

УЧРЕЖДЕНИЕ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РАН
(ИЯФ СО РАН)

В.М. Петров, Н.В. Митянина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ
ВЧ СИСТЕМЫ НАКОПИТЕЛЯ СИБИРЬ-2,
ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ УСТОЙЧИВОСТЬ
ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ
ДЛЯ СИНФАЗНЫХ ДИПОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

ИЯФ 2010-6

НОВОСИБИРСК
2010

**Определение параметров ВЧ системы накопителя Сибирь-2,
обеспечивающих устойчивость продольного движения электронов
для синфазных дипольных колебаний**

В.М. Петров, Н.В. Митянина

Институт ядерной физики им.Будкера СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

В 2009 году заработала новая ВЧ система источника синхротронного излучения «Сибирь-2» (Курчатовский институт, Москва). «Сибирь-2» – синхротрон с жесткой фокусировкой. Максимальная энергия электронов в синхротроне, для которой проведены данные исследования, — 2.3 ГэВ. Электроны в синхротроне накапливаются при энергии 0.45 ГэВ. Максимальный ток электронов в синхротроне 300 мА. Показано, что параметры цепей обратной связи, стабилизирующих амплитуду (автоматическая регулировка усиления или АРУ) и фазу ускоряющих напряжений (автоподстройка фазы или АФ), и длины фидеров, по которым мощность от генераторов передается в резонаторы, существенно влияют на синфазные дипольные фазовые колебания. Определены параметры цепей обратной связи и длины фидеров, при которых не возникают синфазные дипольные колебания для токов до 0.3 А во всём диапазоне энергий.

© Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН

1. Модернизация ВЧ системы накопителя «Сибирь-2»

В Российском научном центре Курчатовский институт, г. Москва, работает накопитель «Сибирь-2» – специализированный источник синхротронного излучения (СИ) [1]. Накопитель имеет жесткую фокусировку и работает на энергии выше критической. В 2009 году закончилась модернизация ВЧ системы этого накопителя. Это изменение в ВЧ системе связано с тем, что первоначально установленные два ускоряющих резонатора выработали свой ресурс и своими отказами мешали работать. Было решено заменить два старых резонатора на три биметаллических резонатора [1]. Эти три новых резонатора имеют такое же суммарное шунтовое сопротивление, как и два старых. Кроме того, имелся большой задел для производства биметаллических резонаторов. Это последнее, пожалуй, являлось самым весомым аргументом в принятии такого решения в нынешней ситуации.

Первоначальная ВЧ система имела два генератора мощностью по 200 кВт, работающих на частоте 181.14 МГц (75-ая гармоника частоты обращения электронов в накопителе). От каждого генератора по фидеру подавалась мощность к одному из резонаторов. Длина каждого фидера около 20 м. В новой ВЧ системе к одному из фидеров подключен один резонатор, а к другому – два.

2. Необходимые максимальные напряжения на резонаторах

В ближайшее время на накопителе предполагается работать на энергии электронов 2.3 ГэВ. Радиационные потери электронов при этом 1.021 МэВ. Необходимое ускоряющее напряжение в этом режиме 1.5 МВ. Для того, чтобы определить, какие напряжения должны быть на резонаторах, чтобы обеспечить максимально возможный ток в накопителе, были исследованы следующие уравнения:

$$|U| = 1.5 \text{ МВ}, U_c = 1.021 \text{ МВ}, U_s = 1.091 \text{ МВ}, U = U_c + jU_s, \quad (1)$$

$$P = 200 \text{ кВт}, r = 4.309 \text{ Мом}, I_b = i_c + j \cdot 0, \quad (2)$$

$$U_n = U_{cn} + jU_{sn}, n = 1, 2,$$

$$\frac{U_{c1}^2 + U_{s1}^2}{2r} + \frac{i_c U_{c1}}{2} = P, \quad (3)$$

$$\frac{U_{c2}^2 + U_{s2}^2}{4r} + \frac{i_c U_{c2}}{2} = P, \quad (4)$$

$$U_{c1} + U_{c2} = U_c, \quad (5)$$

$$U_{s1} + U_{s2} = U_s, \quad (6)$$

где U – комплексная амплитуда ускоряющего напряжения для электронов на энергии 2,3 ГэВ, P – мощность генератора в каждом канале, r – шунтовое сопротивление ускоряющего резонатора, I_b – комплексная амплитуда семьдесят пятой гармоники тока пучка, U_1 – комплексная амплитуда ускоряющего напряжения на одном резонаторе первого канала ВЧ системы накопителя, U_2 – комплексная амплитуда ускоряющего напряжения на двух резонаторах второго канала ВЧ системы накопителя. ВЧ система настраивается так, что генераторы работают на активную нагрузку, и напряжение на каждом резонаторе второго канала равно $0.5U_2$ (3), (4).

Исследование уравнений (1) – (6) показало, что амплитуда семьдесят пятой гармоники тока электронов в накопителе достигает максимального значения $I_b = 0.602$ А при напряжении на резонаторе первого канала $U_1 = (4.845 \cdot 10^5 + j \cdot 4.805 \cdot 10^5)$ В и на двух резонаторах второго канала $U_2 = (5.365 \cdot 10^5 + j \cdot 6.095 \cdot 10^5)$ В. Ток электронов в накопителе i и амплитуда 75-ой гармоники этого тока связаны следующим соотношением:

$$|I_b| = a \times i, \quad (7)$$

где a – коэффициент 75-ой гармоники тока.

В накопителе продольные размеры электронных сгустков таковы, что $a \approx 2$, т.е. ток заряженных частиц в накопителе i может достигать 0.301 А. Этот ток можно получить, если генераторы работают на активную нагрузку.

3. Описание цепей обратной связи

Движение заряженных частиц в синхротроне происходит при вполне определенном ускоряющем ВЧ напряжении. Для этого в ВЧ системе применяют цепи ратной связи, которые стабилизируют амплитуду (автоматическая регулировка усиления, или АРУ) и фазу (фазовая автоподстройка, или ФА) ускоряющего напряжения. Для этого с датчика напряжения на ускоряющем резонаторе подаются напряжения на амплитудный и фазовый детекторы. Разность напряжения с выхода амплитудного детектора и опорного напряжения, которое, как правило, генерируется системой управления ускорителя, подается на амплитудный модулятор. Последний управляет мощностью ВЧ генератора так, чтобы

разность между опорным напряжением и напряжением с детектора стремилась к нулю, т.е. чтобы амплитуда ускоряющего напряжения на резонаторе была пропорциональна опорному напряжению (АРУ). На фазовый детектор, кроме напряжения с резонатора, подаётся ещё и высокочастотный опорный сигнал. С выхода фазового детектора напряжение, пропорциональное разности фаз опорного напряжения и напряжения резонатора, поступает на фазовый модулятор, который является частью генератора ВЧ мощности. Этот модулятор регулирует фазу тока генератора так, чтобы напряжение с выхода фазового детектора стремилось к нулю. Это – цепь автоподстройки фазы, или АФ.

Напряжения на ускоряющих резонаторах зависят от токов ВЧ генераторов и тока пучка. Если сгустки заряженных частиц совершают синфазные дипольные колебания, то это приводит к модуляции ускоряющего напряжения. В свою очередь модуляция ускоряющего напряжения влияет на фазовое движение сгустков (цепь обратной связи «пучок – резонатор», ПР) [2]. Кроме того, модуляция напряжения на резонаторе происходит из-за изменения токов генераторов цепями АРУ и ФА. Таким образом, резонаторы каждого канала охвачены параллельно тремя цепями обратной связи. На рис. 1 изображены звенья, образующие эти цепи обратной связи в первом и втором каналах:

- Г1 – выходной каскад генератора ВЧ мощности первого канала,
- Г11 – предвыходные каскады генератора ВЧ мощности первого канала,
- Ф1 – фидер между генератором и ускоряющим резонатором первого канала Р1,
- АМ – амплитудный модулятор,
- НЧА1 – низкочастотное звено АРУ первого канала,
- К2 – ключ для размыкания цепи АРУ,
- АД1 – амплитудный детектор первого канала,
- АД2 – амплитудный детектор второго канала
- ФМ – фазовый модулятор,
- НЧФ1 – низкочастотное звено ФА первого канала,
- К3 – ключ для размыкания цепи ФА,
- ФД1 – фазовый детектор первого канала,
- Г2 – выходной каскад генератора ВЧ мощности второго канала,
- Г12 – предвыходные каскады генератора ВЧ мощности первого канала,
- Ф2 – фидер второго канала,
- Р2, Р3 – ускоряющие резонаторы второго канала,
- НЧА2 – низкочастотное звено АРУ второго канала,
- НЧФ2 – низкочастотное звено ФА второго канала,

- ФД2 – фазовый детектор второго канала,
П – пучок (75-ая гармоника частоты обращения для тока заряженных частиц в ускорителе),
U_{гф} – напряжение входного ВЧ сигнала для первого и второго канала.

В первом канале разомкнутую цепь РП образуют звенья Р1, П, К1. Вторая разомкнутая цепь – АРУ – состоит из звеньев Р1, АД1, К2, НЧА1, АМ, Г11, Г1, Ф1. Третья разомкнутая цепь обратной связи – ФА – состоит из звеньев Р1, ФД1, К3, НЧФ1, ФМ, АМ, Г11, Г1, Ф1. Во втором канале первая цепь образована звеньями Р2–Р3, П, К1. Вторая цепь второго канала состоит из звеньев Р2–Р3, АД2, К2, НЧА2, АМ, Г12, Г2, Ф2. Звенья третьей цепи обратной связи во втором канале – Р2–Р3, ФД2, К3, НЧФ2, ФМ, АМ, Г12, Г2, Ф2.

4. Последовательность исследования устойчивости ВЧ системы и движения пучка

Определять влияние параметров ВЧ системы ускорителя на дипольные синфазные колебания сгустков заряженных частиц будем с помощью критерия Найквиста [3]. Для этого необходимо исследовать годографы коэффициентов усиления разомкнутых цепей обратной связи. Исследование возможно, если известно количество корней характеристических уравнений звеньев цепи обратной связи, располагающихся в правой комплексной полуплоскости. Однако, все звенья ВЧ системы устойчивы, т.е. не самовозбуждаются, т.е. их характеристические уравнения не имеют корней в правой комплексной полуплоскости. Исходя из выше сказанного, исследование будут проводиться в следующей последовательности. Сначала все цепи обратной связи будут разомкнуты, т.е. ключи К1, К2, К3 разомкнуты (рис. 1). И в этом состоянии ВЧ системы добиваются устойчивости цепи АРУ первого и второго канала. Для этого подбираются необходимые коэффициенты усиления от входа НЧА1 до выхода АД1 и от входа НЧА2 до выхода АД2. После этого замыкаются ключи К2, и подбираются коэффициенты усиления от входа НЧФ1 до выхода ФД1 и от входа НЧФ2 до выхода ФД2 так, чтобы эти коэффициенты усиления обеспечивали устойчивость при замыкании ключей К3. После того, как ключи К3 замкнутся, определяется коэффициент усиления от входа в резонаторы первого и второго канала до выходного сигнала от пучка. Если система неустойчива, изменяются коэффициенты передачи звеньев ВЧ системы, размыкаются все ключи и повторяются выше упомянутые процедуры. Следует отметить, что каждый шаг проверки на устойчивость проводится с устойчивыми звеньями в разомкнутой цепи обратной связи.

Выбранный порядок исследования на устойчивость соответствует порядку настройки ВЧ системы для работы с пучком.

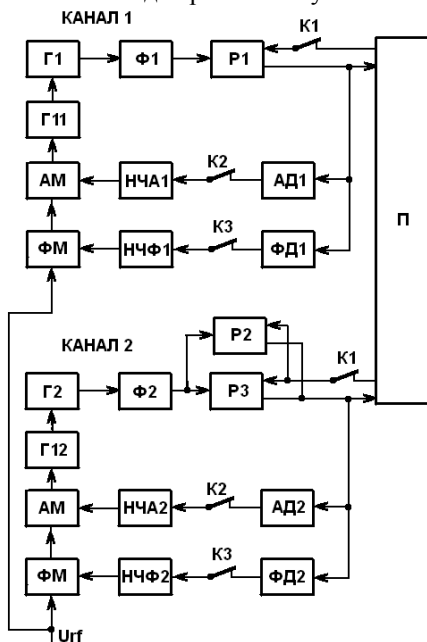


Рис. 1. Схема для цепей обратной связи «ВЧ система-пучок».

5. Определение коэффициентов передачи цепей обратной связи

Коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи на заданной частоте модуляции для первого канала, когда все ключи разомкнуты, – это отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе амплитудного детектора АД1 к комплексной амплитуде на входе НЧА1. Коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи на заданной частоте для первого канала, когда замкнут только ключ К2, – это отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе фазового детектора ФД1 к комплексной амплитуде на входе НЧФ1. Аналогично определяются в этих случаях и коэффициенты передачи во втором канале.

Коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи пучок – ВЧ система – пучок (замкнуты только ключи К2 и К3, рис. 1) определяются следующим образом. Входной сигнал – бесконечно малый индекс фазовой модуляции тока, комплексная амплитуда которого равна комплексной амплитуде семьдесят пятой гармоники тока пучка, развёрнутой на 180° (наведённый ток на резонаторы семьдесят пятой гармоникой тока пучка). Для определения выходного сигнала ускоряющее напряжение (сумма

комплексных амплитуд ускоряющих напряжений резонаторов) раскладывается на коллинеарную и ортогональную составляющую к комплексной амплитуде семьдесят пятой гармоники тока пучка. Выходной сигнал ВЧ системы, действующий на пучок (рис. 1), – индекс фазовой модуляции ортогональной составляющей комплексной амплитуды ускоряющего напряжения. Выходной сигнал разомкнутой цепи обратной связи – комплексная амплитуда вынужденных фазовых колебаний пучка, возбуждаемых фазовыми колебаниями ортогональной составляющей ускоряющего напряжения. Коэффициент передачи звена разомкнутой цепи обратной связи, образованного пучком, – это отношение комплексной амплитуды вынужденных фазовых колебаний пучка к комплексной амплитуде индекса фазовых колебаний ортогональной составляющей ускоряющего напряжения ($kb(f)$). Коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи – отношение комплексной амплитуды выходного сигнала к комплексной амплитуде входного для этой разомкнутой цепи ($kso(f)$). Если эта цепь обратной связи оказывается устойчивой, то резонансная кривая для дипольных синфазных колебаний сгустков определится как [4]

$$fib(f) = \frac{kb(f)}{1 - kso(f)}, \quad (8)$$

где f – частота модуляции.

По этой кривой можно определить резонансные частоты и затухания когерентных синхротронных колебаний. Расчёты показали, что сгустки заряженных частиц и ускоряющие резонаторы ведут себя, как связанные осцилляторы. Наибольшая связь между этими осцилляторами происходит, когда собственная частота резонатора отличается от частоты ускоряющего напряжения на частоту синхротронных колебаний бесконечно малого тока заряженных частиц. При достаточно большой связи резонансная кривая становится многогорбой, т.е. у фазовых когерентных колебаний появляются несколько резонансных частот (рис. 4.1 – 4.3, 5.1 – 5.3в).

6. Основные параметры накопителя и ВЧ системы

Для дальнейших расчетов используются данные из таблицы 1. Определим параметры эквивалентной схемы «выходной резонансный контур генератора ВЧ мощности – фидер – ускоряющий резонатор» для первого и второго канала (рис. 2). Параметры эквивалентных схем определяются из того, что при энергии электронов $E_0 = 2,3 \cdot 10^9$ эВ и токе электронов 0.3 А фидер согласован, и все параметры пересчитываются к максимальным ускоряющим напряжениям U_1 и U_2 (таб. 1). Последнее условие определяет то, что во втором канале резонаторы подключены к фидеру последовательно. В этом случае можно считать, что фидер нагружен на резонатор с вдвое большим шунтовым сопротивлением, чем у одиночного резонатора.

Таблица 1

№	НАИМЕНОВАНИЕ	ВЫРАЖЕНИЕ
1	Коэффициент уплотнения орбит для «Сибири-2».	$\alpha = 0.0104$
2	Частота обращения частиц (Гц).	$F_0 = 2.4147 \cdot 10^6$
3	Частота ускоряющего напряжения или несущая частота (Гц).	$f_0 = 181.1 \cdot 10^6$
4	Максимальная энергия электронов (эВ).	$E_0 = 2.3 \cdot 10^9$
5	Радиационные потери (эВ) на энергии E_0 .	$\Delta E_0 = 1.02 \cdot 10^6$
6	Ускоряющее напряжение (В) на энергии E_0 .	$U_{\max} = 1.5 \cdot 10^6$
7	Мощность ВЧ генератора (Вт).	$P = 200000$
8	Выходное сопротивление оконечного каскада генератора (Ом).	$R_g = 1000$
9	Напряжение анодного питания генератора (В).	$u_{ar} = 8500$
10	ВЧ напряжение на анодах выходного каскада (В).	$u_g = 7000$
11	Волновое сопротивление контура выходного каскада генератора (Ом).	$\rho_g = 0.9$
12	Комплекс амплитуды ускоряющего напряжения (В) на резонаторе первого канала и его модуль на энергии E_0 .	$U_1 = (4.851 + j \cdot 4.806) \cdot 10^5$ $ U_1 = 6.829 \cdot 10^5$
13	Комплекс амплитуды ускоряющего напряжения (В) на двух резонаторах второго канала и его модуль на энергии E_0 .	$U_2 = (5.359 + j \cdot 6.184) \cdot 10^5$ $ U_1 = 8.183 \cdot 10^5$
14	Шунтовое сопротивление ускоряющего резонатора (Ом).	$R = 4.3 \cdot 10^6$
15	Добротность ускоряющего резонатора.	$Q = 40000$

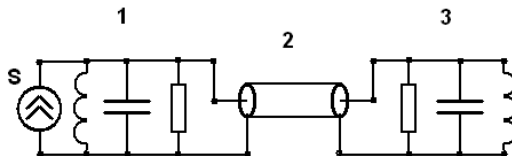


Рис. 2. Эквивалентная схема для генератора ВЧ мощности (1), ускоряющего резонатора (3) и соединяющего их фидера (2) для первого и второго канала.

Волновое сопротивление фидера для эквивалентных схем первого и второго канала $\rho_{\phi n}$ (n – номер канала), шунтовые сопротивления генераторов $r_{g n}$ и волновые сопротивления генераторов $\rho_{z n}$ определяются соответственно как

$$\rho_{\phi n} = \frac{|U_n|^2}{2P}, \quad r_{g n} = \frac{R_g \cdot |U_n|^2}{u_g^2}, \quad \rho_{z n} = \frac{\rho_z \cdot |U_n|^2}{u_g^2}. \quad (9)$$

7. Определение ускоряющих напряжений для первого и второго каналов по заданному ускоряющему напряжению и заданной энергии электронов

Исследование на устойчивость должно проводиться во всем диапазоне энергий электронов в ускорителе и ускоряющих напряжений. Если задано ускоряющее напряжение u и энергия электронов E_{in} , то напряжения первого и второго каналов определим соответственно (таб. 1) как

$$u_n = u_{c n} + j u_{s n}, \quad (10)$$

где

$$u_{c n} = \frac{\Delta E \cdot \text{Re}(U_n)}{\Delta E_0}, \quad u_{s n} = \frac{\sqrt{u^2 - (\Delta E / e)^2} \cdot \text{Im}(U_n)}{\sqrt{u_{\max}^2 - (\Delta E_0 / e)^2}},$$

n – номер канала, e – заряд электрона, $\Delta E = \frac{\Delta E_0 \cdot (E_{in})^4}{(E_0)^4}$ – радиационные

потери электронов.

Для исследований на устойчивость продольного движения пучка вычислим равновесную фазу ϕ_s (таб. 1), частоту некогерентных синхротронных колебаний F_s и их добротность Q_s , если энергия электронов равна E_{in} , а ускоряющее напряжение равно u :

$$\phi_s = a \cos\left(\frac{\Delta E}{u}\right), \quad F_s = F_0 \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot q \cdot u \cdot \sin(\phi_s)}{2\pi E_{in}}}, \quad Q_s = \pi \frac{E_{in} \cdot F_s}{\Delta E \cdot F_0}, \quad (11)$$

где q – кратность частоты ускоряющего напряжения частоте обращения электронов в ускорителе.

Однако следует отметить, что перераспределяя ускоряющее напряжение между первым и вторым каналом, можно эффективно управлять вносимым затуханием из-за взаимодействия сгустков ускоряемых электронов с ВЧ системой для когерентных дипольных и квадрупольных фазовых колебаний [2].

8. Настройка резонаторов

При дальнейших расчетах коэффициентов передачи необходимо знать резонансные частоты ускоряющих резонаторов. Собственная резонансная частота резонатора поддерживается системой автоподстройки резонатора. Для этого на фазометр подаются сигналы с датчика напряжения резонатора и датчика тока возбуждения резонатора (ток на выходе фидера). Сигнал с фазометра управляет системой подстройки частоты резонатора так, чтобы поддерживать постоянную разность фаз между напряжением на резонаторе и током фидера.

Определим, насколько отличается собственная частота резонатора от частоты ВЧ системы, в зависимости от показаний фазометра.

Активная шунтовая проводимость нагрузки для фидера на несущей частоте, которая зависит от мощностей, потребляемыми ускоряющими резонаторами и пучком, определится (7), (10) как

$$g_{sh\ n} = \frac{2(P_{c\ n} + P_{b\ n})}{|u_n|^2},$$

$$P_{b\ n} = u_{c\ n} \cdot i, \quad P_{c1} = \frac{|u_1|^2}{2 \cdot R}, \quad P_{c2} = \frac{|u_2|^2}{4 \cdot R}, \quad (12)$$

где $n=1,2$ – номер канала, $g_{sh\ n}$ – активная шунтовая проводимость нагрузки для фидера в n -м канале, P_{c1} – активная мощность, потребляемая ускоряющим резонатором первого канала, P_{c2} – активная мощность, потребляемая двумя ускоряющими резонаторами второго канала, $P_{b\ n}$ – активная мощность, потребляемая пучком из n -го канала.

Входное сопротивление резонатора, нагруженного пучком, зависит от разности фаз напряжения на ускоряющем резонаторе и током фидера в точке подключения фидера к резонатору. Эта разность фаз выбирается оператором по тем или иным соображениям и поддерживается в процессе работы ускорителя системой автоподстройки частоты резонатора. Определим входные сопротивления резонаторов, нагруженных пучком, на несущей частоте и на боковых частотах. Комплексные сопротивления резонаторов, нагруженных пучком, на несущей частоте определяются как

$$z_{sh\ n} = \frac{1}{g_{sh\ n} \cdot (1 + j \cdot \tan(\theta_{ui\ n}))}, \quad (13)$$

где $z_{sh\ n}$ – комплекс сопротивления резонатора первого канала, нагруженного пучком ($n = 1$) или комплекс сопротивления последовательно включенных двух резонаторов второго канала, нагруженных пучком ($n = 2$), $\theta_{ui\ n}$ – сдвиг по фазе между напряжением на ускоряющих резонаторах n -го канала и выходным током фидера (рис. 2).

Для того, чтобы определить комплексные сопротивления резонаторов на боковых частотах необходимо определить расстройки резонаторов по частоте. Эти расстройки определим из следующей системы уравнений:

$$P = \frac{1}{2} \cdot U \cdot \bar{I} = P_a + j \cdot P_r, \quad I = \frac{U}{Z}, \quad (14)$$

$$Z = \frac{R_{sh}}{1 + j \cdot \frac{2 \cdot Q \cdot \Delta f}{f_0}}, \quad R_{sh} = Q \cdot \rho,$$

- где P – полная мощность резонатора,
 P_a – активная мощность резонатора,
 P_r – реактивная мощность резонатора,
 U – комплекс амплитуды напряжения на резонаторе,
 I – комплекс амплитуды тока резонатора,
 \bar{I} – сопряженный комплекс с комплексом амплитуды тока резонатора,
 Z – комплекс сопротивления резонатора,
 Q – добротность резонатора,
 Δf – расстройка резонатора, или разность между несущей частотой и собственной частотой резонатора,
 f_0 – несущая частота,
 R_{sh} – шунтовое сопротивление резонатора,
 ρ – волновое сопротивление резонатора.

Решив уравнения (14) относительно Δf , получаем

$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{P_r \cdot \rho}{|U|^2}. \quad (15)$$

Для определения расстроек резонаторов необходимо вычислить реактивные мощности резонаторов P_r . Реактивная мощность первого резонатора определится (12), (таб.1) как

$$P_{r\ c1} = P_{r\ f1} - P_{r\ b1}, \quad (16)$$

$$P_{r\ b1} = u_{1s} \cdot i,$$

$$P_{r\ f1} = -(P_{r\ c1} - P_{r\ b1}) \cdot \tan(\theta_{u1l}),$$

где $P_{r\ c1}$ – мощность реактивная резонатора первого канала,

$P_{r\ f1}$ – мощность реактивная фидера в месте подключения к резонатору для первого канала (рис. 1),

$P_{r\ b1}$ – мощность реактивная пучка для первого канала.

Теперь расстройка первого резонатора определится (см. (15), (16), таб. 1) как

$$\Delta f_1 = -f_0 \cdot \frac{P_{rc1\rho}}{|u_1|^2}. \quad (17)$$

Аналогично можно вычислить расстройку для резонаторов второго канала и получить следующее выражение;

$$\Delta f_2 = -f_0 \cdot \frac{P_{rc2} \cdot 2\rho}{|u_2|^2}. \quad (18)$$

В числителе дроби правой части выражения (18) двойка появилась из-за того, что во втором канале два ускоряющих резонатора включены последовательно.

9. Нормировка коэффициентов передачи звеньев ВЧ системы

Для исследования на устойчивость взаимодействия ВЧ системы с пучком используются коэффициенты передачи звеньев на частоте f_0 (несущая частота) (таб. 1), и на частотах $f_0 + f$ (верхняя боковая частота) и $f_0 - f$ (нижняя боковая частота), где f – частота модуляции (5). Коэффициенты усиления звена может быть представлены как

$$\begin{aligned} K(f_0 + f) &= S \cdot z(f_0 + f), \\ K(f_0 - f) &= S \cdot z(f_0 - f), \\ K_0(f_0) &= S \cdot z_0(f_0), \end{aligned} \quad (19)$$

где $K(f_0 \pm f)$ – коэффициент передачи звена на частоте $f_0 \pm f$,

$z(f_0 \pm f)$ – комплексное сопротивление на частоте $f_0 \pm f$,

S – коэффициент, размерность которого - сименс,

$K_0(f_0)$ – коэффициент передачи звена на частоте f_0 ,

$z_0(f_0)$ – комплексное сопротивление на частоте f_0 . В отличие от $z(f_0 \pm f)$,

$z_0(f_0)$ вычисляется с учетом тока пучка (см. (13)).

При исследовании будут применяться нормированные коэффициенты передачи звеньев и произведение нормировочных коэффициентов звеньев. Для звена цепи обратной связи, для которого амплитудная характеристика – четная функция от частоты f , а фазовая – нечётная, нормировочный коэффициент равен $S \cdot z(f_0)$. К таким звеньям относятся амплитудные и фазовые детекторы, передаточные звенья для продетектированных сигналов, фазовые и амплитудные модуляторы, резонансные усилители высокой

частоты. Нормированные коэффициенты передачи для этих звеньев запишутся как

$$k_p(f) = \frac{K(f_0 + f)}{S \cdot z(f_0)}, \quad k_n(f) = \frac{K(f_0 - f)}{S \cdot z(f_0)}, \quad k_n(f) = \bar{k}_p(f), \quad (20)$$

где черта означает комплексное сопряжение.

В других случаях (для выходных каскадов, резонаторов и фидеров) нормировочный коэффициент – S . В первом канале произведение нормировочных коэффициентов для цепи АРУ – КА1, а для цепи ФА – КФ1. Для второго канала соответственно – КА2 и КФ2.

Далее для звеньев цепи обратной связи вместо термина «нормированный коэффициент усиления» будем употреблять «коэффициент усиления».

10. Коэффициенты усиления звеньев цепей обратной связи

При расчетах надо знать значения передаточных функций $k_x(f)$ звеньев ВЧ каналов на несущей частоте f_0 и на верхней и нижней боковых частотах $f_0 \pm f$, звеньев НЧ цепей ОС на частоте f , а также значения передаточных функций между ВЧ и НЧ цепями (для звеньев АД, ФД, АМ и ФМ).

Приведем нормированные (см. (19), (20)) коэффициенты усиления звеньев, из которых состоят цепи обратных связей на рис. 1. Ниже везде f – это частота модуляции, f_0 – несущая частота, 75-я гармоника частоты обращения, $j = \sqrt{-1}$, U_0 – комплексная амплитуда ВЧ напряжения на несущей частоте, U^\pm – комплексные амплитуды ВЧ напряжений на верхней и нижней боковых частотах, U_m и U_ϕ – комплексные амплитуды в НЧ цепях АРУ и ФА соответственно.

1. Коэффициент усиления звеньев АД1, АД2 (амплитудные детекторы):

$$k_{ad}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{ad}} \quad \tau_{ad} = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

U_m и U^\pm связаны как

$$U_m = k_{ad}(f) \cdot |U_{m0}| \cdot m = k_{ad}(f) \cdot |U_{m0}| \cdot \left(U^+ / U_0 + \overline{(U^- / U_0)} \right). \quad (21)$$

2) Коэффициент усиления звеньев ФД1, ФД2 (фазовые детекторы):

$$k_{fd}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{fd}} \quad \tau_{fd} = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

U_φ и U^\pm связаны как

$$U_\varphi = k_{\varphi\delta}(f) \cdot |U_{\varphi 0}| \cdot \varphi = k_{\varphi\delta}(f) \cdot |U_{\varphi 0}| \cdot j \left(U^+ / U_0 - \overline{(U^- / U_0)} \right). \quad (22)$$

3. Коэффициент усиления звеньев НЧА1, НЧА2, НЧФ1, НЧФ2:

$$K_{нча,нчф}(f) = k_{унт}(f) k_{кц}(f),$$

где УПТ – усилитель постоянного тока:

$$k_{унт}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{унт}} \quad \tau_{унт} = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ s};$$

КЦ – корректирующая цепочка:

$$k_{кц}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{кц}} \quad \tau_{кц} = 0.1 \cdot a_{кц} \text{ s}, \quad a_{кц} = 1; \quad (23)$$

другой вариант:

$$k_{corr}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot r \cdot c + \frac{2\pi j \cdot f \cdot r \cdot c_1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot r_1 \cdot c_1}}, \quad (24)$$

$$r = 1, c = 1.6 \cdot 10^{-6}, r_1 = 0.0015, c_1 = 0.1.$$

4) Коэффициент усиления звеньев АМ (амплитудные модуляторы).

Передаточная функция из НЧ канала в ВЧ канал:

$$k_{ам}(f) = \frac{0.5}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{ам}} \quad \tau_{ам} = 0.08 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

U^\pm и U_m связаны как

$$U^+ = k_{ам}(f) \frac{1}{2} U_0 m = k_{ам}(f) U_0 \cdot U_m / |U_{m0}|, \quad (25)$$

$$U^- = k_{ам}(-f) \frac{1}{2} U_0 \bar{m} = k_{ам}(-f) U_0 \cdot \bar{U}_m / |U_{m0}|.$$

Передаточная функция по ВЧ каналу:

$$k'_{ам}(f) = 2k_{ам}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{ам}}.$$

5) Коэффициент усиления звеньев ФМ (фазовые модуляторы).

Передаточная функция из НЧ канала в ВЧ канал:

$$k_{фм}(f) = \frac{0.5j}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{фм}} \quad \tau_{фм} = 0.08 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

U^\pm и U_ϕ связаны как

$$\begin{aligned} U^+ &= -U_0 k_{\phi m}(f) \Phi = -U_0 k_{\phi m}(f) U_\phi / |U_{\phi 0}|, \\ U^- &= -U_0 k_{\phi m}(-f) \bar{\Phi} = -j U_0 k_{\phi m}(f) \bar{U}_\phi / |U_{\phi 0}|. \end{aligned} \quad (26)$$

Передаточная функция по ВЧ каналу:

$$k'_{\phi m}(f) = \frac{2}{j} k_{\phi m}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{\phi m}} ;$$

6) Коэффициент усиления звеньев Г11, Г12:

$$K_{z11, z12}(f) = k_{ny}(f) k_{\kappa 1}(f) k_{\kappa 2}(f),$$

где ПУ – предварительный ВЧ усилитель:

$$k_{ny}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{ny}} \quad \tau_{ny} = 0.016 \cdot 10^{-6} \text{ s} ;$$

$\kappa 1$ – первый каскад генератора:

$$k_{\kappa 1}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{\kappa 1}} \quad \tau_{\kappa 1} = 0.016 \cdot 10^{-6} \text{ s} ;$$

$\kappa 2$ – второй каскад генератора:

$$k_{\kappa 2}(f) = \frac{1}{1 + 2\pi j \cdot f \cdot \tau_{\kappa 2}} \quad \tau_{\kappa 2} = 0.016 \cdot 10^{-6} \text{ s} .$$

7) Матрицы перехода \hat{A} звеньев Г1, Г2 (выходные каскады генераторов):

$$\hat{A}_{zn}(f) \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{r_{zn}} \left(1 + j 2 Q_{zn} \frac{(\Delta f_{zn} + f)}{f_0} \right) & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix}_{\text{вых}} = \hat{A} \begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix}_{\text{вх}}, \quad (27)$$

где $\Delta f_{zn} = f_0 - f_{zn}$ – расстройка генератора; r_{zn} – шунтовые сопротивления генераторов, определяются (9).

8) Матрицы перехода звеньев Ф1, Ф2 (фидеры):

$$\hat{A}_{\phi n}(f) = \begin{pmatrix} \cos(2\pi n_\phi (1 + f / f_0)) & j \rho_\phi \sin(2\pi n_\phi (1 + f / f_0)) \\ \frac{j}{\rho_\phi} \sin(2\pi n_\phi (1 + f / f_0)) & \cos(2\pi n_\phi (1 + f / f_0)) \end{pmatrix}_n, \quad (28)$$

где $n_\phi = \frac{l_\phi f_0}{c}$ – действительное положительное; l_ϕ – длина фидера, ρ_ϕ определяется (9).

9) Матрицы перехода звеньев P1, P2 (резонаторы):

$$\hat{A}_{p_n}(f) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{R_n} \left(1 + j2Q_n \frac{(\Delta f_{p_n} + f)}{f_0} \right) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

где $\Delta f_{p_n} = f_0 - f_{p_n}$ – расстройка n -го резонатора, определяется (17), (18).

Матрица перехода звена цепи ОС, состоящего из выходного резонатора третьего каскада генератора, фидера и ускоряющего резонатора (звенья Г1,Ф1,P1 и Г2,Ф2,P2), равна $\hat{A}(f)^{-1}$:

$$\hat{A}_n(f) = \left(\hat{A}_z(f) \cdot \hat{A}_\phi(f) \cdot \hat{A}_p(f) \right)_n.$$

Передачная функция от третьего каскада генератора через фидер к резонатору равна

$$k_{zp}(f) = \frac{1}{\left(\hat{A}_n(f) \right)_{2,1}}, \quad (30)$$

$n = 1, 2$ – номер канала.

Эта же матрица определяет сопротивление резонатор – генератор для пучка:

$$Z(f) = \frac{\left(\hat{A}_n(f) \right)_{2,2}}{\left(\hat{A}_n(f) \right)_{2,1}}. \quad (31)$$

Ниже, при одновременном анализе цепей обратной связи обоих генераторов, передаточные функции будут иметь индексы 1 (для первого канала) и 2 (для второго канала).

11. Вычисление коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС

Для анализа устойчивости определим коэффициенты усиления разомкнутой цепи ОС:

- 1) коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС АРУ, без ОС по фазе и по пучку;
- 2) коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, без ОС АРУ, без ОС по пучку;
- 3) коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, при замкнутой цепи ОС АРУ, без ОС по пучку;
- 4) коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система – пучок, при замкнутых цепях ОС по амплитуде и фазе;
- 5) резонансная кривая для дипольных синфазных колебаний сгустков при замкнутых всех цепях ОС.

Когда ОС по пучку разомкнута, то каналы ВЧ не связаны между собой и для них коэффициенты усиления (1) – (3) вычисляются отдельно для каждого и одинаково (с точностью до замены индекса – номера канала). При вычислении коэффициентов усиления (1) – (3) (без ОС по пучку) удобно ориентировать вектор напряжения вдоль действительной оси. Когда же ОС по пучку учитывается, то вдоль действительной оси ориентируем вектор тока пучка.

Устойчивость системы с обратными связями исследуется с помощью критерия Найквиста.

При анализе будем рассматривать уравнения, связывающие комплексные амплитуды ВЧ напряжений на несущей частоте U_0 и на верхней и нижней боковых частотах U^\pm и комплексные амплитуды в НЧ цепях ОС U_m и U_φ , а также комплексную амплитуду фазового движения пучка Φ_b .

При этом надо знать значения передаточных функций $k(f)$ звеньев ВЧ каналов на несущей частоте f_0 и на верхней и нижней боковых частотах $f_0 \pm f$, звеньев НЧ цепей ОС на частоте f , а также значения передаточных функций между ВЧ и НЧ цепями (для звеньев АД, ФД, АМ и ФМ). Они выражаются через приведенные в разделе 10 передаточные функции звеньев цепей обратной связи как $k(0)$, $k(f)$ и $k(-f)$ соответственно (f – частота модуляции).

11.1. Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по амплитуде, при разомкнутых цепях ОС по фазе и по пучку

Коэффициент передачи разомкнутой цепи ОС по амплитуде, при разомкнутых цепях ОС по фазе и по пучку, для первого канала – это отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе амплитудного детектора АД1 к комплексной амплитуде на входе НЧА1, когда все ключи (рис. 1) разомкнуты (для второго канала – аналогично).

Отметим, что здесь и далее, в пунктах 11.2 и 11.3, комплексная амплитуда вектора напряжения U_0 ориентирована вдоль действительной оси, то есть $U_0 = \bar{U}_0 = |U_0|$.

Вычислим коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по амплитуде (К2-НЧА1-АМ1-Г11-Г1-Ф1-Р1-АД1). Подадим на вход НЧА1 сигнал с комплексной амплитудой $U_{m in}$. Звенья цепи ОС преобразуют этот сигнал в боковые гармоники напряжения на резонаторе U^\pm . Амплитудная модуляция, вызываемая этими гармониками, регистрируется амплитудным детектором и дает выходной сигнал $U_{m out}$, который можно определить из

следующей системы (учитывая (21), (25) и ориентировку вектора напряжения вдоль действительной оси):

$$\begin{cases} U_{m out} = |U_{m0}| \cdot (U^+ + \bar{U}^-) / |U_0| \\ U^+ = -|U_0| K_{\beta a}^+ \cdot (U_{m in} / |U_{m0}|) \\ U^- = -|U_0| K_{\beta a}^- \cdot (\bar{U}_{m in} / |U_{m0}|) \end{cases},$$

где $K_{\beta a}^{\pm} = K_{\beta a}(\pm f)$,

$$K_{\beta a}(f) = KA \cdot k_{a0}(f) K_{нча}(f) k_{ам}(f) K_{z1}(f) k_{zp}(f), \quad (32)$$

KA – нормировочный коэффициент усиления по всей цепи АРУ, а нормированные коэффициенты усиления отдельных звеньев даны в разделе 10.

Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по амплитуде равен

$$K_{ap} = U_{m out} / U_{m in} = -(K_{\beta a}^+ + \bar{K}_{\beta a}^-). \quad (33)$$

11.2. Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, без ОС по амплитуде и по пучку

Коэффициент передачи разомкнутой цепи цепи ОС по фазе, без ОС по амплитуде и по пучку, для первого канала – это отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе фазового детектора ФД1 к комплексной амплитуде на входе НЧФ1 когда все ключи (рис.1) разомкнуты (для второго канала – аналогично).

Вычислим коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе (КЗ-НЧФ1-ФМ1-АМ1-Г11-Г1-Ф1-Р1-ФД1). Подадим на вход НЧФ1 сигнал с комплексной амплитудой $U_{\varphi in}$. Звенья цепи ОС преобразуют этот сигнал в

боковые гармоники напряжения на резонаторе U^{\pm} . Фазовая модуляция, вызываемая этими гармониками, регистрируется регистрируется фазовым детектором и дает выходной сигнал $U_{\varphi out}$, который можно определить из следующей системы (учитывая (22), (26) и ориентировку вектора напряжения вдоль действительной оси):

$$\begin{cases} U_{\varphi out} = U_{\varphi 0} \cdot j(U^+ - \bar{U}^-) / |U_0|, \\ U_{\varphi}^+ = j|U_0| K_{\beta \varphi}^+ \cdot U_{\varphi in} / U_{\varphi 0}, \\ U_{\varphi}^- = j|U_0| K_{\beta \varphi}^- \cdot \bar{U}_{\varphi in} / U_{\varphi 0}, \end{cases}$$

где $K_{\beta \varphi}^{\pm} = K_{\beta \varphi}(\pm f)$,

$$K_{\beta \varphi}(f) = KF \cdot k_{\varphi 0}(f) K_{нча}(f) k'_{ам}(f) k_{\varphi м}(f) K_{z1}(f) k_{zp}(f), \quad (34)$$

KF – нормировочный коэффициент усиления по всей цепи ФА, а нормированные коэффициенты усиления отдельных звеньев даны в разделе 10.

Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе равен

$$K_{\phi p1} = U_{\phi out} / U_{\phi in} = j(K_{\beta\phi}^+ - \bar{K}_{\beta\phi}^-). \quad (35)$$

11.3. Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, при замкнутой цепи ОС по амплитуде, без ОС по пучку.

Коэффициент передачи разомкнутой цепи цепи ОС по фазе, при замкнутой цепи ОС по амплитуде, без ОС по пучку, для первого канала - это отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе фазового детектора ФД1 к комплексной амплитуде на входе НЧФ1 когда ключ К2 (рис. 1) замкнут, а все остальные ключи разомкнуты (для второго канала – аналогично).

Подадим на вход цепи ФА сигнал с комплексной амплитудой $U_{\phi in}$, а на вход цепи АРУ – сигнал $U_{m in}$. Звенья цепей ОС АРУ и ФА преобразуют эти сигналы в боковые гармоники напряжения на резонаторе U^{\pm} , фазовая и амплитудная модуляции, вызываемые этими гармониками, регистрируются амплитудным и фазовым детектором и дает выходные сигналы $U_{m out}$ и $U_{\phi out}$. Так как цепь АРУ замкнута, то $U_{m out} = U_{m in}$.

В результате выходной сигнал $U_{\phi out}$ можно определить из следующей системы уравнений системы (учитывая (21), (22), (25), (26) и ориентировку вектора напряжения вдоль действительной оси)::

$$\begin{cases} U^{\pm} = -U_a^{\pm} - U_{\phi}^{\pm}, \\ U_a^+ = |U_0| K_{\beta a}^+ \cdot U_{m in} / |U_{m0}|, \\ U_a^- = |U_0| K_{\beta a}^- \cdot \bar{U}_{m in} / |U_{m0}|, \\ U_{\phi}^+ = -j|U_0| K_{\beta\phi}^+ \cdot U_{\phi in} / |U_{\phi0}|, \\ U_{\phi}^- = -j|U_0| K_{\beta\phi}^- \cdot \bar{U}_{\phi in} / |U_{\phi0}|, \\ U_{m out} = |U_{m0}| \cdot (U^+ + \bar{U}^-)_{out} / |U_0|, \\ U_{\phi out} = |U_{\phi0}| \cdot j(U^+ - \bar{U}^-) / |U_0|, \\ U_{m out} = U_{m in}, \end{cases}$$

где $K_{\beta\phi}^{\pm}$, $K_{\beta a}^{\pm}$ определены в (32), (34).

Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе (при замкнутой цепи ОС по амплитуде) равна

$$\mathbf{K}_{\phi p} = U_{\phi out} / U_{\phi in} = j \frac{-\bar{K}_{\beta\phi}^- + K_{\beta\phi}^+ + 2(-\bar{K}_{\beta\phi}^- K_{\beta a}^+ + K_{\beta\phi}^+ \bar{K}_{\beta a}^-)}{1 - \mathbf{K}_{ap}}, \quad (36)$$

где коэффициент усиления \mathbf{K}_{ap} определен в (33).

11.4. Передаточные функции между индексом фазовой модуляции тока пучка и индексом фазовой модуляции ортогональной составляющей ускоряющего напряжения.

Для дальнейших расчетов вектор тока пучка ориентируем вдоль действительной оси. Вектор напряжения при этом запишется как $U_0 = |U_0| e^{i\phi_s}$.

В разделе 10 перечислены коэффициенты усиления всех звеньев, образующих обратные связи АРУ и ФА. Для расчета коэффициента усиления разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система – пучок еще нужно знать передаточные функции между индексом фазовой модуляции тока пучка ϕ_b и индексом фазовой модуляции ортогональной составляющей ускоряющего напряжения ϕ_n ($\phi_b \rightarrow \phi_n$ и $\phi_n \rightarrow \phi_b$).

Неоднородное уравнение синхротронных колебаний для частиц пучка имеет вид [5]:

$$\frac{d^2}{dt^2} \phi_{br}(t) + 2 \frac{d}{dt} \delta \phi_{br}(t) + \Omega_0^2 \phi_{br}(t) = \Omega_0^2 \frac{\Delta U_r(t)}{|U_0| \sin \phi_s}, \quad (37)$$

где ϕ_{br} – отклонение фазы сгустков от равновесной фазы ϕ_s в момент пролета пучка через резонатор; $|U_0|$ – амплитуда ускоряющего ВЧ напряжения на резонаторе; δ – декремент радиационного затухания; Ω_0 – частота синхротронных колебаний (при нулевом токе пучка и в отсутствие модуляций напряжения); $\Delta U_r(t)$ – модуляция напряжения на резонаторе (компонента напряжения параллельная току пучка). В нашем случае $\Delta U_r(t) = \text{Re}(U^+ e^{j\Omega t} + U^- e^{-j\Omega t})$.

В символической записи для комплексных амплитуд уравнение (37) для нашего случая имеет вид:

$$-\Omega^2 \phi_b + 2j\Omega\delta\phi_b + \Omega_0^2 \phi_b = \Omega_0^2 \phi_n, \quad (38)$$

где ϕ_b – комплексная амплитуда фазовых колебаний пучка, $\text{Re}(\phi_b e^{j\Omega t}) = \phi_{br}(t)$, ϕ_n – индекс фазовой модуляции компоненты напряжения, ортогональной к амплитуде гармоники тока пучка,

$\operatorname{Re}(\varphi_n e^{j\Omega t}) = \frac{\Delta U_r(t)}{|U_0| \sin \phi_s}$. Индекс фазовой модуляции ортогональной

компоненты напряжения можно выразить через комплексные амплитуды гармоник напряжения на верхней и нижней боковых частотах следующим образом:

$$\varphi_n = \frac{U^+ + \bar{U}^-}{|U_0| \sin \phi_s} = \frac{j(U^+ + \bar{U}^-)}{j \operatorname{Im}(U_0)},$$

так как $\Delta U_r(t) = \operatorname{Re}(U^+ e^{j\Omega t} + U^- e^{-j\Omega t}) = \operatorname{Re}((U^+ + \bar{U}^-) e^{j\Omega t})$.

Из (38) прямо следует передаточная функция от φ_n к φ_b на частоте $f = \Omega / (2\pi)$

$$K_B = \frac{\varphi_b}{\varphi_n} = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2}. \quad (39)$$

Модуляции комплексных амплитуд гармоники тока и напряжения, наведенных пучком в резонаторе, записываются как

$$\Delta I^+ = \frac{jI_{q0}}{2} \varphi_b, \quad \Delta I^- = \frac{jI_{q0}}{2} \bar{\varphi}_b, \quad I_{q0} = -I_b,$$

$$U_b^+ = Z_c(f_0 + f)\Delta I^+ = \frac{jI_{q0}Z_c^+}{2} \varphi_b,$$

$$U_b^- = Z_c(f_0 - f)\Delta I^- = \frac{jI_{q0}Z_c^-}{2} \bar{\varphi}_b.$$

При этом индекс фазовой модуляции ортогональной составляющей напряжения вычисляется как

$$\varphi_n = \frac{U_b^+ + \bar{U}_b^-}{|U_0| \sin \phi_s} = \frac{jI_{q0}}{2|U_0| \sin \phi_s} (Z_c^+ - \bar{Z}_c^-) \varphi_b.$$

Отсюда передаточная функция от φ_b к φ_n

$$K_U = \frac{\varphi_n}{\varphi_b} = \frac{jI_{q0}}{2|U_0| \sin \phi_s} (Z_c^+ - \bar{Z}_c^-). \quad (40)$$

11.5. Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система – пучок, при замкнутых цепях ОС по амплитуде и фазе

Запишем уравнения, связывающие входные и выходные сигналы во всех цепях ОС.

Разомкнем ключи К1 на рис. 1 (цепи ОС по амплитуде и фазе замкнуты). Подадим на вход цепи ФА1, ФА2 АРУ1, АРУ2 сигналы с комплексными

амплитудами $U_{\varphi in 1}, U_{\varphi in 2}, U_{m in 1}, U_{m in 2}$ соответственно, а на вход цепи пучок – ВЧ система – сигнал $\Phi_{b in}$ – комплексную амплитуду фазовых колебаний пучка.

Записывая систему уравнений для двух резонаторов, будем помнить, что уравнения для выходных значений амплитуды и фазы в цепях ОС с пучком записываются так же, как и для каждого резонатора по отдельности (с учетом поворота вектора напряжения на каждом из резонаторов на угол $\phi_{s n}, n=1,2$), а действующие на пучок напряжения обоих резонаторов суммируются.

Звенья цепей ОС АРУ, ФА, ПР преобразуют эти сигналы в боковые гармоники напряжения на резонаторе U^{\pm} , сумма которых регистрируется фазовым и амплитудным детекторами и дает выходные сигналы $U_{\varphi out n}$ и $U_{m out n}$. Так как цепи АРУ и ФА замкнуты, то $U_{m out n} = U_{m in n}$ и $U_{\varphi out n} = U_{\varphi in n}$. На выходе разомкнутой цепи ПР получаем выходной сигнал $\Phi_{b in}$. В результате система уравнений имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = |U_0| e^{j\phi_s} = U_{01} + U_{02} = |U_{01}| e^{j\phi_{s1}} + |U_{02}| e^{j\phi_{s2}}, \\ U_n^{\pm} = U_{bn}^{\pm} - U_{an}^{\pm} - U_{\varphi n}^{\pm}, \quad n=1,2, \\ U_{an}^+ = U_{0n} K_{\beta an}^+ \cdot U_{m in n} / |U_{m0}|, \\ U_{an}^- = U_{0n} K_{\beta an}^- \cdot \bar{U}_{m in n} / |U_{m0}|, \\ U_{\varphi n}^+ = -j U_{0n} K_{\beta \varphi n}^+ \cdot U_{\varphi in n} / |U_{\varphi 0}|, \\ U_{\varphi n}^- = -j U_{0n} K_{\beta \varphi n}^- \cdot \bar{U}_{\varphi in n} / |U_{\varphi 0}|, \\ U_{bn}^+ = 0.5 j Z_{cn}^+ I_{q0} \Phi_{b in}, \\ U_{bn}^- = 0.5 j Z_{cn}^- I_{q0} \bar{\Phi}_{b in}, \\ \Phi_n = \left((U_1^+ + \bar{U}_1^-) + (U_2^+ + \bar{U}_2^-) \right) / (|U_0| \sin(\phi_s)), \\ \Phi_{b out} = K_B \Phi_n, \\ U_{m out n} = |U_{m0}| \left(U_n^+ / U_{0n} + \bar{U}_n^- / \bar{U}_{0n} \right), \\ U_{\varphi out n} = |U_{\varphi 0}| j \left(U_n^+ / U_{0n} - \bar{U}_n^- / \bar{U}_{0n} \right), \\ U_{m out n} = U_{m in n}, \\ U_{\varphi out n} = U_{\varphi in n}, \end{array} \right. \quad (41)$$

где $K_{\beta \varphi}^{\pm}, K_{\beta a}^{\pm}$ определены в (32), (34), для каждого канала, а K_B – в (39).

Заменяв уравнения для U^- на комплексно-сопряженные, систему уравнений (41) можно переписать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} \frac{U_{m\ out\ n}}{|U_{m0}|} \\ \frac{U_{\varphi\ out\ n}}{|U_{\varphi0}|} \end{array} \right) = \frac{1}{|U_{0n}|} \begin{pmatrix} e^{-j\phi_{sn}} & e^{j\phi_{sn}} \\ je^{-j\phi_{sn}} & -je^{j\phi_{sn}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n^+ \\ \bar{U}_n^- \end{pmatrix}, \quad n=1,2, \\ \Phi_{bout} = \frac{K_B}{|U_0| \sin(\phi_s)} \left[(U_1^+ + \bar{U}_1^-) + (U_2^+ + \bar{U}_2^-) \right], \\ \begin{pmatrix} U_n^+ \\ \bar{U}_n^- \end{pmatrix} = \frac{|U_{0n}|}{2} \begin{pmatrix} -e^{j\phi_{sn}} K_{\beta a n}^+ & e^{j\phi_{sn}} K_{\beta \varphi n}^+ \\ -e^{-j\phi_{sn}} \bar{K}_{\beta a n}^- & e^{-j\phi_{sn}} \bar{K}_{\beta \varphi n}^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{U_{m\ out\ n}}{|U_{m0}|} \\ \frac{U_{\varphi\ out\ n}}{|U_{\varphi0}|} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{cn}^+ \\ -\bar{Z}_{cn}^- \end{pmatrix} \frac{jI_{q0} \Phi_{bin}}{2}. \end{array} \right. \quad (42)$$

Исключив из уравнений $U_{m\ out\ n}$, $U_{\varphi\ out\ n}$ и U_n^\pm , получим

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{2Br} = \Phi_{bout} / \Phi_{bin} &= \frac{jI_{q0} K_B}{2|U_0| \sin(\phi_s)} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{(1 - \mathbf{K}_{fr}^1)(1 - \mathbf{K}_{ar}^1)} \left((1 + \bar{K}_{\beta a 1}^- (1 - e^{-2j\phi_{s1}}) + j\bar{K}_{\beta \varphi 1}^- (1 + e^{-2j\phi_{s1}})) Z_{c1}^+ - \right. \right. \\ &- (1 + K_{\beta a 1}^+ (1 - e^{2j\phi_{s1}}) - jK_{\beta \varphi 1}^+ (1 + e^{2j\phi_{s1}})) \bar{Z}_{c1}^- \left. \right) + \\ &+ \frac{1}{(1 - \mathbf{K}_{fr}^2)(1 - \mathbf{K}_{ar}^2)} \left((1 + \bar{K}_{\beta a 2}^- (1 - e^{-2j\phi_{s2}}) + j\bar{K}_{\beta \varphi 2}^- (1 + e^{-2j\phi_{s2}})) Z_{c2}^+ - \right. \\ &\left. - (1 + K_{\beta a 2}^+ (1 - e^{2j\phi_{s2}}) - jK_{\beta \varphi 2}^+ (1 + e^{2j\phi_{s2}})) \bar{Z}_{c2}^- \right) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (43)$$

Ниже приведены все коэффициенты усиления для разомкнутых цепей ОС (см. (33), (32), (34), (36), (39), (43)):

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{ar}^n &= -(K_{\beta a n}^+ + \bar{K}_{\beta a n}^-), \\
\mathbf{K}_{fr}^n &= -j \frac{(\bar{K}_{\beta \varphi n}^- - K_{\beta \varphi n}^+ + 2(\bar{K}_{\beta \varphi n}^- K_{\beta a n}^+ - K_{\beta \varphi n}^+ \bar{K}_{\beta a n}^-))}{1 - \mathbf{K}_{ar}^n}, \\
\mathbf{K}_{Br}^n &= \frac{jI_{q0} K_B}{2|U_0| \sin(\phi_s)} \cdot \frac{1}{(1 - \mathbf{K}_{fr}^n)(1 - \mathbf{K}_{ar}^a)} \times \\
&\times \left\{ \left[1 + \bar{K}_{\beta a n}^- (1 - e^{-2j\varphi_{sn}}) + j\bar{K}_{\beta \varphi n}^- (1 + e^{-2j\varphi_{sn}}) \right] Z_{cn}^+ - \right. \\
&\left. - \left[1 + K_{\beta a n}^+ (1 - e^{2j\varphi_{sn}}) - jK_{\beta \varphi n}^+ (1 + e^{2j\varphi_{sn}}) \right] \bar{Z}_{cn}^- \right\} \quad n=1,2, \\
\mathbf{K}_{2Br} &= \mathbf{K}_{Br}^1 + \mathbf{K}_{Br}^2.
\end{aligned} \tag{44}$$

Для обеспечения устойчивости ВЧ полной системы с замкнутыми обратными связями и с учетом влияния пучка все эти коэффициенты усиления должны удовлетворять критерию Найквиста, то есть, годограф \mathbf{K}_{2Br} не должен охватывать на комплексной плоскости точку $(1+j0)$ [3].

12. Резонансная кривая для синфазных дипольных колебаний сгустков электронов при всех замкнутых цепях ОС

Передаточная функция от φ_n к φ_b (см. (39)):

$$K_B(f) = \frac{\varphi_b}{\varphi_n} = \frac{\Omega_0^2}{-(2\pi f)^2 + 2j\delta(2\pi f) + \Omega_0^2}.$$

С учетом коэффициента усиления разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система – пучок, для двух ВЧ каналов одновременно, при замкнутых цепях ОС по амплитуде и фазе, передаточная функция от φ_n к φ_b при всех замкнутых ОС равна (см. (8))

$$A(f) = \frac{K_B(f)}{1 - \mathbf{K}_{2Br}(f)}. \tag{45}$$

13. Результаты расчетов

Приведем результаты расчетов коэффициентов усиления для разных энергий и длин фидеров. В разделе 4 описывался порядок исследования устойчивости цепей ОС: сначала разомкнутая АРУ, потом разомкнутая ФА при замкнутой АРУ, а потом разомкнутая цепь ОС пучок – ВЧ система. Здесь мы приводим результаты только для последней цепи ОС, так как когда она устойчива, цепи ОС АРУ и ФА тоже оказываются заведомо устойчивы.

Для каждого варианта приведем следующие результаты:

1. Годограф коэффициента усиления $K(f)$ разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система, для двух ВЧ каналов одновременно, при замкнутых цепях ОС по амплитуде и фазе (43), для разных токов. Если он не охватывает точку $(1+j0)$, то замкнутая система устойчива. Пунктиром выделен годограф для граничного тока. Значения токов приведены справа от графика. Для удобства изображения, вне окружности единичного радиуса (отмеченной точками) амплитуда коэффициента усиления показана в логарифмическом масштабе:

$$K(f) \rightarrow (1 + \lg(|K(f)|)) \cdot \exp(j \cdot \arg(K(f))) \quad \text{для} \quad |K(f)| > 1.$$

2. Зависимость $R^- - R^+$ от частоты модуляции (для разных токов), определяющая декремент фазовых колебаний пучка, где $R^\pm = \operatorname{Re}(Z_{BЧ}(f_0 \pm f))$, $Z_{BЧ}(f_0 \pm f)$ – импеданс ВЧ системы для пучка на боковых частотах ($Z_{BЧ}(f_0 \pm f) = Z(\pm f)$, см. (31)). Пунктиром выделен график для граничного тока. Значения токов приведены справа от графика. В тех случаях, когда $R^- - R^+$ принимает отрицательные значения, то есть вносится инкремент, масштаб на отрицательной части вертикальной оси увеличен в 10 раз для удобства.

3. Резонансная кривая для дипольных синфазных колебаний сгустков (в логарифмическом масштабе) при замкнутых ОС $A(f)$ (см. (45)), для разных токов, не превышающих граничного тока. График для граничного тока выделен пунктиром, а для нулевого тока – кружками. Значения токов приведены справа от графика. Кроме того, справа приведены значения частоты F_s и добротности Q_s фазовых колебаний пучка (для бесконечно малых токов, см. (11)). Эти величины совпадают с координатами точки максимума резонансной кривой для нулевого тока.

4. Модули коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС по амплитуде АРУ (K_{ar1} , K_{ar2}) и по фазе ФА, при замкнутых цепях АРУ (K_{fr1} , K_{fr2}), при $f = 0$ Гц и при $f = 300$ Гц, для двух значений тока пучка, отличающихся в 10 раз. Эти величины характеризуют качество подавления помех.

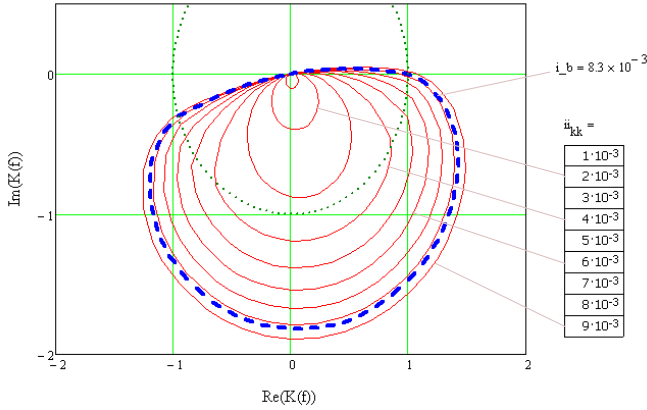
Приведены исследования для $\theta_{ii} = 0$ и для расстройки частоты выходного каскада генератора $\Delta f_c = 0$ Гц (см. (13) и (27)).

13.1. Результаты расчетов для фидера $\lambda/4$

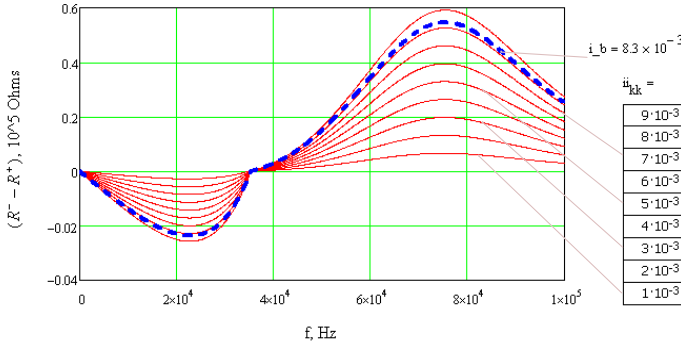
На рис. 3.1 приведены графики для энергии инжекции 0.45 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 0.2 МВ. На этой энергии граничный ток равен 8.3 мА (см. рис. 3.1а).

На рис. 3.2 приведены графики для промежуточного значения энергии 1.2 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1 МВ. На этой энергии граничный ток равен 155 мА (см. рис. 3.2а).

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов:



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

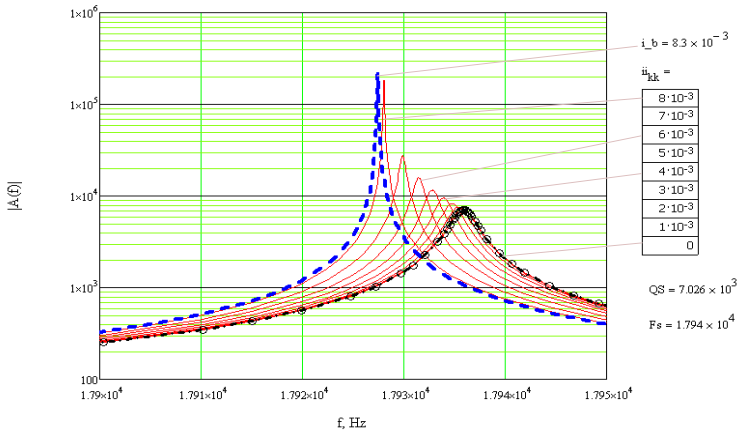
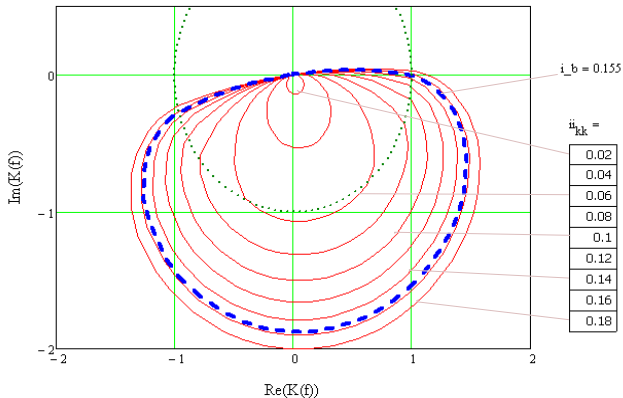
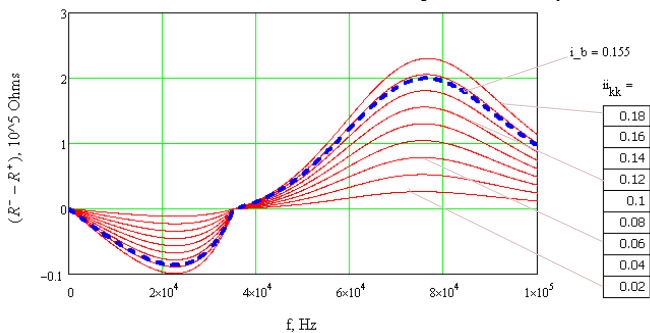


Рис. 3.1а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/4$ и энергии 0.45 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов :



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

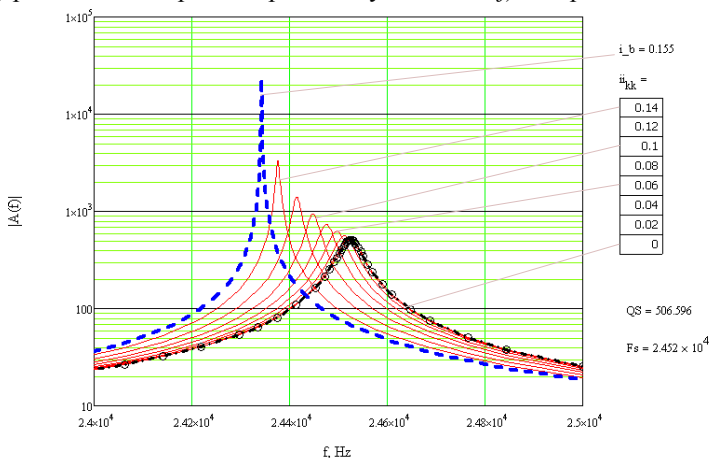
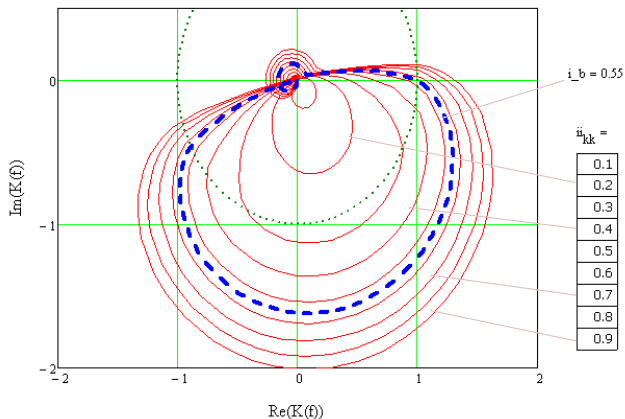
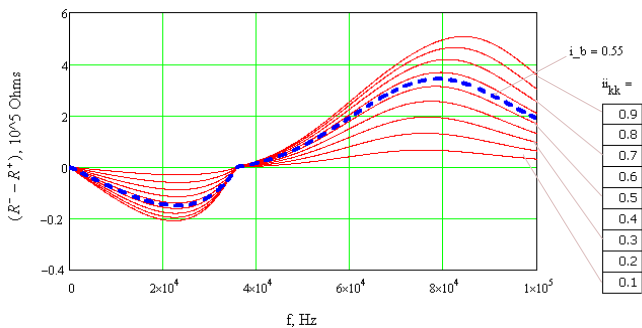


Рис. 3.2а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/4$ и энергии 1.2 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов :



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

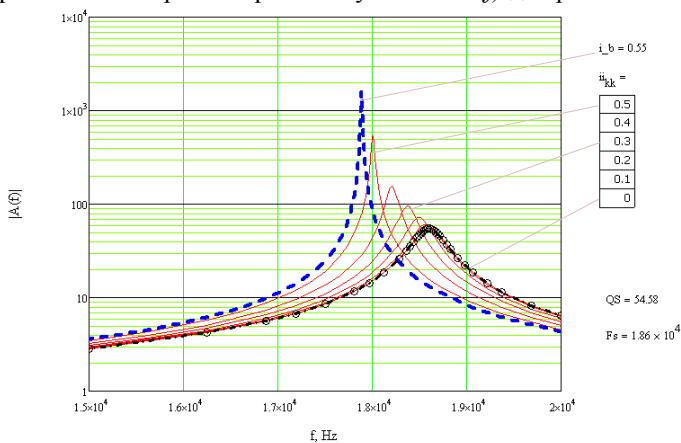


Рис. 3.3а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/4$ и энергии 2.3 ГэВ.

На рис. 3.3 приведены графики для максимальной энергии 2.3 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1.5 МВ. На этой энергии граничный ток равен 155 мА (см. рис. 3.3а).

Отметим, что на частотах меньше 35 кГц (см. рис. 3.1б, 3.2б и 3.3б) на всех энергиях в фазовые колебания пучка вносится инкремент, то есть $R^- - R^+$ принимает отрицательные значения.

В таблице 2 приведены модули коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС. Эти величины характеризуют качество подавления помех во всем диапазоне энергий.

Таблица 2

Энергия, ГэВ	Ток, А	Частота, Гц	Kar1	Kar2	Kfr1	Kfr2
0.45	0.00083	0	$6.77 \cdot 10^6$	$5.396 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.591	2.862	0.06	0.087
	0.0083	0	$6.765 \cdot 10^6$	$5.391 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.589	2.86	0.06	0.087
1.2	0.0155	0	$6.769 \cdot 10^6$	$5.395 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.591	2.862	0.06	0.087
	0.155	0	$6.706 \cdot 10^6$	$5.331 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.557	2.828	0.06	0.087
2.3	0.055	0	$6.768 \cdot 10^6$	$5.393 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.591	2.861	0.06	0.087
	0.55	0	$6.607 \cdot 10^6$	$5.181 \cdot 10^6$	$1.128 \cdot 10^5$	$1.635 \cdot 10^5$
		300	3.505	2.749	0.06	0.086

Таким образом, при фидере $\lambda/4$ можно работать с максимальным током 300 мА только на максимальной энергии. На энергии инжекции граничный ток равен 8мА, а на промежуточной энергии 1.2 ГэВ граничный ток 160 мА.

13.2. Результаты расчетов для фидера $\lambda/2$

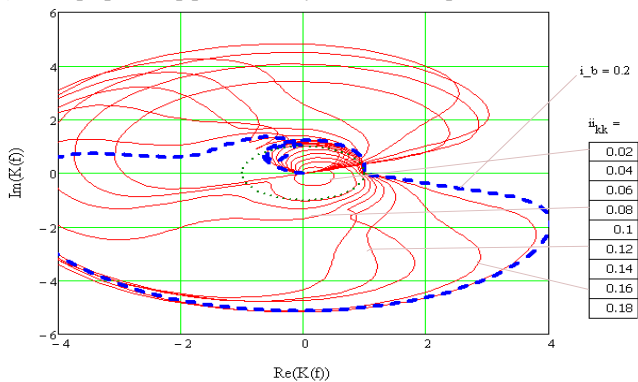
На рис. 4.1 приведены графики для энергии инжекции 0.45 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 0.3 МВ. На этой энергии граничный ток равен 200 (см. рис. 4.1а).

На рис. 4.2 приведены графики для промежуточного значения энергии 1.2 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1 МВ. На этой энергии граничный ток равен 500 мА (см. рис. 4.2а).

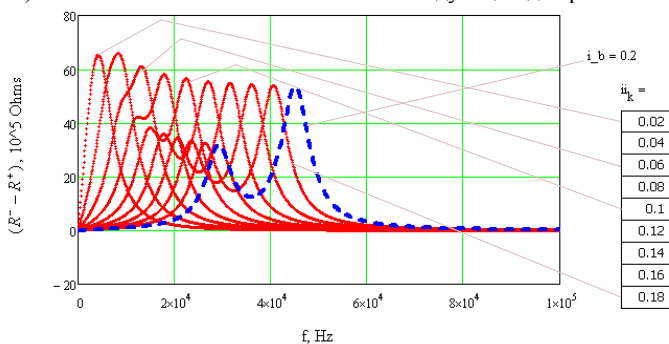
На рис. 4.3 приведены графики для максимальной энергии 2.3 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1.5 МВ. На этой энергии граничный ток равен 125 мА (см. рис. 4.3а).

На рис. 4.4 (максимальная энергия) показано, что при использовании фидера $\lambda/2$ возможна статическая неустойчивость при разомкнутых цепях обратной связи (АРУ, ФА): кривая $K(f)$ проходит через точку $(1+j0)$ на нулевой частоте модуляции. Граничный ток при этом равен 138 мА.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов:



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

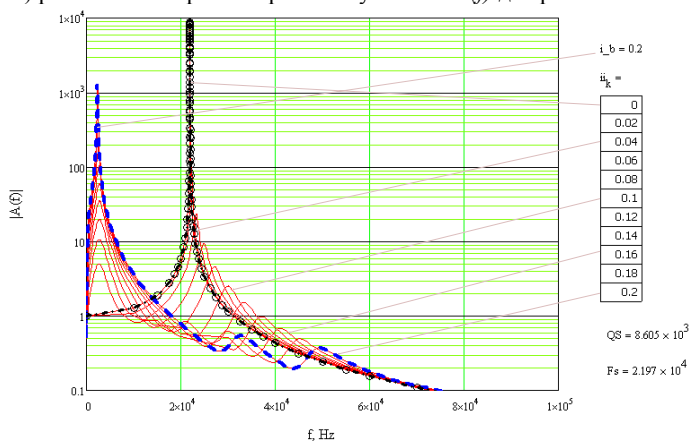
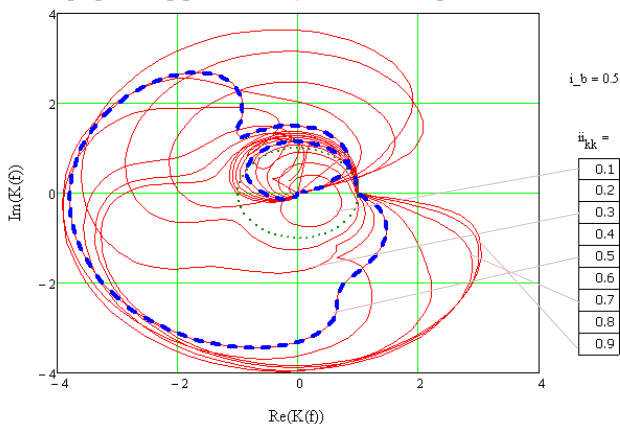
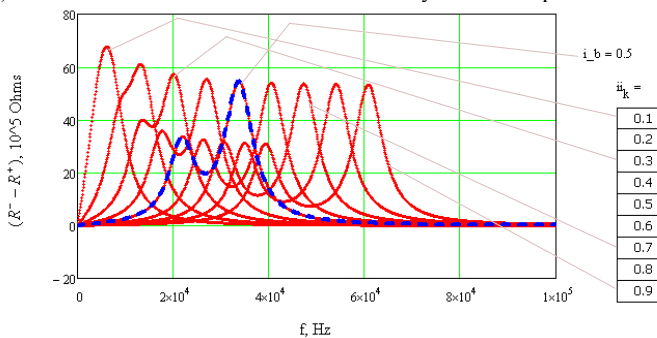


Рис.4.1а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/2$ и энергии 0.45 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов:



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

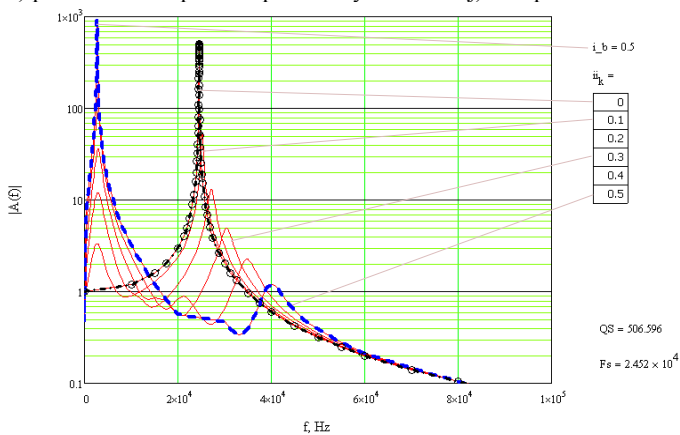
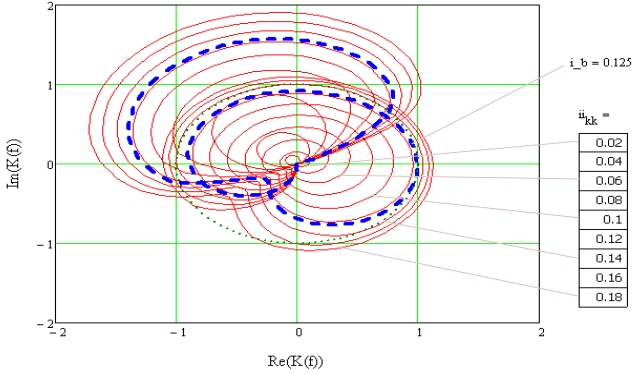
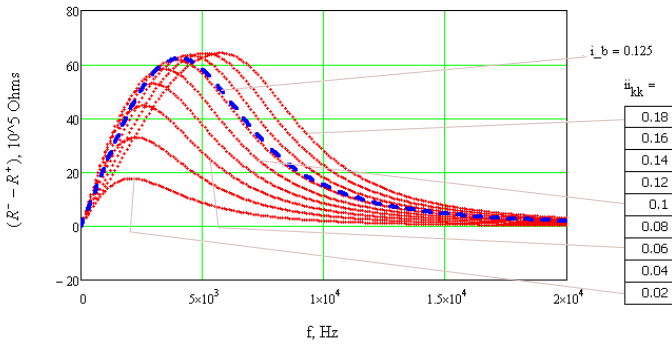


Рис. 4.2а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/2$ и энергии 1.2 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов :



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

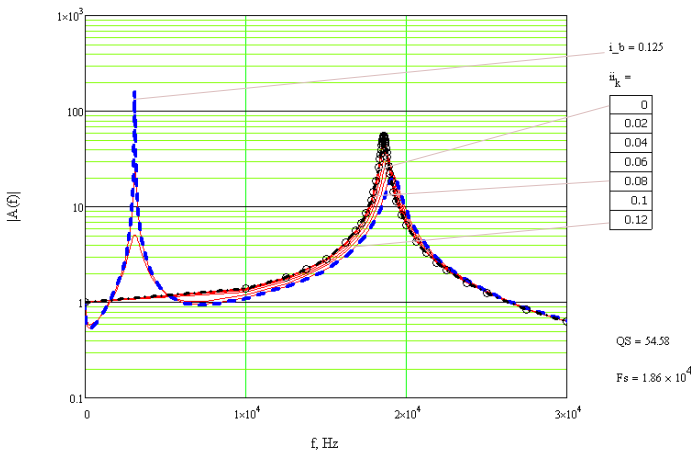
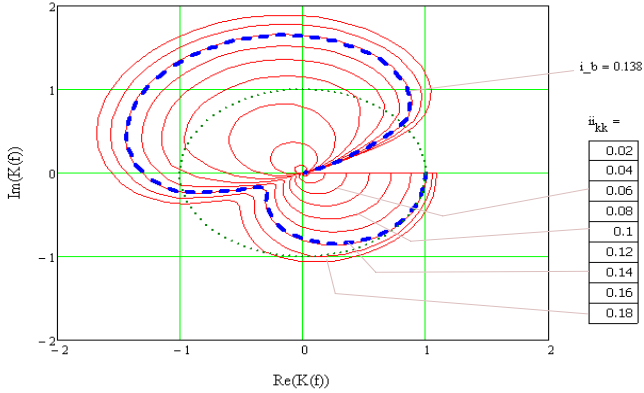


Рис. 4.3а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/2$ и энергии 2.3 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов:



в) резонансные кривые $A(f)$ для разных токов:

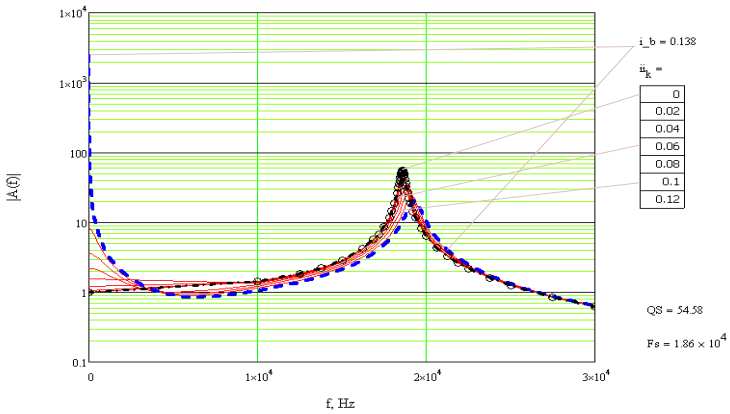


Рис. 4.4а,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/2$ и энергии 2.3 ГэВ, обратные связи выключены (статическая неустойчивость).

Таблица 3

Энергия, ГэВ	Ток, А	Частота, Гц	Kar1	Kar2	Kfr1	Kfr2
0.45	0.02	0	$9.782 \cdot 10^6$	$6.787 \cdot 10^6$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	5.209	3.615	0.153	0.267
	0.2	0	$2.15 \cdot 10^5$	$1.105 \cdot 10^5$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	0.115	0.059	0.018	0.016
1.2	0.05	0	$1.221 \cdot 10^7$	$9.278 \cdot 10^6$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	6.489	4.938	0.155	0.273
	0.5	0	$3.815 \cdot 10^5$	$1.963 \cdot 10^5$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	0.203	0.104	0.031	0.029
2.3	0.05	0	$1.221 \cdot 10^7$	$9.278 \cdot 10^6$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	6.489	4.938	0.155	0.273
	0.5	0	$3.815 \cdot 10^5$	$1.963 \cdot 10^5$	$2.962 \cdot 10^5$	$5.278 \cdot 10^5$
		300	0.203	0.104	0.031	0.029

В таблице 3 приведены модули коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС.

Таким образом, при фидере $\lambda/2$ можно накопить на энергии инжекции 150 мА, а на максимальной энергии можно работать с максимальным током 125 мА. Граничный ток статической неустойчивости 138 мА.

13.3. Результаты расчетов для фидера $\lambda/8$

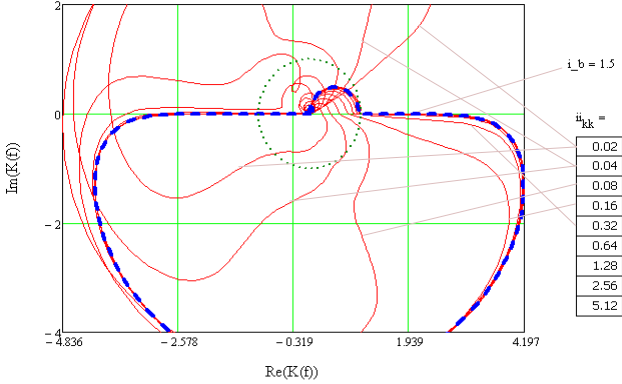
На рис. 5.1 приведены графики для энергии инжекции 0.45 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 0.3 МВ. На этой энергии граничный ток равен 1.5 А (см. рис. 4.1а).

На рис. 5.2 приведены графики для промежуточного значения энергии 1.2 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1 МВ. На этой энергии граничный ток равен 3.5 А (см. рис. 4.2а).

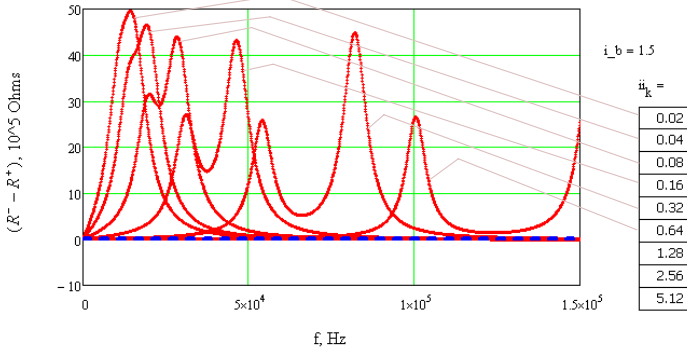
На рис. 5.3 приведены графики для максимальной энергии 2.3 ГэВ. Напряжение на ускоряющих резонаторах 1.5 МВ. На этой энергии граничный ток равен 360 мА (см. рис. 4.3а).

Отметим, что при использовании фидера $\lambda/8$, так же, как и для фидера $\lambda/2$ возможна статическая неустойчивость при разомкнутых цепях обратной связи АРУ и ФА (см. таб.5 ниже, в разделе 13.4).

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов :



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

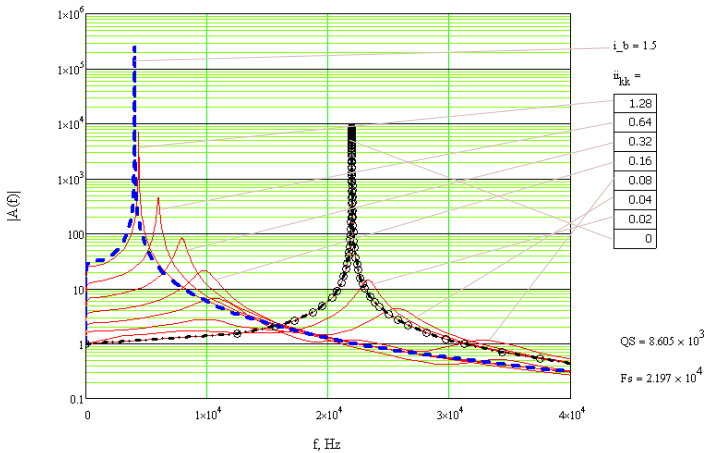
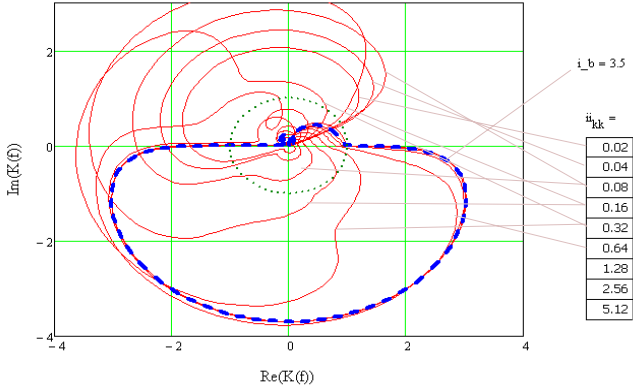
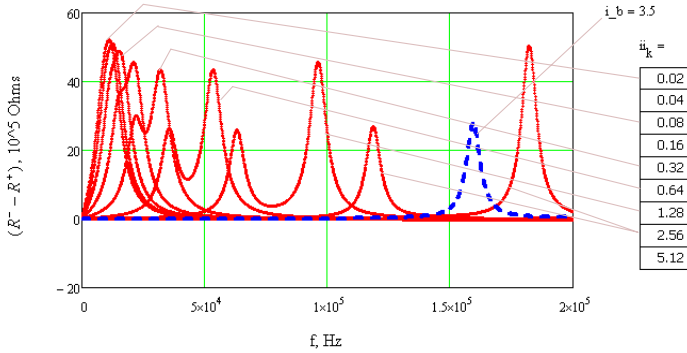


Рис.5.1а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/8$ и энергии 0.45 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов:



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

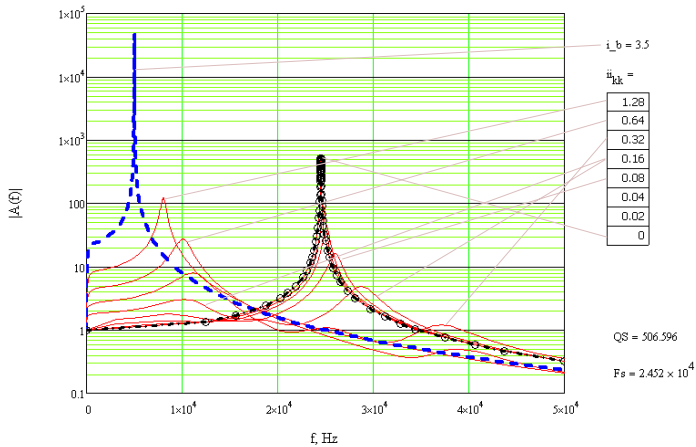
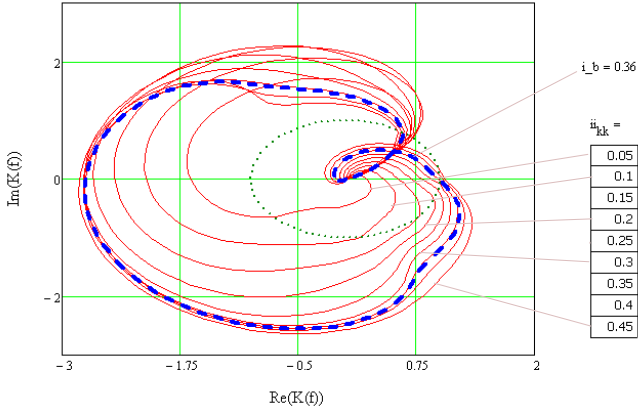
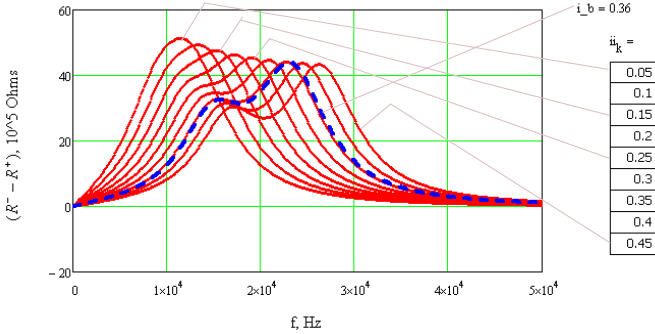


Рис. 5.2а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/8$ и энергии 1.2 ГэВ.

а) годографы коэффициентов усиления для разных токов :



б) зависимости $R^- - R^+$ от частоты модуляции для разных токов:



в) резонансные кривые при замкнутых ОС $A(f)$ для разных токов:

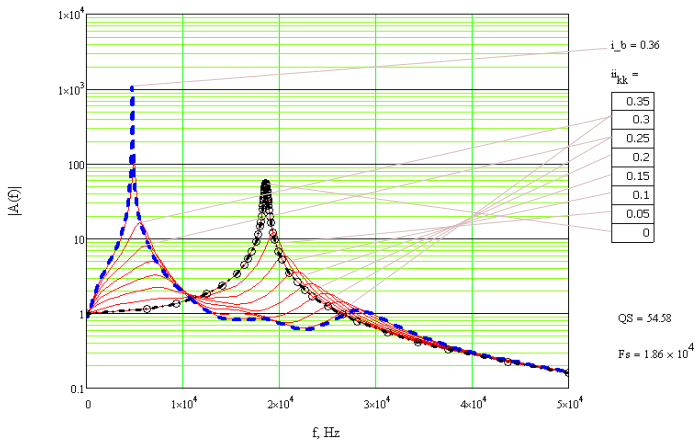


Рис. 5.3а,б,в. Результаты расчетов для фидера $\lambda/8$ и энергии 2.3 ГэВ.

Таблица 4

Энергия, ГэВ	Ток, А	Частота, Гц	Kar1	Kar2	Kfr1	Kfr2
0.45	0.03	0	$6.101 \cdot 10^6$	$4.715 \cdot 10^6$	$1.043 \cdot 10^5$	$1.463 \cdot 10^5$
		300	3.238	2.502	0.055	0.077
	0.3	0	$1.412 \cdot 10^6$	$1.037 \cdot 10^6$	$2.843 \cdot 10^4$	$3.651 \cdot 10^4$
		300	0.749	0.55	0.013	0.017
1.2	0.03	0	$7.894 \cdot 10^6$	$6.296 \cdot 10^6$	$1.322 \cdot 10^5$	$1.917 \cdot 10^5$
		300	4.191	3.341	0.07	0.102
	0.3	0	$3.474 \cdot 10^6$	$2.596 \cdot 10^6$	$16.761 \cdot 10^4$	$9.036 \cdot 10^4$
		300	1.843	1.377	0.035	0.046
2.3	0.03	0	$8.421 \cdot 10^6$	$6.715 \cdot 10^6$	$1.414 \cdot 10^5$	$2.055 \cdot 10^5$
		300	4.471	3.564	0.075	0.109
	0.3	0	$4.545 \cdot 10^6$	$3.094 \cdot 10^6$	$1.132 \cdot 10^5$	$1.553 \cdot 10^5$
		300	2.413	1.642	0.057	0.074

В таблице 4 приведены модули коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС.

Таким образом, при фидере $\lambda/8$ во всем диапазоне энергий можно работать с необходимым током 300 мА.

13.4. Граничные токи в зависимости от коэффициентов усиления обратных связей

В таблице 5 приведены граничные токи в зависимости от коэффициентов усиления обратных связей. Приведены результаты для коэффициентов усиления цепей обратных связей, умноженных на $a=0, 0.1, 0.5, 1, 2$ раза. При $a=0$, то есть при разомкнутых обратных связях, отмечены (как «(ст)») случаи, когда граничный ток определяется статической неустойчивостью, то есть коэффициентом усиления при нулевой частоте возмущения. В столбце $a=1$ для каждого фидера жирным шрифтом выделены граничные токи для всего диапазона энергий.

Таблица 5

Фидер	E, ГэВ	Граничный ток, А				
		a=0	a=0.1	a=0.5	a=1	a=2
$\lambda/4$	0.45	0.0104	0.0101	0.0092	0.0083	0.0068
	1.2	0.19	0.185	0.17	0.155	0.129
	2.3	0.95	0.877	0.69	0.55	0.37
$\lambda/2$	0.45	>100	0.8	0.29	0.2	0.164
	1.2	0.9 (ст)	0.78	0.6	0.5	0.4
	2.3	0.138 (ст)	0.137	0.132	0.125	0.115
$\lambda/8$	0.45	>100	20	8	1.5	1.05
	1.2	34 (ст)	25	6.5	3.5	2.2
	2.3	0.45 (ст)	0.441	0.4	0.36	0.29

14. КПД генератора, мощности, рассеиваемые на анодах ламп

Желательно, чтобы при различных настройках ВЧ системы, обеспечивающих устойчивое движение пучка, при необходимой мощности генератора, мощность, рассеиваемая на анодах, не превышала предельно допустимую для ламп выходного каскада. Для определения режима работы генератора приведены расчеты активной мощности, выдаваемой генератором, полной мощности, потребляемой генератором от выпрямителя, и мощности, рассеиваемой на аноде.

Вычислим мощность, поступающую от генератора в фидер.

Напряжение и ток на входе в фидер вычисляются как

$$\begin{pmatrix} u_{f1} \\ i_{f1} \end{pmatrix} = \hat{A}_{f1} \hat{A}_{c10} \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{f2} \\ i_{f2} \end{pmatrix} = \hat{A}_{f2} \hat{A}_{c20} \begin{pmatrix} u_2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где

$$\hat{A}_{c10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z_{sh1}} & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_{c20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z_{sh2}} & 1 \end{pmatrix},$$

z_{sh1} , z_{sh2} определены в (13), \hat{A}_{f1} , \hat{A}_{f2} – матрицы перехода для фидеров, определенные в разделе 10, u_n см. (10) – комплексная амплитуда напряжения на резонаторе при данных значениях энергии и суммарного напряжения на резонаторах (см. (10)).

При этом полная мощность от генератора, поступающая в фидер, вычисляется как

$$P_{fn} = 0.5 u_{fn} \bar{i}_{fn}, \quad n = 1, 2. \quad (46)$$

Активная мощность, выдаваемая генераторами – это $\text{Re}(P_{fn})$.

Вычислим полную мощность, потребляемую генератором от выпрямителя.

Если максимальный ток от генератора I_m , а угол отсечки 90° , то он имеет постоянную составляющую $I_0 = I_m / \pi$ и переменную составляющую (на несущей частоте) с амплитудой $I_m / 2$, которая равна входному току фидера i_{fn} . Отсюда $I_0 = (2 / \pi) i_{fn}$.

Напряжение источника питания (E_0) и максимальная амплитуда переменного напряжения на аноде ($U_{a \max}$) связаны через коэффициент использования $\xi = U_1 / E_0$, который вычисляется как $\xi = u_g / u_{ar}$ (см. таб. 1). $U_{a \max}$ равно максимальному напряжению на резонаторе данного

канала U_n , так как при максимальной энергии в фидере не должно быть отраженной волны, и амплитуды напряжения на входе ($U_{a \max}$) и выходе (U_n) фидера равны.

Поэтому E_0 выражается как $E_0 = U_{a \max} \cdot u_{ar} / u_g$, а полная мощность, потребляемая генератором от выпрямителя, равна

$$P_{0n} = E_0 I_0 = U_n \frac{u_{ar}}{u_g} \cdot \frac{2|i_{fn}|}{\pi}. \quad (47)$$

Мощность, рассеиваемая на анодах выходного каскада, вычисляется как

$$P_{an} = P_{0n} - \operatorname{Re}(P_{fn}) = \left(\frac{|U_n| u_{ar}}{u_g} \cdot \frac{|i_{fn}| \cdot 2}{\pi} \right) - \operatorname{Re}(0.5 u_{fn} \bar{i}_{fn}), \quad n = 1, 2, \quad (48)$$

где u_{ar} – напряжение анодного питания генератора, u_g – ВЧ напряжение на анодах выходного каскада (см. таб.1).

КПД генератора определяется как

$$\eta_n = \operatorname{Re}(P_{fn}) / P_{0n}, \quad n = 1, 2. \quad (49)$$

15. Заключение

Проведены исследования устойчивости ВЧ системы с фидерами длины $\lambda/4$, $\lambda/2$, $\lambda/8$.

При фидере $\lambda/8$ удастся настроить ВЧ систему так, что она обеспечивает устойчивость тока 0.3 А во всем диапазоне энергий от 0.45 ГэВ до 2.3 ГэВ (рис. 5.1 – 5.3). При этом фазовое движение пучка остается устойчивым, ОС вносит большой декремент колебаний, начиная с малых токов.

Вычисления проводились при жестко заданном распределении напряжений между резонаторами, однако при необходимости, перераспределяя ускоряющее напряжение между первым и вторым каналом, можно будет эффективно управлять вносимым затуханием из-за взаимодействия сгустков ускоряемых электронов с ВЧ системой для когерентных дипольных и квадрупольных фазовых колебаний. Например, на рис. 5.1, если понизить напряжение на резонаторах второго канала, а в первом канале напряжение увеличить (при заданном суммарном напряжении), то на графике $R^- - R^+$ верхний максимум сдвинется вверх, а нижний вниз, при этом увеличатся декременты и дипольных (на частоте F_s), и квадрупольных (на частоте $2F_s$) колебаний, которые возникают из-за

отличий энергии инжекции сгустка от равновесной энергии накопителя и из-за того, что инжектируемый сгусток не попадает в равновесную фазу.

Расчеты проводились для двух вариантов корректирующих цепочек (23) и (24), однако устойчивость во всем диапазоне энергий при заданных параметрах удалось обеспечить только с помощью корректирующих цепочек (23).

При фидере $\lambda/4$, из-за того, что в диапазоне частот дипольных синхротронных колебаний при токах больше нуля $R^- - R^+$ становится меньше нуля, вносится инкремент. На энергии инжекции, при тех же параметрах, что и для фидера $\lambda/8$, предельный накопленный ток 8 мА. Расстройками резонатора выходного каскада (вверх по частоте) и ускоряющего резонатора (вниз по частоте) пороговый ток можно увеличить, однако это увеличение достигается за счет потери КПД генератора, и этот порог меньше 300 мА.

Если длина фидера $\lambda/2$ то при малых токах вносимый декремент мал, при средних увеличивается, а при больших снова уменьшается. Достигается порог накопленного тока 125 мА. Кроме того, при $\lambda/2$ при разомкнутых ОС наблюдается статическая неустойчивость (при $f = 0$ Гц), ее порог 138 мА.

Коэффициенты усиления по цепям ОС при корректирующих цепочках (23) на частоте 300 Гц могут становиться меньше 1 и не подавляют пульсации амплитуды и фазы ускоряющего напряжения на гармониках промышленной частоты. Для того, чтобы ОС могли подавлять эти неустойчивости, в качестве корректирующих цепочек можно применить гребенчатый фильтр, настроенный на гармоники промышленной частоты.

Литература

- [1] *I.K. Sedlyarov, V.S. Arbuзов et al.* Upgrade of the RF System of Siberia-2 Electron Storage Ring / SR Source. WE5PFP015. - Proceedings of the 23rd Particle Accelerator Conference, 4-8 May 2009, Vancouver, British Columbia, Canada (in print).
- [2] *М.М. Карлинер.* Когерентные неустойчивости пучка в электронных накопителях вследствие электромагнитного взаимодействия с окружающей структурой. Части 1-3. // Препринты ИЯФ 74-105, 74-106, 74-107. Новосибирск, 1974.
- [3] *А.А. Красовский, Г.С. Поспелов.* Основы автоматики и технической кибернетики. // Москва - Ленинград, Госэнергоиздат, 1962.
- [4] *И.С. Гоноровский.* Радиотехнические цепи и сигналы. // Москва, Советское радио, 1971.
- [5] *А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев.* Теория циклических ускорителей. // Москва, Физматгиз, 1962.

Оглавление

1. Модернизация ВЧ системы накопителя «Сибирь-2»	3
2. Необходимые максимальные напряжения на резонаторах	3
3. Описание цепей обратной связи	4
4. Последовательность исследования устойчивости ВЧ системы и движения пучка	6
5. Определение коэффициентов передачи цепей обратной связи	7
6. Основные параметры накопителя и ВЧ системы	8
7. Определение ускоряющих напряжений для первого и второго канала по заданному ускоряющему напряжению и заданной энергии электронов	10
8. Настройка резонаторов	11
9. Нормировка коэффициентов передачи звеньев ВЧ системы	13
10. Коэффициенты усиления звеньев цепей обратной связи	14
11. Вычисление коэффициентов усиления разомкнутых цепей ОС	17
11.1 Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по амплитуде, при разомкнутых цепях ОС по фазе и по пучку	18
11.2 Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, без ОС по амплитуде и по пучку	19
11.3 Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС по фазе, при замкнутой цепи ОС по амплитуде, без ОС по пучку	20
11.4 Передаточные функции между индексом фазовой модуляции тока пучка и индексом фазовой модуляции ортогональной составляющей ускоряющего напряжения	21
11.5 Коэффициент усиления разомкнутой цепи ОС пучок – ВЧ система - пучок, при замкнутых цепях ОС по амплитуде и фазе	22
12. Резонансная кривая для синфазных дипольных колебаний сгустков электронов при всех замкнутых цепях ОС	25
13. Результаты расчетов	25
13.1 Результаты для фидера $\lambda/4$	26
13.2 Результаты для фидера $\lambda/2$	30
13.3 Результаты для фидера $\lambda/8$	35
13.4. Граничные токи в зависимости от коэффициентов усиления обратных связей	39
14. КПД генератора, мощности, рассеиваемые на анодах ламп	40
15. Заключение	41
Литература	42

М. Петров, Н.В. Митянина

**Определение параметров ВЧ системы накопителя Сибирь-2,
обеспечивающих устойчивость продольного движения электронов
для синфазных дипольных колебаний**

V.M. Petrov, N.V. Mityanina

**Defining RF system parameters for the Siberia-2 Electron Storage Ring,
ensuring stability of electron longitudinal motion
for synphase dipole oscillations**

ИЯФ 2010-6

Ответственный за выпуск А.В. Васильев
Работа поступила 19.03. 2010 г.

Сдано в набор 20.03. 2010 г.
Подписано в печать 21.03. 2010 г.
Формат 60x90 1/16 Объем 2.7 печ.л., 2.2 уч.-изд.л.
Тираж 90 экз. Бесплатно. Заказ № 6

Обработано на РС и отпечатано
на ротапринтере «ИЯФ им. Г.И. Будкера» СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. Академика Лаврентьева, 11