

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Ордена Ленина Сибирское отделение  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН

А.Д. Букин

ПРОГРАММА КИНЕМАТИЧЕСКОЙ  
РЕКОНСТРУКЦИИ СОБЫТИЙ

ИЯФ 2008-3

НОВОСИБИРСК  
2008

# Программа кинематической реконструкции событий

*А.Д. Бужкин*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера  
630090, Новосибирск, Россия

## Аннотация

В работе описывается алгоритм новой программы кинематической реконструкции событий. Проводится сравнение с популярной программой DONLP2 по скорости счета и качеству реконструкции на примере событий двух процессов:  $ee \rightarrow \pi^0\gamma$  и  $ee \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$ .

## Subroutine for the kinematic reconstruction of events

*A.D. Bukin*

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk, Russia

## Abstract

In the paper the algorithm of a new program for kinematic reconstruction of events is described. A comparison with known program DONLP2 on CPU usage and reconstruction quality is carried out on the example of events of two processes:  $ee \rightarrow \pi^0\gamma$  and  $ee \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$ .

---

# 1 Введение

Кинематическая реконструкция событий является типичной задачей физики элементарных частиц. Параметры частиц в событии всегда измеряются с конечной (и известной) точностью. Из-за конечной точности эти параметры нарушают кинематические связи: закон сохранения энергии–импульса, равенство инвариантной массы нескольких частиц известной массе промежуточной нестабильной частицы, продуктами распада которой они являются. Выбор оптимальных значений параметров, наиболее близких к измеренным значениям, но удовлетворяющих всем кинематическим связям, позволяет улучшить экспериментальное разрешение детектора, а часто и восстановить неизмеренные параметры частиц.

Фактически, проблема сводится к минимизации некоторой функции по параметрам, удовлетворяющим кинематическим связям, т.е. условной минимизации. Известной программой, используемой для этой цели в физике элементарных частиц, является программа DONLP2 [1]. Автором была предпринята попытка [2] использовать программу безусловной минимизации, добавляя к минимизируемой функции «штрафную» функцию, которая гарантирует выполнение кинематических связей, но эта «штрафная» функция сильно усложняет профиль минимизируемой функции, поэтому такой алгоритм не является очевидно предпочтительным.

В данной работе описывается алгоритм новой программы кинематической реконструкции.

## 2 Интерфейс программы BURECON

Вызов программы:

```
call BURECON(Npar, Itmod, Pex, G, Mas, Wtot, Ptot, Nmas, Vmas, IndLis, Ncal, Pth, Vth, Fmin, dCRmax, Iret)
```

Для всех размерных величин должны быть выбраны единицы измерения, в которых и должны измеряться соответствующие величины, например, МэВ или ГэВ.  
**Углы измеряются в радианах!**

где

**integer \*4 Npar** — количество частиц в модели события.

**integer \*4 Itmod(Npar)** — указатели, какая модель описания используется для каждой частицы:

**Itmod(i)=1** . Частица характеризуется полной энергией, углом  $\theta$  и  $\varphi$ , причем угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $z$ ,

**Itmod(i)=2** . Частица характеризуется поперечным импульсом, углом  $\theta$  и  $\varphi$ ,

**Itmod(i)=3** . Частица характеризуется проекциями  $p_x, p_y, p_z$  импульса на координатные оси. Такая параметризация рекомендована для частиц, у которых нет измеренных параметров.

**real \*8 Pex(3,Npar)** — массив описания экспериментально зарегистрированных параметров частиц. Каждая частица описывается набором из трех параметров, соответствующим модели описания Itmod. Параметры, не измеренные в эксперименте, должны все же иметь допустимое значение.

**real \*8 G(3·Npar, 3·Npar)** — ковариационная матрица, описывающая точности измерения и статистические корреляции соответствующих параметров частиц. Если  $x_i$  — измеренное значение параметра, а  $a_i$  — точное значение этого параметра, то  $G(i, i) = \overline{(x_i - a_i)^2}$ ,  $G(i, j) = \overline{(x_i - a_i) \cdot (x_j - a_j)}$ . Если для какого-то параметра положено  $G(i, i) \leq 10^{-10}$ , то данный параметр не измеряется в эксперименте (ошибка равна бесконечности) и соответствующие строка и столбец матрицы G игнорируются.

**real \*8 Mas(Npar)** — значения масс частиц.

**real \*8 Wtot** — полная энергия события.

**real \*8 Ptot(3)** — вектор полного импульса события.

**integer \*4 Nmas** — количество связей, определяемых промежуточными нестабильными частицами.

**real \*8 Vmas(Nmas)** — значения масс промежуточных частиц.

**integer \*4 IndLis(\*)** — список частиц в модели события, являющихся продуктами распада соответствующих промежуточных частиц в следующем формате:

кол-во частиц, на которые распадается первая нестабильная частица, индексы этих частиц в массиве **Pth**(., *i*),

кол-во частиц, на которые распадается вторая нестабильная частица, индексы этих частиц в массиве **Pth**(., *i*),

...

**integer \*4 Ncal** — на входе в программу здесь должно быть задано максимально допустимое количество итераций, на выходе в *Ncal* будет возвращено реально использованное кол-во итераций.

**real \*8 Pth(3,Npar)** — выходной массив параметров частиц после реконструкции для каждой частицы в своей модели описания в соответствии с *Itmod*(*i*).

**real \*8 Vth(4,Npar)** — четырёх-импульсы частиц после реконструкции (три компоненты импульса и полная энергия).

**real \*8 Fmin** — полученное минимальное значение функции правдоподобия.

**real \*8 dCRmax** — наибольшее отклонение по какой-либо кинематической связи (по полной энергии, по компоненте полного импульса или массе нестабильной промежуточной частицы).

**integer \*4 Iret** — код возврата.

Iret = 0 минимизация завершилась успешно,

Iret = 1 не удалось обратить матрицу *G*,

Iret = 2 превышено разрешенное число итераций *Ncal*, выдан текущий результат

Iret = 3 невозможно провести реконструкцию.

В последнем случае программа печатает более развернутое сообщение о проблеме.

Входные параметры: *Npar*, *Itmod*, *Pex*, *G*, *Mas*, *Wtot*, *Ptot*, *Nmas*, *Vmas*, *IndLis*, *Ncal*.

Выходные параметры: *Pth*, *Vth*, *Ncal*, *Fmin*, *dCRmax*.

### 3 Алгоритм минимизации

Минимизация проводится последовательными итерациями. На каждой итерации вычисляется точка предполагаемого минимума. Для того, чтобы это можно было сделать, все величины, входящие в уравнения связи, линеаризуются. Так как значения производных, вычисленных таким образом, правильны только в точке вычисления, то шаг в направлении предполагаемого минимума ограничивается. «Хорошим» шагом итерации назовем такой, когда это ограничение не пришлось применить и очередной шаг (модуль вектора) в направлении минимума оказался или меньше  $10^{-6}$  от суммарной энергии, или меньше  $q = 0.75$  от величины предыдущего шага. Если сделано подряд  $N$  «хороших» шагов, минимум считается достигнутым.

#### 3.1 Минимизируемая функция

Если обозначить вектор оптимизируемых параметров как  $\mathbf{A}$ , вектор их значений, измеренных в эксперименте, как  $\mathbf{A}^{ex}$ , матрицу, обратную к  $\mathbf{G}$ , как  $\mathbf{M}$ , то минимизируемую функцию можно записать в виде

$$F = \frac{1}{2} (\mathbf{A} - \mathbf{A}^{ex})^T \mathbf{M} (\mathbf{A} - \mathbf{A}^{ex}). \quad (1)$$

Здесь вычеркнуты элементы векторов и строки и столбцы матриц, соответствующие неизмеренным параметрам.

Каждая кинематическая связь линеаризуется и соответствует исключению одной из свободных переменных, которая становится функцией остальных переменных.

Во-первых, это закон сохранения импульса

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{kx} &= \mathbf{P}_{tot,x}, \\ \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{ky} &= \mathbf{P}_{tot,y}, \\ \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{kz} &= \mathbf{P}_{tot,z}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{p}_k$  — вектор импульса частицы.

Во-вторых, это закон сохранения энергии:

$$\sum_{k=1}^n E_k = W_{tot}, \quad (3)$$

где  $E_k$  — полная энергия частицы.

Затем каждой промежуточной нестабильной частице ставится в соответствие уравнение связи

$$\left(\sum E_k\right)^2 - \left(\sum \mathbf{p}_k\right)^2 = M_i^2, \quad (4)$$

где суммирование ведется по частицам — продуктам распада. Каждая кинематическая связь эквивалентна исключению одной из переменных. Взяв по оставшимся независимым переменным производные от минимизируемой функции и приравняв их нулю, получим систему линейных уравнений.

### 3.2 Производные от функции по параметрам

Для линеаризации кинематических связей необходимо вычислять производные от энергии и импульса частиц по независимым переменным.

Очевидно, что при независимых параметрах  $p_\perp, \theta, \varphi$

$$\frac{\partial E}{\partial p_\perp} = \frac{p_\perp}{E \sin^2 \theta}, \quad \frac{\partial E}{\partial \theta} = -\frac{p_\perp^2 \cos \theta}{E \sin^3 \theta}, \quad \frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial p_\perp} = \cos \varphi, \quad \frac{\partial p_y}{\partial p_\perp} = \sin \varphi, \quad \frac{\partial p_x}{\partial \theta} = \frac{\partial p_y}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial p_x}{\partial \varphi} = -p_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial \varphi} = p_x, \quad \frac{\partial p_z}{\partial p_\perp} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \quad \frac{\partial p_z}{\partial \theta} = -\frac{p_\perp}{\sin^2 \theta}, \quad \frac{\partial p_z}{\partial \varphi} = 0. \quad (7)$$

При независимых переменных  $E, \theta, \varphi$  производные равны:

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = \frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial p_x}{\partial E} = \frac{E p_x}{p^2}, \quad \frac{\partial p_y}{\partial E} = \frac{E p_y}{p^2}, \quad \frac{\partial p_z}{\partial E} = \frac{E p_z}{p^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial \theta} = \frac{p_x p_z}{p_\perp}, \quad \frac{\partial p_y}{\partial \theta} = \frac{p_y p_z}{p_\perp}, \quad \frac{\partial p_z}{\partial \theta} = -p_\perp, \quad (9)$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial \varphi} = -p_y, \quad \frac{\partial p_y}{\partial \varphi} = p_x, \quad \frac{\partial p_z}{\partial \varphi} = 0 \quad (10)$$

### 3.3 Решение системы уравнений

Решение системы уравнений несколько усложняется наличием связей, обусловленных промежуточными нестабильными частицами, однако это преодолимые технические сложности.

Вначале исключаются переменные, входящие в уравнения связи (по одной переменной на каждую кинематическую связь). В результате получаются два списка переменных — исключенные и оставшиеся свободными. После этого по оставшимся свободными переменным вычисляются производные минимизируемой функции с учетом исключенных переменных и приравняются нулю. Затем решается полученная система линейных уравнений.

## 4 Проверка программы реконструкции на событиях процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$

События процесса будем моделировать отдельной вспомогательной программой, в качестве исходных данных для реконструкции будем использовать только энергию фотона отдачи, а фотоны от распада  $\pi^0$  будем игнорировать. В принципе, это возможная задача — если исследователь хочет определить параметры  $\pi^0$  независимо от того, зарегистрированы ли фотоны распада. Для целей проверки алгоритма реконструкции эта задача привлекательна тем, что здесь велика доля неизмеренных параметров частиц (совсем нет данных про вторую частицу).

Возьмем  $W_{tot} = 1000$  MeV,  $P_{tot} = 625$  MeV/c. И для моделирования, и для функции правдоподобия необходимо знать угловое и энергетическое разрешение фотона. Возьмем  $\sigma_{\theta,\varphi} = 5^\circ$ ,  $\sigma_E = \frac{10}{\sqrt{E/1000 \text{ MeV}}}$  MeV.

Ковариационную матрицу возьмем диагональную:  $G_{11} = \sigma_E^2$ ,  $G_{22} = \sigma_\theta^2$ ,  $G_{33} = \sigma_\varphi^2$ . Чтобы сделать моделирование событий немного более реалистичным, сделаем распределение по измеренным параметрам фотона не чисто Гауссовым с указанными параметрами, а немного искаженными:

$$\frac{dW}{d(x = \theta, \varphi)} = \frac{0.99}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_x^2}} + \frac{0.01}{\sqrt{2\pi}10\sigma_x} e^{-\frac{(x-a)^2}{200\sigma_x^2}}, \quad (11)$$

$$\frac{dW}{dE} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E} e^{-\frac{(u-E_0-\sigma_E)^2}{2\sigma_E^2}} \oplus \frac{1}{\sigma_E} e^{\frac{t}{\sigma_E}} \Big|_{t<0}, \quad (12)$$

где знак  $\oplus$  означает свертку двух распределений:  $E = u + t$ .

Распределение по углам вылета фотона отдачи в системе центра масс  $\pi^0\gamma$  примем изотропным с вырезанными конусами  $\theta = 20^\circ$  вперед-назад вокруг оси, направленной по  $P_{tot}$ .

В результате реконструкции мы получаем минимум функции  $F$  и отклонение восстановленного импульса пиона  $P$  от его истинного значения

$\Delta P = \sqrt{(P - P_{true})^2}$ . Кроме того, качество реконструкции также характеризуется нарушениями связей  $\Delta W_{tot}$ ,  $\Delta P_{tot}$ . Распределения событий по параметрам  $\chi^2 = 2 \cdot F_{min}$ ,  $\Delta P$ ,  $\Delta W_{tot}$ ,  $\Delta P_{tot}$  для разных программ реконструкции (DONLP2, BURECON) приведены на рис. 1, 2, 3 и 4, соответственно. Для программы BURECON на рис. 5 приведено также

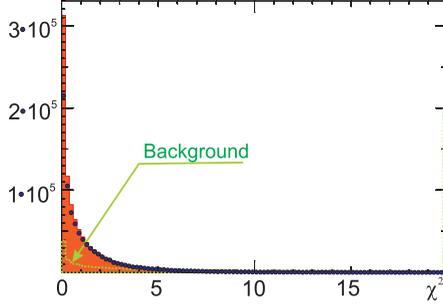


Рис. 1: Распределение по величине  $\chi^2$  (минимизируемая функция  $\min F = \chi^2/2$ ): **гистограмма** – BURECON, **•** – DONLP2, **пунктирная линия** – фоновые события (BURECON).

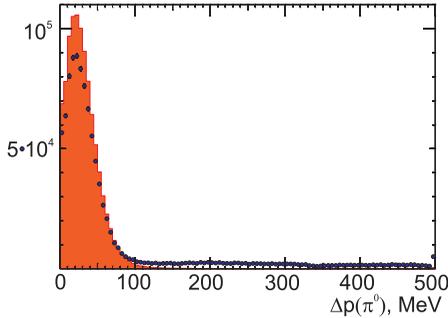


Рис. 2: Распределение по величине отклонения восстановленного импульса  $\pi^0$  от истинного значения: **гистограмма** – BURECON, **•** – DONLP2.

распределение по числу шагов  $N_{cal}$ . Предельное число итераций было установлено  $N_{cal} = 1000$ , из полного числа  $10^6$  событий в 42 случаях процесс минимизации был прекращен из-за достижения этого предела. Коды завершения 1 и 3 не были выданы ни разу. В программе DONLP2 имеется много параметров настройки, а также большой спектр кодов возврата.

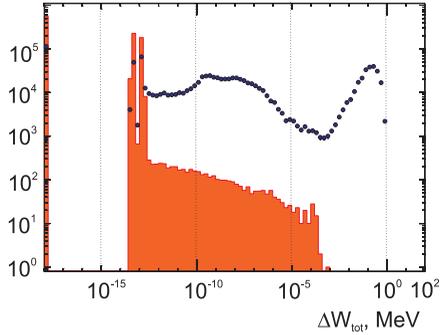


Рис. 3: Распределение по величине  $\Delta W_{tot}$ : гистограмма – BURECON, ● – DONLP2.

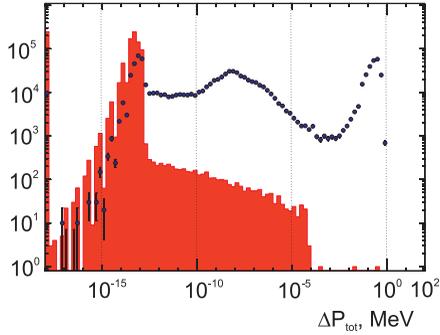


Рис. 4: Распределение по величине  $\Delta P_{tot}$ : гистограмма – BURECON, ● – DONLP2.

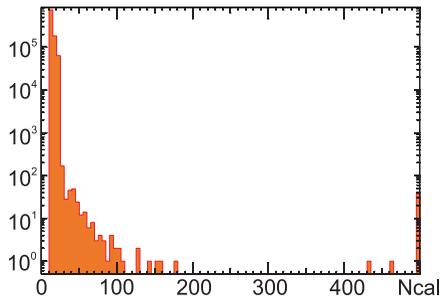


Рис. 5: Распределение по количеству итераций  $N_{cal}$  в программе BURECON при кинематической реконструкции событий  $\pi^0\gamma$

Таблица 1: Распределение по кодам возврата в программе DONLP2

Код возврата	$-10 \div -3$	-2	-1	0	$1 \div 3$	4	$> 4$
Доля, %	0.0	0.01 <sup>a</sup>	0.0	99.98 <sup>b</sup>	0.0	0.013 <sup>c</sup>	0

<sup>a</sup>No acceptable stepsize in [SIGSM,SIGLA]

<sup>b</sup>KT-conditions satisfied, no further correction computed.

<sup>c</sup>Very slow primal progress, singular or illconditioned problem.

При значениях параметров настройки, заданных по умолчанию, распределение по значению кода возврата приведено в табл. 1. Нормальный код возврата — 0, встречается для данной минимизации в подавляющем числе случаев. Код «-2», расшифровывается как «невозможность выбрать очередной шаг в разрешенном интервале (SigSM,SigLA)». Заданный интервал по умолчанию  $SigSM = 1.5 \cdot 10^{-8}$ ,  $SigLA = 2048$  представляется приемлемым для данной задачи. Код завершения «4» расшифровывается, как «очень медленная сходимость, вырожденная или плохо определенная задача». Можно было бы попытаться менять начальную точку для минимизации, чтобы еще улучшить ситуацию, но тогда это было бы несправедливо для программы BURECON, для которой такой подстройки не производилось.

Простая конфигурация события позволяет провести кинематическую реконструкцию другим способом — уменьшением независимых переменных и исключением кинематических связей. Независимыми переменными останутся углы вылета фотона в системе центра масс. В таком подходе законы сохранения энергии-импульса автоматически выполняются, и для минимизации можно использовать программы безусловной минимизации. Полученное таким образом значение функции обозначим  $F_{true}$ , а

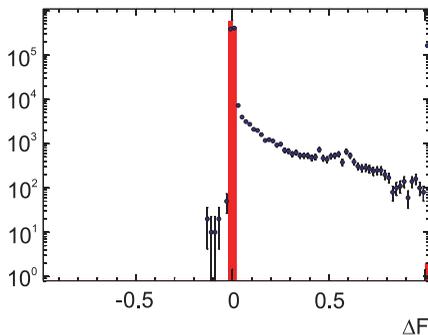


Рис. 6: Распределение по величине  $\Delta F$ : гистограмма – BURECON, ● – DONLP2.

отклонение от него других результатов —  $\Delta F$ . Естественно, отрицательное значение этого отклонения тоже недопустимо, хотя формально это может как бы повышать эффективность регистрации событий. На рис. 6 приведено распределение событий по отклонению полученной функции правдоподобия от точного значения.

В реальных экспериментах распределение событий по функции правдоподобия не имеет большого значения без сравнения с распределением фоновых событий по этому же параметру. Для нашей цели проверки алгоритма будем генерировать абстрактные «фоновые» события точно так же, как события эффекта, только в конце подменим угол  $\theta$  фотона в лабораторной системе на случайный угол с равномерным распределением  $\cos \theta$  в интервале ( $\cos 160^\circ, \cos 20^\circ$ ).

В табл. 2 для разных алгоритмов реконструкции приведены данные о быстродействии и качестве реконструкции.

Таблица 2: Быстродействие и качество алгоритмов реконструкции

Параметр	Название программы или алгоритма	
	DONLP2	BURECON
Кол-во событий эффекта	$10^5$	$10^6$
$T_{CPU}$ , сек	134	165
$\epsilon(F < 2), \%$	76.52	91.74
$\epsilon(F < 10), \%$	84.69	99.41
$\epsilon(\Delta P < 50 \text{ MeV}), \%$	65.85	78.77
$\max \Delta P_{tot}$ , MeV	0.94	0.29
$\epsilon(\Delta P_{tot} < 0.1 \text{ MeV}), \%$	82.31	99.9999
$\max \Delta W_{tot}$ , MeV	0.97	$8.6 \cdot 10^{-4}$
$\epsilon(\Delta W_{tot} < 0.1 \text{ MeV}), \%$	87.24	100
$\min \Delta F$	-0.139	-0.00048
$\max \Delta F$	293.4	32.39
Кол-во событий фона	$10^5$	$10^6$
$T_{CPU}$ , сек	111	177
$\epsilon(F < 2), \%$	14.2	17.2
$\epsilon(F < 10), \%$	30.5	36.1
$\epsilon(\Delta P < 50 \text{ MeV}), \%$		Не определено
$\max \Delta P_{tot}$ , MeV	0.815	0.00050
$\epsilon(\Delta P_{tot} < 0.1 \text{ MeV}), \%$	89.4	100
$\max \Delta W_{tot}$ , MeV	0.805	$1.6 \cdot 10^{-4}$
$\epsilon(\Delta W_{tot} < 0.1 \text{ MeV}), \%$	92.5	100
$\min \Delta F$	-0.19	-0.91
$\max \Delta F$	340.1	$9.0 \cdot 10^{-5}$

## 5 Проверка программы реконструкции на событиях процесса $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \eta\pi^0\pi^+\pi^-$ , $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ , $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

Используем для изучения характеристик программы BURECON и сравнения ее с программой DONLP2 события моделирования данного процесса для эксперимента с детектором СНД [3] на коллайдере ВЭПП-2М [4]. В этих событиях, при условии что все частицы зарегистрированы, в конечном состоянии имеются две заряженные частицы и шесть фотонов.

Поскольку детектор СНД не имеет магнитного поля, то импульсы заряженных частиц не измеряются. Полное количество параметров, которыми описывается вся система восьми конечных частиц, равно 24. В эксперименте измеряется 22 параметра. Для кинематической реконструкции используются четыре закона сохранения энергии-импульса и известные значения инвариантных масс трех пар фотонов от распадов  $\pi^0$  и  $\eta$  мезонов. Инвариантную массу продуктов распада  $\eta'$ -мезона не будем фиксировать, так как система уже и так достаточно переопределена (при 22 измеренных значениях имеется  $(24 - 4 - 3) = 17$  свободных параметров). Это позволит определять уровень фона от событий, которые имеют такой же набор зарегистрированных конечных частиц, но в которых не было распада  $\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ . Определять, какие фотоны произошли от распада какой частицы, будем перебором разных комбинаций конечных фотонов в разные промежуточные частицы, добываясь минимального значения функции правдоподобия. При регистрации фотонов возможны эффекты «расщепления» фотонов, которые приводят к ложному завышению числа фотонов. Для уменьшения этого эффекта будем, в случае превышения зарегистрированного числа фотонов над необходимым в данном процессе числом 6, пытаться отбросить «плохие» фотоны таким образом, чтобы оставшиеся фотоны наилучшим образом соответствовали изучаемому процессу.

Из 25000 намоделированных событий  $\eta'\pi^+\pi^-$  только 1838 событий имели промежуточные распады, указанные в начале раздела. А из этих событий только 1333 события имели две зарегистрированные заряженные частицы, и только в 353 событиях было зарегистрировано и нужное число фотонов — шесть или больше. Все следующие данные будут получены на этих 353 событиях. Малая статистика не скажется на точности сравнения программ реконструкции, так как и для BURECON, и для DONLP2 используются одни и те же события, а процесс реконструкции не содержит случайных величин. В этих 353 событиях в целях выбора

правильной конфигурации события реконструкцию пришлось проводить 3599 раз. Хотя полное число возможных комбинаций составляет 32625, большая часть из них отсеивается условиями на измеренные инвариантные массы  $\eta$ - и  $\pi^0$ -мезонов. Принятая для детектора СЧД параметризация частиц — полная энергия и два угла  $\theta$  и  $\varphi$ . Поэтому первое сравнение алгоритмов проведем в этой параметризации.

## 5.1 Параметризация всех частиц — полная энергия и два угла

Распределение по коду завершения приведено в следующей таблице:

Код	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
BURECON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DONLP2	0	0	0	0	0	0	0	0	933 <sup>a</sup>	852 <sup>b</sup>	11 <sup>c</sup>

Код	0	1	2	3	4	5	6	7
BURECON	1665	0	1934	0	0	0	0	0
DONLP2	1802 <sup>d</sup>	1 <sup>e</sup>	0	0	0	0	0	0

<sup>a</sup>More than MAXIT iteration steps

<sup>b</sup>No acceptable stepsize in [SIGSM,SIGLA]

<sup>c</sup>Small correction from QP. Infeasible point.

<sup>d</sup>KT-conditions satisfied, no further correction computed.

<sup>e</sup>Computed correction small. Regular case.

Более половины заходов реконструкции программы BURECON были прерваны по достижении ограничения на число итераций (10000). При этом может быть еще недостаточный уровень выполнения кинематических уравнений связи. Может оказаться, что скорость сходимости зависит от того, «правильная» комбинация обрабатывается или нет. Для «правильных» комбинаций (то есть тех, которые соответствуют минимальным значениям функции правдоподобия), распределение по максимальному нарушению уравнения связи приведено на рис. 7, распределение по количеству итераций — на рис. 8.

Видно, что для большинства событий «правильная» комбинация быстро реконструируется и с небольшими нарушениями уравнений связи. Двумерное распределение для «правильных» комбинаций представлено на рис. 9.

Процесс  $\eta'\pi\pi$  — более сложный для реконструкции, чем ранее рассмотренный  $\pi^0\gamma$ , поэтому здесь мы не имеем возможности вычислить «истинный минимум» функции правдоподобия. Зато здесь есть другой

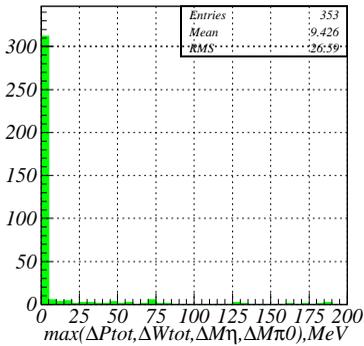


Рис. 7: Распределение событий по величине максимального нарушения уравнения связи ( $\Delta P_{tot}, \Delta W_{tot}, \Delta M_{\eta}, \Delta m_{\pi^0}$ ) (программа BURECON).

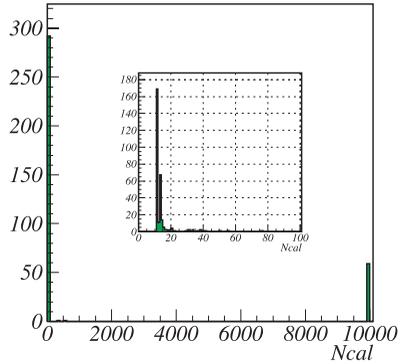


Рис. 8: Распределение событий по количеству итераций в той конфигурации события, которая дает минимум функции правдоподобия (программа BURECON).

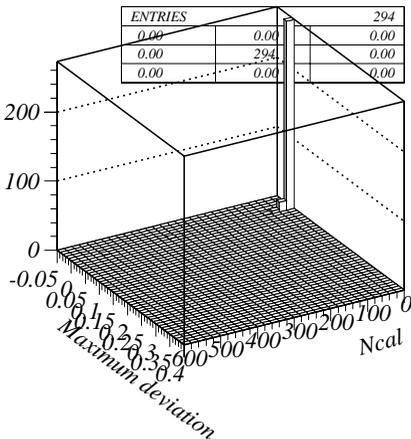


Рис. 9: Двумерное распределение событий по числу итераций при реконструкции «правильной» комбинации частиц – той, где получено минимальное значение функции правдоподобия, – и по максимальному нарушению уравнений связи в этой реконструкции.

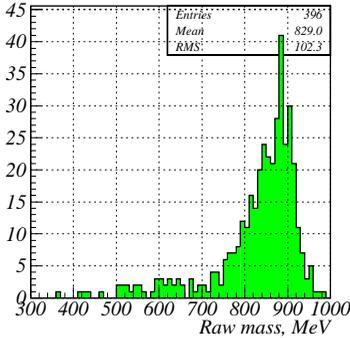


Рис. 10: Распределение событий моделирования  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$  по инвариантной массе системы из шести фотонов, вычисленной только по измеренным параметрам фотонов

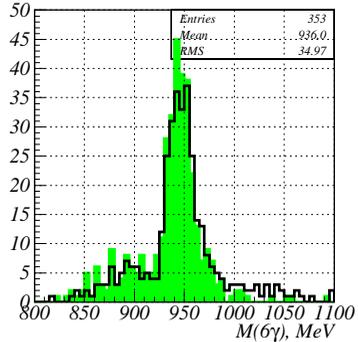


Рис. 11: Распределение по инвариантной массе шести фотонов с параметрами, полученными в процедуре реконструкции (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

критерий для определения качества реконструкции — инвариантная масса системы шести конечных фотонов. Распределение по «сырой» инвариантной массе (вычисленной только по измеренным характеристикам фотонов) приведено на рис. 10. Ширину распределения  $S_{1/2}$  будем определять «по вероятности»: с левого края распределения и с правого определим границы  $C_{high}$  и  $C_{low}$ , за которые выпадают по 25% событий. Соответственно, в центральной части распределения останется 50% событий. Расстояние между этими границами назовем шириной распределения  $S_{1/2} = C_{high} - C_{low}$ . Для распределения по «сырой» массе  $S_{1/2} = 892.4 - 802.7 = 89.7$  МэВ. Распределение по инвариантной массе шести фотонов для событий моделирования  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$ , в которых зарегистрированы две заряженные и шесть или больше нейтральных частиц, приведено на рис. 11. Кинематическая реконструкция выполнялась дважды: программой BURECON и DONLP2.

Одним из важных требований к программе реконструкции является высокая точность выполнения законов сохранения энергии-импульса и совпадение инвариантных масс продуктов распада нестабильных промежуточных частиц. На рис. 12 и 13 приведены распределения по величине отклонения полного импульса и энергии от заданного значения. Рис. 14 и 15 демонстрируют отклонения инвариантных масс пар фотонов от заданных значений.

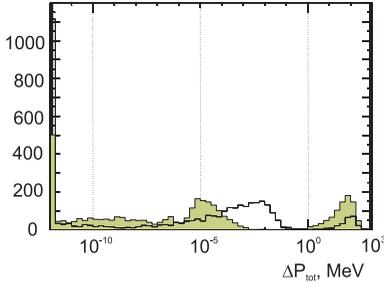


Рис. 12: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полного импульса восьми частиц от нуля. Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

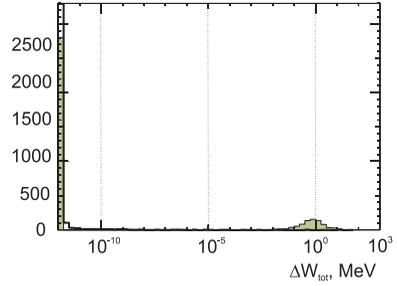


Рис. 13: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полной энергии восьми частиц от заданного значения 1380 МэВ. Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

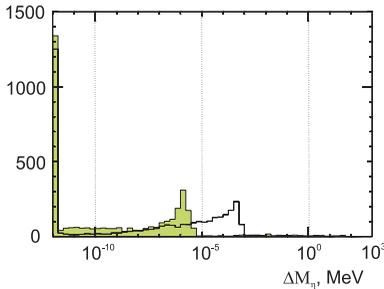


Рис. 14: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_\eta$  инвариантной массы фотонов распада  $\eta$ -мезона от  $m_\eta$ . Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

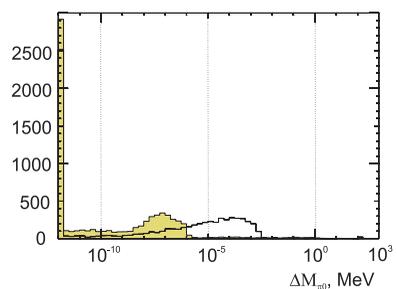


Рис. 15: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_{\pi^0}$  инвариантной массы фотонов распада  $\pi^0$ -мезона от  $m_{\pi^0}$ . Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

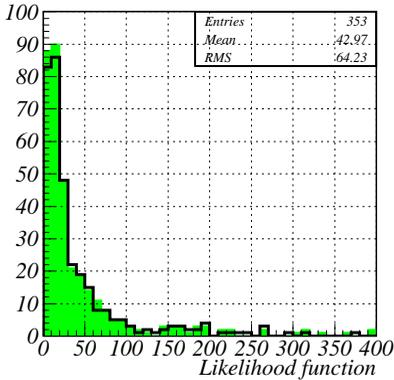


Рис. 16: Распределение событий по функции правдоподобия (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

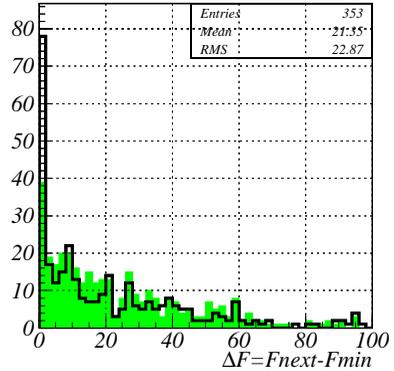


Рис. 17: Распределение событий по  $\Delta F$  – разности функций правдоподобия для лучшей комбинации и ближайшей к ней (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

Во всех событиях, имеющих два заряженных трека и шесть или больше фотонов, процедуру реконструкции приходилось запускать много раз, так как заранее не ясно, какие фотоны получились от распада какой частицы. Окончательный выбор производился по значению логарифмической функции правдоподобия  $F$  – оставлялась комбинация с минимальным значением функции. Распределение событий по значению  $F$  приведено на рис. 16. Некоторое представление о надежности выбора правильной комбинации таким способом может дать распределение по разности функций  $\Delta F$  для лучшей комбинации и ближайшей к ней (рис. 17).

Некоторые количественные характеристики реконструкции приведены в табл. 3. Работу обоих алгоритмов нельзя назвать идеальной. Основное отличие – программа DONLP2 сначала движется к ближайшей точке, где выполняются все уравнения связи, а потом уже движется к минимуму функции, в то время как BURECON сразу пытается двигаться к точке, где находится минимум функции при выполнении уравнений связи, – хорошо проявляется в результатах. Уравнения связи по полному импульсу и энергии лучше выполнены в программе DONLP2 (рис.12, 13), по какой-то причине немного лучше выполнены уравнения связи по инвариантным массам в программе BURECON (рис.14, 15), и сходимость к минимуму функции немного лучше у программы BURECON (рис. 11, 16, в табл.3 величины  $\epsilon(F < 50)$ ,  $\epsilon(F < 200)$ ,  $S_{1/2}$ ). Кстати,  $\epsilon(F < F_0)$  означа-

Таблица 3: Некоторые количественные характеристики процедур реконструкции программами DONLP2 и BURECON.

Параметр	DONLP2	BURECON
Количество событий $\eta'\pi^+\pi^-$	25000	25000
из них событий $\pi^+\pi^-6\gamma$	1838	1838
из них событий с двумя заряженными треками и шестью и более зарегистрированными фотонами	353	353
Полное кол-во вызовов процедуры реконструкции	3599	3599
$T_{CPU}$ , сек	1257	1469 (22)
$\epsilon(F < 50)$ , %	73.1	75.4 (75.4)
$\epsilon(F < 200)$ , %	91.2	93.8 (93.8)
$C_{low}$ , МэВ	931.2	928.1 (928.1)
$C_{high}$ , МэВ	959.8	952.1 (952.1)
$S_{1/2}$ , МэВ	28.6	24.0 (24.0)
$\max \Delta P_{tot}$ , МэВ	972.7	476.6 (476.6)
$\epsilon(\Delta P_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	92.8	76.7 (57.2)
$\max \Delta W_{tot}$ , МэВ	32.1	18.8 (146.0)
$\epsilon(\Delta W_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	99.7	80.2 (79.7)
$\max \Delta m_\eta$ , МэВ	190.28	12.4 (5.7)
$\max \Delta m_{\pi^0}$ , МэВ	135.0	5.9 (4.2)

ет долю от числа событий  $N_g = 353$ , а  $\epsilon(\Delta P_{tot}, \Delta W_{tot})$  означает долю от полного числа 3599 запусков процедуры реконструкции. Неожиданным оказался сравнительно плохой результат по времени счета у программы BURECON. Однако, распределение по числу итераций на рис. 8 проясняет ситуацию: для некоторых событий сходимость становится очень плохой, и время процессора тратится «впустую» вблизи минимума (предел на число итераций был установлен  $\max N_{cal} = 10^4$ ). В принципе, можно исследовать возможности по улучшению сходимости или по изменению критерия достижения минимума, но проще всего изменить предел на количество итераций. Хорошим пределом мог быть  $\max N_{cal} = 1000$ , но чтобы усилить эффект, примем  $\max N_{cal} = 100$ . Время счета программы BURECON при этом стало 22 сек. Все остальные величины в таблице для этого режима указаны в скобках. Хотя изменения заметны, но основные величины не изменились. Это является следствием того, что плохая сходимость наблюдалась, в основном, для «плохих» комбинаций, которые

потом отбраковывались.

Для того, чтобы сравнить работу алгоритмов в другой параметризации частиц, изменим набор параметров для нейтральных частиц.

## 5.2 Параметризация всех частиц — поперечный импульс и два угла

Такую параметризацию мы можем ввести для всех частиц, хотя для заряженных частиц поперечный импульс не будет измерен. Для заряженных частиц поэтому ковариационная матрица будет диагональной, а для нейтральных частиц появятся недиагональные элементы. Целью этой работы, в первую очередь, является проверка работы программы BURECON в этом режиме, так как в некоторых местах будут работать другие ветви программы. Кроме того, при другой параметризации частиц может быть другая сходимость программы к минимуму, что тоже представляет интерес. В предыдущей модели у нейтральных частиц измерялись энергия с точностью  $\sigma_E$ , углы  $\theta$  и  $\varphi$  с точностью  $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$ , и корреляцией мы пренебрегали. Теперь для всех фотонов мы используем независимые параметры  $p_\perp, \theta, \varphi$  (itmod=2):

$$p_\perp = E \sin \theta \implies \begin{cases} G_{xx} = \sigma_e^2 \sin^2 \theta + E^2 \sigma_\theta^2 \cos^2 \theta, \\ G_{yy} = \sigma_\theta^2, \\ G_{zz} = \sigma_\varphi^2, \\ G_{xy} = E \sigma_\theta^2 \cos \theta, \\ G_{xz} = 0, \\ G_{yz} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Для образования минимизируемой функции от каждого фотона вычисляется его вклад

$$\Delta F = \frac{1}{2} \Delta P^T A \Delta P, \quad (14)$$

где  $\Delta P$  — отклонение измеренного импульса фотона от «теоретического», а матрица

$$A = G^{-1} = \begin{cases} A_{11} = \frac{1}{\sigma_e^2 \sin^2 \theta}, \\ A_{22} = \frac{E^2 \cos^2 \theta}{\sigma_e^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\sigma_\theta^2}, \\ A_{33} = \frac{1}{\sigma_\varphi^2}, \\ A_{12} = -\frac{E \cos \theta}{\sigma_e^2 \sigma_\theta^2}, \\ A_{13} = 0, \\ A_{23} = 0, \\ A_{21} = A_{12}, A_{31} = A_{13}, A_{32} = A_{23}. \end{cases} \quad (15)$$

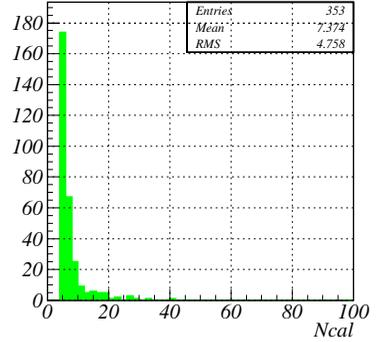
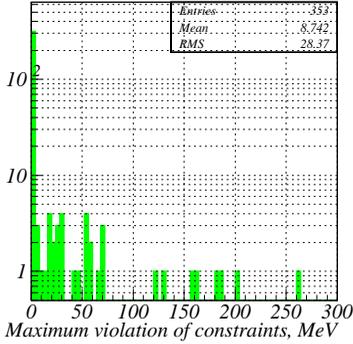


Рис. 18: Распределение событий по величине максимального нарушения уравнения связи ( $\Delta P_{tot}$ ,  $\Delta W_{tot}$ ,  $\Delta M_{\eta}$ ,  $\Delta m_{\pi^0}$ ) (программа BURECON).

Рис. 19: Распределение событий по количеству итераций в той конфигурации события, которая дает минимум функции правдоподобия (программа BURECON).

Распределение по коду завершения приведено в следующей таблице:

Код	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
BURECON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DONLP2	0	0	0	0	0	0	0	0	202 <sup>a</sup>	69 <sup>b</sup>	0

Код	0	1	2	3	4	5	6	7
BURECON	1979	0	1620	0	0	0	0	0
DONLP2	3327 <sup>c</sup>	0	0	0	0	1 <sup>d</sup>	0	0

<sup>a</sup>More than MAXIT iteration steps

<sup>b</sup>No acceptable stepsize in [SIGSM,SIGLA]

<sup>c</sup>KT-conditions satisfied, no further correction computed.

<sup>d</sup>More than Nreset small corrections in x

На этот раз в программе BURECON предельное число итераций было установлено  $\max N_{cal} = 1000$ , хотя можно было бы понизить это число в несколько раз. Для «правильных» комбинаций (то есть тех, которые соответствуют минимальным значениям функции правдоподобия), распределение по максимальному нарушению уравнения связи приведено на рис. 18, распределение по количеству итераций — на рис. 19.

Распределение по инвариантной массе шести фотонов для событий моделирования  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$ , в которых зарегистрированы

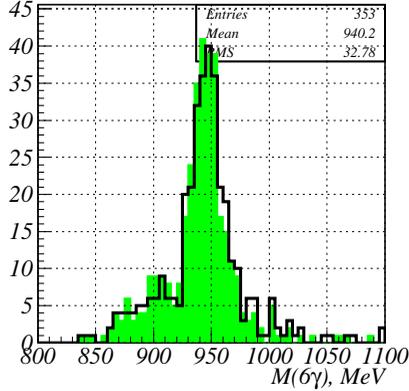


Рис. 20: Распределение по инвариантной массе шести фотонов с параметрами, полученными в процедуре реконструкции (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

две заряженные и шесть или больше нейтральных частиц, приведено на рис. 20. Кинематическая реконструкция выполнялась дважды: программой BURECON и DONLP2. На рис. 21 и 22 приведены распределения по величине отклонения полного импульса и энергии от заданного значения. Рис. 23 и 24 демонстрируют отклонения инвариантных масс пар фотонов от заданных значений.

Распределение событий по значению  $F$  приведено на рис. 25.

Некоторое представление о надежности выбора правильной комбинации таким способом может дать распределение по разности функций  $\Delta F$  для лучшей комбинации и ближайшей к ней (рис. 26).

Количественные характеристики реконструкции приведены в табл. 4.

Для того, чтобы сравнить работу алгоритмов еще в одной параметризации частиц, изменим набор параметров для нейтральных частиц,

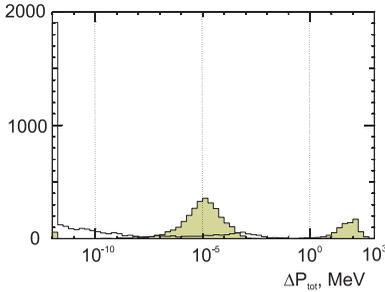


Рис. 21: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полного импульса восьми частиц от нуля. Залитая гистограмма — BURECON, пустая — DONLP2.

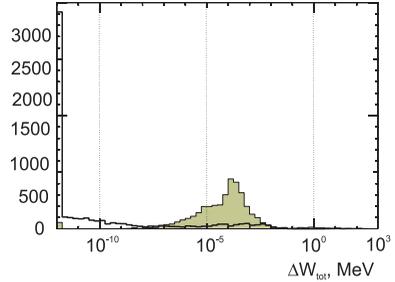


Рис. 22: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полной энергии восьми частиц от заданного значения 1380 МэВ. Залитая гистограмма — BURECON, пустая — DONLP2.

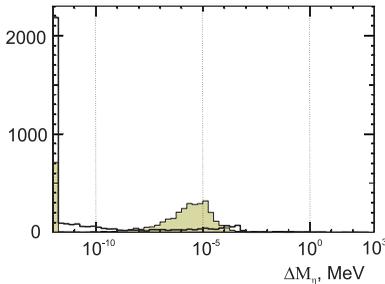


Рис. 23: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_\eta$  инвариантной массы фотонов распада  $\eta$ -мезона от  $m_\eta$ . Залитая гистограмма — BURECON, пустая — DONLP2.

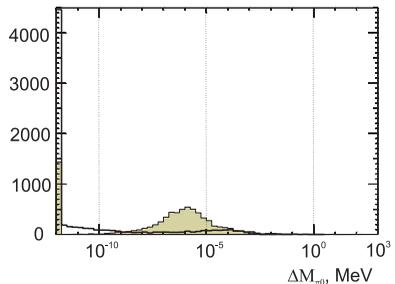


Рис. 24: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_{\pi^0}$  инвариантной массы фотонов распада  $\pi^0$ -мезона от  $m_{\pi^0}$ . Залитая гистограмма — BURECON, пустая — DONLP2.

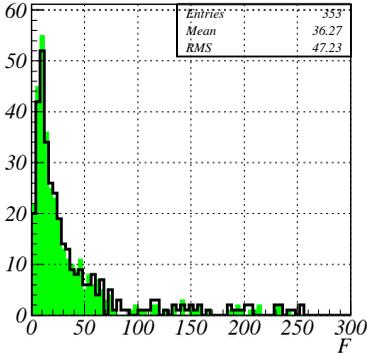


Рис. 25: Распределение событий по функции правдоподобия (заполненная гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

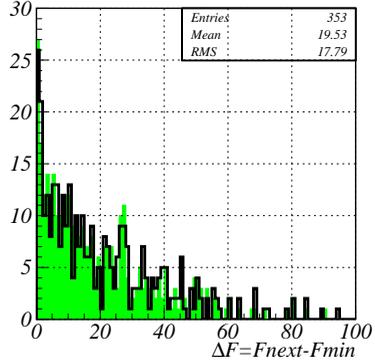


Рис. 26: Распределение событий по  $\Delta F$  – разности функций правдоподобия для лучшей комбинации и ближайшей к ней (заполненная гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

Таблица 4: Некоторые количественные характеристики процедур реконструкции программами DONLP2 и BURECON.

Параметр	DONLP2	BURECON
Количество событий $\eta^+\pi^+\pi^-$	25000	25000
из них событий $\pi^+\pi^-\gamma$	1838	1838
из них событий с двумя заряженными треками и шестью и более зарегистрированными фотонами	353	353
Полное кол-во вызовов процедуры реконструкции	3599	3599
$T_{CPU}$ , сек	705	156
$\epsilon(F < 50)$ , %	77.6	80.2
$\epsilon(F < 200)$ , %	96.0	97.2
$C_{low}$ , МэВ	929.9	928.3
$C_{high}$ , МэВ	957.2	954.0
$S_{1/2}$ , МэВ	27.3	25.7
$\max \Delta P_{tot}$ , МэВ	9.4	593.7
$\epsilon(\Delta P_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	99.7	79.0
$\max \Delta W_{tot}$ , МэВ	40.8	283.7
$\epsilon(\Delta W_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	99.7	97.9
$\max \Delta m_\eta$ , МэВ	4.9	389.6
$\max \Delta m_{\pi^0}$ , МэВ	1.9	107.5

### 5.3 Параметризация нейтральных частиц — проекции импульса $p_x, p_y, p_z$

Для заряженных частиц оставим параметризацию в виде энергии и двух углов — мы не можем использовать описание частиц в виде проекций импульса, так как тогда соответствующие элементы ковариационной матрицы были бы бесконечными, а коэффициент корреляции — 100%. Поэтому изменим параметризацию только для нейтральных частиц. Целью этой работы, в первую очередь, является проверка работы программы BURECON в этом режиме, так как в некоторых местах будут работать другие ветви программы. Кроме того, при другой параметризации частиц может быть другая сходимость программы к минимуму, что тоже представляет интерес. В предыдущей модели у нас измерялись энергия с точностью  $\sigma_E$ , углы  $\theta$  и  $\varphi$  с точностью  $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$ , и корреляцией мы пренебрегали. Теперь для всех фотонов мы используем независимые параметры  $p_x, p_y, p_z$  (itmod=3):

$$\left. \begin{array}{l} p_x = E \sin \theta \cos \varphi \\ p_y = E \sin \theta \sin \varphi \\ p_z = E \cos \theta \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_{xx} = \sigma_e^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \\ \quad + E^2 [\sigma_\theta^2 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sigma_\varphi^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi], \\ G_{yy} = \sigma_e^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \\ \quad + E^2 [\sigma_\theta^2 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi + \sigma_\varphi^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi], \\ G_{zz} = \sigma_e^2 \cos^2 \theta + E^2 \sigma_\theta^2 \sin^2 \theta, \\ G_{xy} = [\sigma_e^2 \sin^2 \theta + \\ \quad + E^2 (\sigma_\theta^2 \cos^2 \theta - \sigma_\varphi^2 \sin^2 \theta)] \sin \varphi \cos \varphi, \\ G_{xz} = (\sigma_e^2 - E^2 \sigma_\theta^2) \sin \theta \cos \theta \cos \varphi, \\ G_{yz} = (\sigma_e^2 - E^2 \sigma_\theta^2) \sin \theta \cos \theta \sin \varphi. \end{array} \right. \quad (16)$$

Для образования минимизируемой функции от каждого фотона вычисляется его вклад

$$\Delta F = \frac{1}{2} \Delta P^T A \Delta P, \quad (17)$$

где  $\Delta P$  — отклонение измеренного импульса фотона от «теоретического»,

а матрица

$$A = G^{-1} = \begin{cases} A_{11} = \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{\sigma_e^2} + \frac{\cos^2 \varphi \cos^2 \theta}{E^2 \sigma_\theta^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{E^2 \sin^2 \theta \sigma_\varphi^2}, \\ A_{22} = \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi}{\sigma_e^2} + \frac{\sin^2 \varphi \cos^2 \theta}{E^2 \sigma_\theta^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{E^2 \sin^2 \theta \sigma_\varphi^2}, \\ A_{33} = \frac{\cos^2 \theta}{\sigma_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{E^2 \sigma_\theta^2}, \\ A_{12} = \left[ \frac{\sin^2 \theta}{\sigma_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{E^2 \sigma_\theta^2} - \frac{1}{E^2 \sin^2 \theta \sigma_\varphi^2} \right] \sin \varphi \cos \varphi, \\ A_{13} = \left[ \frac{1}{\sigma_e^2} - \frac{1}{E^2 \sigma_\theta^2} \right] \sin \theta \cos \theta \cos \varphi, \\ A_{23} = \left[ \frac{1}{\sigma_e^2} - \frac{1}{E^2 \sigma_\theta^2} \right] \sin \theta \cos \theta \sin \varphi, \\ A_{21} = A_{12}, A_{31} = A_{13}, A_{32} = A_{23}. \end{cases} \quad (18)$$

Распределение по коду завершения приведено в следующей таблице:

Код	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
BURECON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DONLP2	0	0	0	0	0	0	0	0	24 <sup>a</sup>	3 <sup>b</sup>	0

Код	0	1	2	3	4	5	6	7
BURECON	1841	0	1758	0	0	0	0	0
DONLP2	3572 <sup>c</sup>	0	0	0	0	0	0	0

<sup>a</sup>More than MAXIT iteration steps

<sup>b</sup>No acceptable stepsize in [SIGSM,SIGLA]

<sup>c</sup>KT-conditions satisfied, no further correction computed.

На этот раз в программе BURECON предельное число итераций было установлено  $\max N_{cal} = 1000$ , хотя можно было бы понизить это число в несколько раз. Для «правильных» комбинаций (то есть тех, которые соответствуют минимальным значениям функции правдоподобия), распределение по максимальному нарушению уравнения связи приведено на рис. 27, распределение по количеству итераций — на рис. 28.

Распределение по инвариантной массе шести фотонов для событий моделирования  $e^+e^- \rightarrow \eta^+\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ , в которых зарегистрированы две заряженные и шесть или больше нейтральных частиц, приведено на рис. 29. Кинематическая реконструкция выполнялась дважды: программой BURECON и DONLP2.

На рис. 30 и 31 приведены распределения по величине отклонения полного импульса и энергии от заданного значения. Рис. 32 и 33 демонстрируют отклонения инвариантных масс пар фотонов от заданных значений.

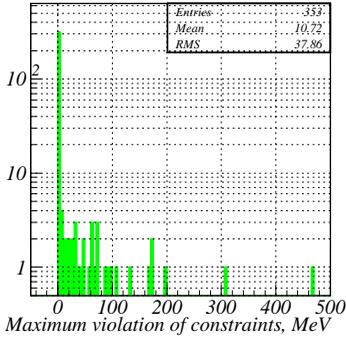


Рис. 27: Распределение событий по величине максимального нарушения уравнения связи ( $\Delta P_{tot}$ ,  $\Delta W_{tot}$ ,  $\Delta M_\eta$ ,  $\Delta m_{\pi^0}$ ) (программа BURECON).

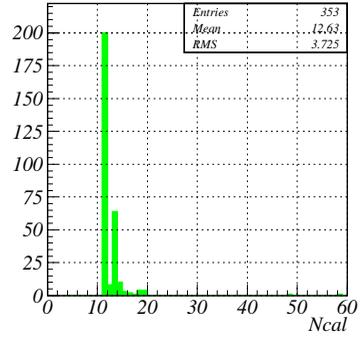


Рис. 28: Распределение событий по количеству итераций в той конфигурации события, которая дает минимум функции правдоподобия (программа BURECON).

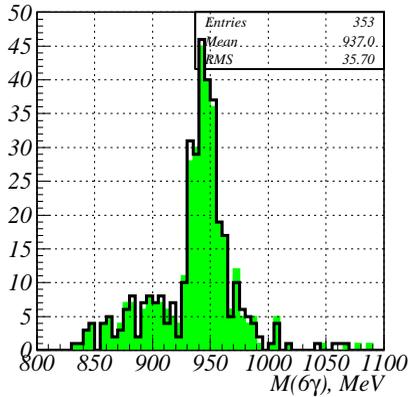


Рис. 29: Распределение по инвариантной массе шести фотонов с параметрами, полученными в процедуре реконструкции (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

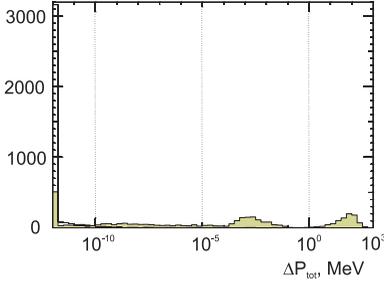


Рис. 30: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полного импульса восьми частиц от нуля. Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

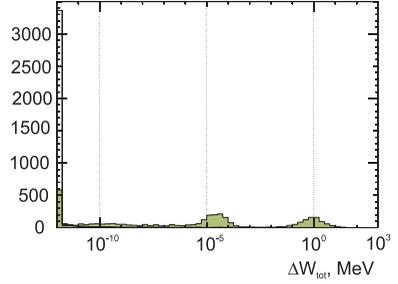


Рис. 31: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения полной энергии восьми частиц от заданного значения 1380 МэВ. Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

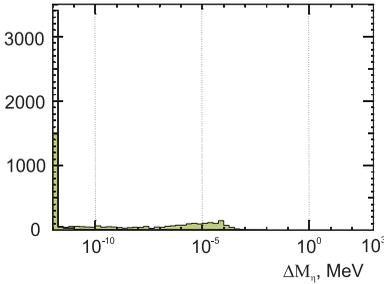


Рис. 32: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_\eta$  инвариантной массы фотонов распада  $\eta$ -мезона от  $m_\eta$ . Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

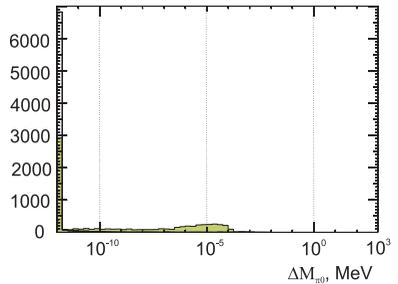


Рис. 33: Распределение всех реконструированных комбинаций частиц по величине отклонения  $\Delta m_{\pi^0}$  инвариантной массы фотонов распада  $\pi^0$ -мезона от  $m_{\pi^0}$ . Залитая гистограмма – BURECON, пустая – DONLP2.

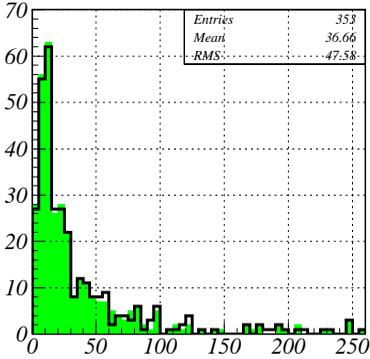


Рис. 34: Распределение событий по функции правдоподобия (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

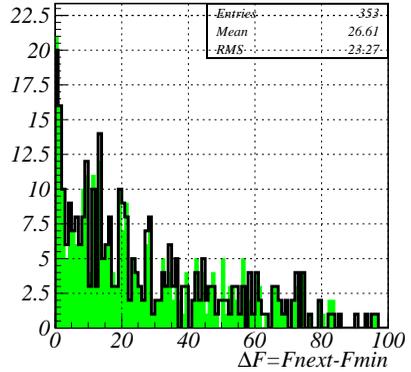


Рис. 35: Распределение событий по  $\Delta F$  – разности функций правдоподобия для лучшей комбинации и ближайшей к ней (залитая гистограмма – BURECON, «пустая» – DONLP2).

Распределение событий по значению  $F$  приведено на рис.34. Некоторое представление о надежности выбора правильной комбинации таким способом может дать распределение по разности функций  $\Delta F$  для лучшей комбинации и ближайшей к ней (рис. 35).

Некоторые количественные характеристики реконструкции приведены в табл. 5.

Таблица 5: Некоторые количественные характеристики процедур реконструкции программами DONLP2 и BURECON.

Параметр	DONLP2	BURECON
Количество событий $\eta'\pi^+\pi^-$	25000	25000
из них событий $\pi^+\pi^-\gamma$	1838	1838
из них событий с двумя заряженными треками и шестью и более зарегистрированными фотонами	353	353
Полное кол-во вызовов процедуры реконструкции	3599	3599
$T_{CPU}$ , сек	139	136
$\epsilon(F < 50)$ , %	73.4	74.2
$\epsilon(F < 200)$ , %	91.8	91.8
$C_{low}$ , МэВ	927.4	927.3
$C_{high}$ , МэВ	952.9	953.1
$S_{1/2}$ , МэВ	25.5	25.8
$\max \Delta P_{tot}$ , МэВ	0.088	548.8
$\epsilon(\Delta P_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	100	75.9
$\max \Delta W_{tot}$ , МэВ	0.0032	22.3
$\epsilon(\Delta W_{tot} < 0.1 \text{ МэВ})$ , %	100	78.4
$\max \Delta m_\eta$ , МэВ	0.00078	0.009
$\max \Delta m_{\pi^0}$ , МэВ	0.0013	0.009

## 6 Заключение

В работе представлена программа кинематической реконструкции событий. Проведено сравнение результатов реконструкции с программой условной минимизации DONLP2. Основное различие алгоритмов проявляется и в результатах. В программе DONLP2 сначала проводится переход на кривую в  $n$ -мерном пространстве, на которой выполняются все кинематические связи, а затем вдоль этой кривой идет «спуск» к минимуму функции, в то время как в программе BURECON сразу производятся шаги в сторону предполагаемого минимума, где выполнены все кинематические связи.

Сравнение произведено на событиях двух процессов:  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ , где используются только измеренные параметры фотона отдачи, и  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-b\gamma$ , где не измеряются энергии заряженных пионов. Основной недостаток программы BURECON — для некоторых конфигураций частиц процесс сходимости к минимуму чрезвычайно замедляется, поэтому настройка значения максимально возможного числа итераций необходима. При хорошей настройке время счета программы BURECON может быть около десяти раз меньше, чем у DONLP2, без потери качества реконструкции.

После реконструкции степень выполнения уравнений связи в среднем лучше у программы DONLP2. Можно предположить, что чем больше неизмеренных параметров частиц в эксперименте, тем больше затруднена работа программы DONLP2, так как при предварительном спуске на кривую, где выполняются все уравнения связи, можно далеко уйти от точки минимума.

Одним из практических преимуществ программы BURECON можно считать простоту использования, так как все, что надо подготовить для этой программы — это массивы описаний (массы частиц, измеренные параметры, ковариационную матрицу, списки частиц в конечном состоянии, которые получились от распадов промежуточных частиц с известной массой), в то время как для DONLP2 основная тяжесть работы — в написании и отладке ряда вспомогательных подпрограмм. Однако, это преимущество BURECON оборачивается неисправимым недостатком в тех случаях, когда что-то отклоняется от стандартного описания: нестандартная функция правдоподобия, конечная ширина промежуточной нестабильной частицы, необходимость учитывать отлет промежуточной частицы от места встречи и т.д.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 08-02-00634-а.

## Список литературы

- [1] *P. Spellucci*. An SQP method for general nonlinear programs using only equality constrained subproblems. *Mathematical Programming* 82 (1998), p.413–448.  
*P. Spellucci*. A new technique for inconsistent problems in the SQP method. *Math. Meth. of Oper. Res.* 47 (1998) 355–400 (published by Physica Verlag, Heidelberg, Germany).
- [2] *А.Д. Бужин*. О кинематической реконструкции событий. Препринт ИЯФ 2005-51, Новосибирск, 2005.
- [3] *M.N. Achasov, V.M. Aulchenko, S.E. Baru et al.* Spherical Neutral Detector for VEPP-2M collider. *Nucl. Insr. and Meth.* A449 (2000) 125–139. e-Print: hep-ex/9909015.
- [4] *G.M. Tumaikin*. Proceedings of the 10-th Intern. Conf. on High Energy Particle Accelerators, Serpukhov, 1977, v. 1, p. 443.

*А.Д. Букин*

**Программа кинематической  
реконструкции событий**

*A.D. Bukin*

**Subroutine for the kinematic reconstruction  
of events**

ИЯФ 2008-3

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев  
Работа поступила 6.02.2008 г.

---

Сдано в набор 7.02.2008 г.

Подписано в печать 8.02.2008 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.0 печ.л., 1.6 уч.-изд.л.

Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 3

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*