos \theta_0|}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}} = \\ &= \frac{3m\pi N_0}{B_0} \int \frac{r(z - z') dz'}{(r^2 + (z - z')^2)^{\frac{5}{2}}} \int f_{c0} v_0^4 dv_0 \frac{\sin^3 \theta_0 |\cos \theta_0| d\theta_0}{\sqrt{1 - b \sin^2 \theta_0}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Пусть  $t_{ins}$  – время начала развития неустойчивости. Из эксперимента следует, что характерное время изменения профиля радиального магнитного поля составляет порядка  $t_{shift} = 100$  мкс. При характерной температуре  $T_e \approx 100$  эВ и плотности  $n_e \approx 4 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> время торможения быстрого иона на электронах по формуле (10) составляет  $\tau_{Fe} \approx 2$  мс. Будем считать что резонанс узкий и рассеиваются только частицы с максимальной энергией ( $u = 1$ ). За время  $t_{shift}$  скорость рассеянных в момент времени  $t_{ins}$  частиц изменяется в  $m = \exp\left(-\frac{t_{shift}}{t_{Fe}}\right)$  раз. Положим, что в результате рассеяния угловая ширина частиц изменяется на фиксированный угол  $\delta\theta$ . Тогда угловая ширина функции распределения



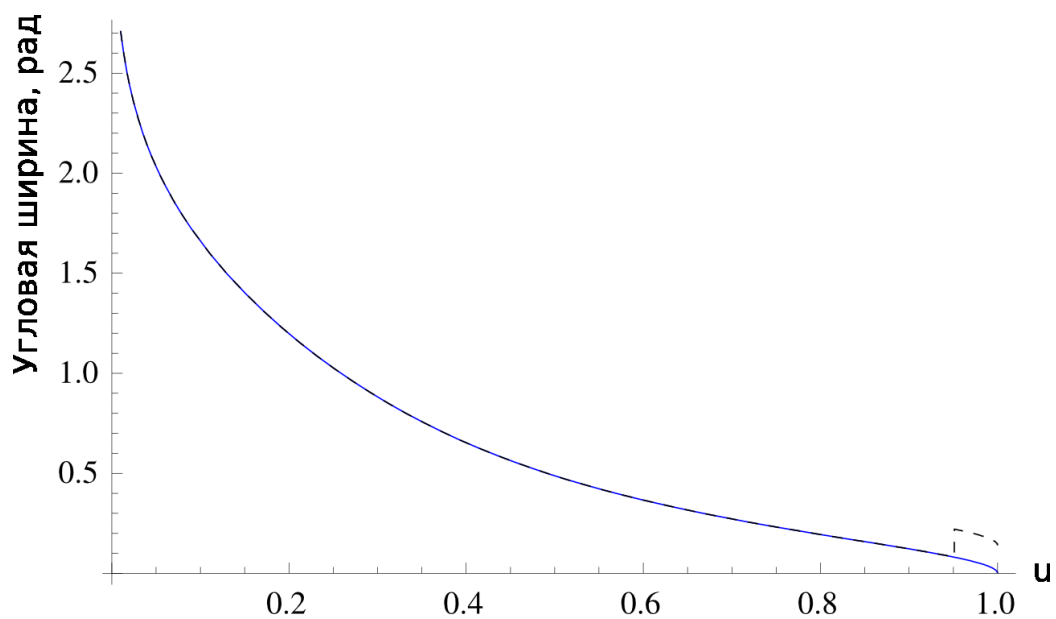


Рис. 18: Угловая ширина функции распределения до (сплошная кривая) и  $t_{shift}$  после (пунктирная кривая) начала развития неустойчивости

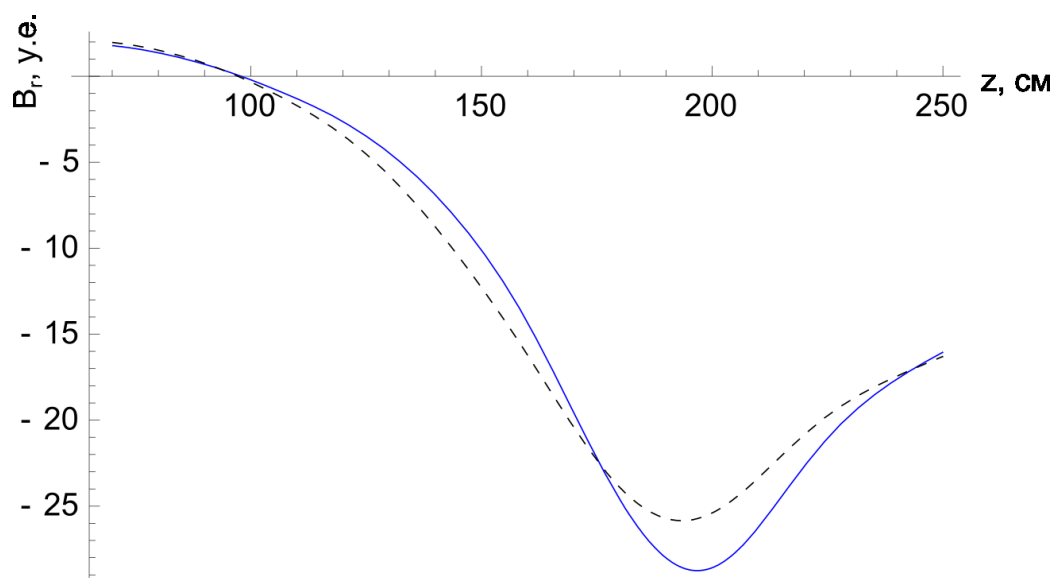


Рис. 19: Профиль радиального магнитного поля до (сплошная кривая) и  $t_{shift}$  после (пунктирная кривая) начала развития неустойчивости

в момент времени  $t_{ins} + t_{shift}$  будет равна

$$\delta\theta_F = \begin{cases} \Delta\theta_F \left( \frac{v_F^3}{v_c^3} \right)^{1/2} \left( \ln \frac{v_F^3 (v_0^3 + v_c^3)}{v_0^3 (v_F^3 + v_c^3)} \right)^{1/2}, & u < m; \\ \sqrt{(\Delta\theta_F)^2 \frac{v_F^3}{v_c^3} \ln \frac{v_F^3 (v_0^3 + v_c^3)}{v_0^3 (v_F^3 + v_c^3)} + (\delta\theta)^2}, & u \geq m. \end{cases}$$

Зависимость угловой ширины от скорости до и  $t_{shift}$  после начала развития неустойчивости при  $\delta\theta = 8^\circ$  приведена на рис. 18. Величина  $\delta\theta$  подбиралась таким образом, чтобы отношение максимумов на теоретических кривых профиля радиального магнитного поля совпало с полученным в эксперименте значением, т.е. было бы равно 10%.

Профили магнитного поля, рассчитанные по формуле (12) до и  $t_{shift}$  после начала развития неустойчивости представлены на рис. 19. Полученные результаты качественно совпадают с измерениями (см. рис. 16). Таким образом, можно сказать что наша гипотеза подтвердилась. Т.е. рассеяние резонансных частиц за время  $t_{shift}$  действительно приводит к уменьшению максимума и уширению профиля радиального магнитного поля, создаваемого быстрыми частицами.

## 5 Выводы

В результате проделанной работы:

- 1) был спроектирован, изготовлен, установлен и настроен комплекс магнитных диагностик на ГДЛ. Специально для него был написан ряд программ для визуализации и анализа получаемых экспериментальных данных;
- 2) изучена зависимость спектрального состава желобковых колебаний от времени в диапазоне до 100 кГц. Также выявлена зависимость спектральных характеристик от параметров эксперимента, проведено качественное сравнение с теорией вихревого удержания;
- 3) впервые зарегистрирована альфвеновская ионно-циклотронная неустойчивость в случае  $45^\circ$  атомарной инжекции по отношению к силовым линиям магнитного поля. Экспериментально установлен порог возникновения АИС-неустойчивости, показано качественное согласие с теорией;
- 4) проведён анализ динамики изменения профиля радиального магнитного поля, создаваемого горячими ионами. Сравнение теоретических расчётов и экспериментальных данных подтверждает качественно гипотезу о рассеянии резонансных частиц в момент возбуждения АИС-неустойчивости.

## Список литературы

- [1] *Beklemishev A.D., Bagryansky P.A., Chashin M.S., Soldatkina E.I.* Vortex confinement of plasma in symmetric mirror traps. — Fusion science and technology, Vol. 57, 2010.
- [2] *Сагдеев Р.З., Шафранов В.Д.* О неустойчивости плазмы с анизотропным распределением скоростей в магнитном поле. — Журнал экспериментальной и теоретической физики, Т. 39, Вып. 1(7), 1960.
- [3] *Casper T.A., Smith Gary R.* Observation of Alfvén ion-cyclotron fluctuations in the end-cell plasma in the Tandem Mirror Experiment. — Physical review letters, Vol. 48, No. 15, 1982.
- [4] *Smith Gary R., Nevins William McCay and Sharp William M.* Alfvén ion-cyclotron instability in tandem-mirror plasmas. — Phys. Fluids, Vol. 27, No. 8, 1984.
- [5] *Цидулко Ю.А., Черноштанов И.С.* Альфвеновская ионно-циклотронная неустойчивость в ловушке с наклонной инжекцией быстрых ионов. — Сборник тезисов 39 международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 2012.
- [6] *Котельников И.А., Рютов Д.Д., Цидулко Ю.А., Катмышев В.В., Комин А.В., Кривошеев В.М.* Математическая модель источника нейтронов на основе газодинамической ловушки. — Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 90-105. Новосибирск, 1990.