

Сибирское отделение Российской Академии наук  
Институт Ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ  
ХОЛОДНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА  
В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ. I.

ИЯФ 99-21

НОВОСИБИРСК  
1999

**Неустойчивость  
холодного электронного пучка  
в неоднородной плазме. I.**

*Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН  
630090 Новосибирск, Россия

**Аннотация**

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами  $V_o/V_T = 15.9$ ,  $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$  в неоднородной плазме. Параметры возмущения плотности  $\lambda_i/r_d = 33.3$ ,  $Ni = L/\lambda_i = 3$ ,  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.05$ ,  $L/r_d = 100$ . Ионы неподвижные.

Показано, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию квазистационарной волны БГК. Параллельно с пучковой неустойчивостью развивается конверсия волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник  $N = N_e \pm N_i$  небольшой амплитуды, но не влияет на формирование и устойчивость волны БГК.

**The instability  
of cold electron beam  
in inhomogeneous plasma. I.**

*N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin*

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090 Novosibirsk, Russia

**Abstract**

The instability of a cold electron beam ( $V_o/V_T = 15.9$ ,  $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ ) in inhomogeneous plasma with immobil ions was studied in numerical experiments (PIC-method). The parameters of the density perturbation  $\lambda_i/r_d = 33.3$ ,  $Ni = L/\lambda_i = 3$ ,  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.05$ ,  $L/r_d = 100$ .

It was shown that the evolution of the beam-plasma instability leads to the formation of the quasistationary BGK-wave. The instability is followed by the conversion of the wave on the density perturbation, which leads to the excitation of small amplitude conversion modes  $N = N_e \pm N_i$ , but does not influence on the formation and stability of the BGK-wave.

© *Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН*

---

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного (монохроматического) пучка электронов в плазме с возмущением плотности.

Ранее исследовалась неустойчивость холодного пучка электронов в однородной плазме [1,2]. Было показано что начальная стадия взаимодействия пучок-плазма определяется пучковой неустойчивостью, которая приводит к развитию ленгмюровской волны – гармоники с максимальным инкрементом. Нелинейная стадия этой неустойчивости определяется захватом электронов пучка. При этом максимальная амплитуда волны растет с ростом плотности пучка. Дальнейшее развитие неустойчивости определяется сравнительной скоростью развития различных процессов. Основную роль играют "размешивание" захваченных электронов на фазовой плоскости и формирование волны или структуры БГК-типа, сателлитная неустойчивость, модуляционная неустойчивость, затухание электрического поля в результате сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы [3] или в результате захвата электронов плазмы основной волной [2].

Если скорость "размешивания" больше скорости сателлитной неустойчивости, развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию волны или структуры БГК-типа.

Если скорость "размешивания" сравнима со скоростью развития сателлитной неустойчивости, сопровождающей её модуляционной неустойчивости и сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы, приводящей к затуханию поля, то за время развития этих неустойчивостей успевает сформироваться волна или структура БГК-типа, а электроны плазмы поглощают только часть энергии поля.

Если скорость развития сателлитной и модуляционной неустойчивости больше скорости "размешивания", то в результате модуляционной неустойчивости развивается коллапс, что приводит к сильной стохастической неустойчивости

движения электронов плазмы, затуханию поля и разрушению формирующейся волны БГК.

В настоящей работе исследуется неустойчивость пучка со скоростью  $V_o/V_T = 15.9$  и плотностью  $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$  – теми же, что и в работе [1]. В работе [1] показано, что развитие пучковой неустойчивости в этом случае приводит к формированию стационарной волны БГК, а сателлитная и модуляционная неустойчивость не развиваются. Показано что развитие пучковой неустойчивости в этом случае практически не отличается от случая плазмы с неподвижными ионами [4].

Ранее исследовалась конверсия ленгмюровской волны при взаимодействии с синусоидальным возмущением плотности плазмы (ионно–звуковой волной в плазме с подвижными ионами) [5,6,7]. Было показано, что конверсия приводит к генерации гармоник– прямых и обратных ленгмюровских волн с волновыми векторами  $k_N = k_e \pm \beta k_i$  и номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3...$  При малых амплитудах волны и возмущения плотности  $\tilde{n}/n_o$  развивается ограниченное число гармоник. При достаточно больших  $\tilde{n}/n_o$  процесс имеет каскадный характер и число гармоник растёт. Амплитуда гармоник описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta$  —  $E_\beta^N/E_o = |J_\beta(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_o} \omega_o e t)|$ , а амплитуда исходной волны – модулем функции Бесселя нулевого порядка. Скорость развития конверсии растёт с ростом  $\tilde{n}/n_o$ .

В динамическом описании конверсия ленгмюровской волны проявляется в модуляции поля волны и концентрации энергии во впадинах плотности. В результате в плазме с подвижными ионами развитие конверсии сопровождается развитием модуляционной неустойчивости [7].

Исследовалась также конверсия волны БГК при взаимодействии с возмущением плотности плазмы в плазме с неподвижными [8] и подвижными [9] ионами. Параметры волны БГК были выбраны так, чтобы сателлитная неустойчивость не играла роли. Было показано, что конверсия, так же как в случае ленгмюровской волны, приводит к генерации гармоник – прямых и обратных ленгмюровских волн с номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ . Однако развитие конверсии существенно отличается от случая ленгмюровской волны. В волне БГК обмен энергией захваченных электронов с полем волны поддерживает поле на постоянном уровне и препятствует модуляции волны и развитию конверсии. В результате при малых возмущениях плотности конверсия подавлена – максимальные амплитуды гармоник конверсии много меньше, чем в случае ленгмюровской волны, а параметры волны БГК практически не меняются и волна остаётся устойчивой [8]. При малых возмущениях плотности волна БГК с небольшой амплитудой остаётся устойчивой и в плазме с подвижными ионами [9].

С ростом  $\tilde{n}/n_o$  роль конверсии возрастает. При больших  $\tilde{n}/n_o$  начальная стадия развития гармоник конверсии приближается к случаю ленгмюровской волны [8]. В плазме с подвижными ионами модуляция волны, обусловленная конверсией, приводит к развитию модуляционной неустойчивости [9].

С ростом возмущения плотности становится существенным ещё один эффект – уменьшение фазовой скорости волны. Это приводит к новым нелинейным эффектам, связанным с движением захваченных в волне БГК электронов. Распределение этих электронов подстраивается к новой фазовой скорости, в результате чего формируется волна БГК с новыми параметрами [8,9].

При дальнейшем увеличении  $\tilde{n}/n_o$  конверсия приобретает каскадный характер, что приводит к генерации коротковолновых гармоник, развитию сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы, затуханию поля и разрушению волны БГК [8,9].

В настоящей работе взаимодействие пучок-плазма исследуется в случае плазмы с неподвижными ионами, чтобы выделить первичные эффекты, связанные с возмущением плотности. Задаётся синусоидальное возмущение плотности с длиной волны  $\lambda_i/r_d = 33.3$ ; номером гармоники  $Ni = L/\lambda_i = 3$  и амплитудой  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.4$ . Работа разбита на две части: в работе I исследуется взаимодействие пучок - плазма при малых возмущениях плотности с  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.05$ , в работе II – при возмущениях с  $\tilde{n}/n_o \sim 0.1 \div 0.4$ .

Найдено, что во всех случаях начальная стадия взаимодействия пучок-плазма, так же, как в случае однородной плазмы, определяется пучковой неустойчивостью и захватом электронов пучка возбуждающейся волной. Параллельно пучковой неустойчивости развивается конверсия волны на возмущении плотности. Движение захваченных электронов уже на нелинейной стадии пучковой неустойчивости приводит к подавлению конверсии. При малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.05$ , когда скорость развития гармоник конверсии меньше скорости развития захвата электронов основной волной, амплитуда гармоник конверсии остаётся малой и конверсия практически не влияет на развитие неустойчивости. В результате "размешивание" захваченных электронов так же, как в случае однородной плазмы [1], приводит к формированию квазистационарной волны БГК (I).

С ростом  $\tilde{n}/n_o$  скорость развития и амплитуда гармоник конверсии растут, конверсия приобретает каскадный характер и приводит к возбуждению широкого спектра гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ . В районе областей захвата гармоник конверсии развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, что приводит к затуханию поля. Параллельно формируется волна БГК и меняется её фазовая скорость. При  $\tilde{n}/n_o \sim 0.1$  после сброса части энергии формируется практически стационарная, а при  $\tilde{n}/n_o \sim 0.2 - 0.4$  медленно затухающая волна БГК. Параметры волны БГК (амплитуда, фазовая скорость) в этих случаях значительно отличаются от случая однородной плазмы [1].

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задаётся максвелловское

распределение с  $T_e/T_i = 30$ , обрезанное на скорости  $V \sim \pm 2.8 V_T$  из за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e \sim 10^5$ ). Ионы неподвижные ( $M/m = 10^{10}$ ).

Задаётся холодный (монохроматический) пучок со скоростью, значительно превышающей тепловую  $V_o/V_T \sim 15.9$ , с числом частиц  $N^b = 5 \cdot 10^2$ , плотностью  $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$  и энергией  $W_b^o/W_e^o = 1.297$ . Параметры пучка те же, что и в работе [1].

Для эффективного увеличения числа частиц пучка при сохранении отношения  $n_b/n_o$  применяется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому что один электрон дробится на  $\alpha$  частиц с массой  $m/\alpha$  и зарядом  $e/\alpha$ , но с тем же отношением  $e/m$  как у электрона, так что движение этих частиц (назовём их b-электронами) не отличается от движения электронов. В рассматриваемом случае  $\alpha = 20$  и число b-электронов  $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$ .

В системе с периодическими граничными условиями возможно возбуждение только ограниченного числа гармоник с номерами  $N = L/\lambda^N = 1, 2, 3, \dots$ . Для пучка конечной плотности, согласно линейной теории [10], существует условие неустойчивости. При рассматриваемых параметрах пучка и системы это условие позволяет на линейной стадии возбуждение только одной основной гармоники  $N = 1$  (подробнее см. [1]). Параметры пучка выбраны так, чтобы гармоника  $\lambda/r_d = 100$ ,  $N = 1$  была гармоникой с максимальным инкрементом.

Для сокращения времени счета в начальный момент задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды  $E_o/(\frac{m r_d}{e T_o^2}) = 1$  с длиной волны  $\lambda/r_d = 100$ , соответствующей гармонике с максимальным инкрементом, и фазовой скоростью  $V/V_T = 16.1$ . Проверочные численные эксперименты без затравочной волны показывают, что задание затравочной волны сокращает начальную стадию неустойчивости, но не меняет её дальнейшее развитие [1].

Задаётся синусоидальное возмущение плотности ионов и электронов плазмы с длиной волны  $\lambda_i/r_d = 33.3$  и номером гармоники  $N_i = L/\lambda_i = 3$ . Положение впадин плотности  $x/r_d = 16.7, 50.0, 83.3$ . Амплитуда возмущения различна в разных случаях:

Случай	1	2	3	4	5
$\tilde{n}/n_o$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.4

Случай 1 и 2 рассмотрены в настоящей работе I, случаи 3,4 и 5 – в работе II.

Для описания развития неустойчивости сравниваются различные кривые:

Зависимость от времени потерь энергии электронов пучка (b-электронов)  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$  ( $W_b^o$  – начальная энергия электронов пучка,  $W_b^o/W_e^o = 1.297$ ), энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы (p-электронов)  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  ( $W_e^o$  – тепловая энергия электронов плазмы).  $W$  нормируется на  $W_e^o$  или  $W_b^o$ .

Зависимость от времени амплитуды  $E^N$  основной волны  $N = 1$  и гармоник. На рисунках и в тексте  $E$  нормируется на  $m r_d / e T_{oe}^2$ ,  $T_{oe} = \frac{2\pi}{\omega_{oe}}$  – период плазменных колебаний.

Если гармоника с номером  $N$  является прямой (фазовая скорость  $V_{\Phi}^N > 0$ ) или обратной ( $V_{\Phi}^N < 0$ ) волной, то кривые  $E^N(t)$  не различаются. Вопрос о том, прямая это волна или обратная, решается определением знака  $V_{\Phi}^N$  или с помощью пробных частиц (см. ниже). Одновременное возбуждение прямой и обратной волны, эквивалентное появлению компоненты стоячей волны, проявляется в колебаниях  $E^N(t)$  с периодом  $\sim T_{oe}/2$ .

Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности ионов (плотности плазмы)  $\tilde{n}(x)$  ( $\tilde{n} = n - n_o$ ) и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$  ( $\tilde{n}_b = n_b - n_b^o$ ) в разные моменты времени.  $E(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$ ,  $\tilde{n}_b(x)$  нормируются на  $E_m$ ,  $\tilde{n}_m, \tilde{n}_{bm}$  – максимальные значения  $|E(x)|$ ,  $|\tilde{n}(x)|$ ,  $|\tilde{n}_b(x)|$ , приведенных на данном рисунке или на заданные  $E_m$ ,  $\tilde{n}_m$ ,  $\tilde{n}_{bm}$ .

Фазовые плоскости электронов в координатах  $x/r_d - V/V_T$ . Темными кружками обозначены пробные частицы (см. ниже).

Функции распределения по скоростям электронов плазмы  $f_e(V)$  и электронов пучка (b-электронов)  $f_b(V)$ . На одном рисунке приводятся обе функции распределения, причем каждая нормируется на свой максимум  $f_{\max}$ . Чтобы показать хвосты функции распределения, кривые  $f(V)$  приводятся в логарифмическом масштабе  $-lg(f_e(V)/f_{e\max})$  и  $lg(f_b(V)/f_{b\max})$ .

Для исследования стохастических эффектов в начальный момент времени задаются пробные частицы с  $e = m = 0$ , но  $e/m$  тем же, как у электрона. Задаются 100 пробных частиц с начальными координатами  $x_N^o, V_N^o$ . Рассматриваются разные распределения пробных частиц по  $x_N^o, V_N^o$ . Фазовые плоскости для случаев 2-5 приводятся для типичного начального распределения: 20 частиц с одинаковыми скоростями, равными скорости пучка  $V_N^o = V_o$ , равномерно распределенные по  $x_N^o$  в интервале  $x/r_d \sim 20 - 60$ ; по 40 частиц со скоростями  $V_N^o/V_T = 2.84$  (верхняя граница плазмы) и  $V_N^o/V_T = -2.84$  (нижняя граница плазмы), равномерно распределенные по  $x_N^o$  на длине системы  $x/r_d \sim 0 - 100$ . Анализируется распределение пробных частиц на фазовой плоскости в разные моменты времени, а также траектории частиц на фазовой плоскости. Обычно выводится 18 траекторий.

Траектории электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости приводятся в лабораторной системе (координаты  $x/r_d - V/V_T$ ) или в системе координат той или иной гармоникой (координаты  $(x - V_{\Phi}^N t)/r_d - (V - V_{\Phi}^N)/V_T$ ). При построении траекторий в системе координат гармоник  $N \geq 2$   $V_{\Phi}^N$  берется равной фазовой скорости ленгмюровской волны с соответствующей  $\lambda^N$ . При построении траекторий в системе основной волны  $N = 1$  используется средняя фазовая скорость волны.

Фазовая скорость основной волны определяется по сдвигу фазы  $x_{\max}$  максимума кривой  $E^I(x)$  этой волны  $V_{\Phi}(t) = \frac{\Delta x_{\max}(t)}{\Delta t}$  с малым шагом  $\Delta t/T_{oe} = 0.05$  и усредняется в нужном интервале времени.

Рассмотрим случаи 1 и 2. В этих случаях задан пучок с  $V_o/V_T = 15.9$ ;  $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$  и возмущение плотности  $N_i = 3$  с амплитудой  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$  (случай 1) или  $\tilde{n}/n_o \sim 0.05$  (случай 2).

В работах [1, 4] исследовалась неустойчивость пучка с теми же параметрами в однородной плазме с подвижными ( $\frac{M}{m} \sim 10^2$ ) [1] и неподвижными [4] ионами. Было найдено, что оба случая практически не различаются. На начальной стадии пучковая неустойчивость приводит к возбуждению гармоники с максимальным инкрементом  $N = 1$ . Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка. Результаты численного эксперимента практически совпадают с расчетом по теории [11, 12]. Отметим, что теория [11, 12] согласуется с лабораторным экспериментом [13].

На рис.1,2 показаны кривые  $E^N(t)$  в интервале  $t/T_{oe} \sim 0-20$  для случаев 1 и 2. Из рис.1 и 2 видно, что и в этих случаях пучковая неустойчивость приводит к развитию гармоники с максимальным инкрементом  $N = 1$ . Кривые  $E^I(t)$  проходят через максимум в  $t = t_{\max}^I$ , а далее меняются с периодом  $T/T_{oe} \sim 6$ , соответствующим периоду оборота захваченных частиц. Это показывает, что нелинейная стадия пучковой неустойчивости и в этих случаях определяется захватом электронов пучка. Кривые  $E^I(t)$  практически одинаковы в случаях 1 и 2 и практически не отличаются от случая 1-1 в работе [1] и от случая в работе [4]. Это видно из таблицы 1, где приведены значения  $t_{\max}^I$ , амплитуда гармоники  $N = 1$  в  $t = t_{\max}^I$   $E_{\max}^I$  и соответствующее ей  $V_{\text{з}}^I$  ( $V_{\text{з}} = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ), а также потери энергии пучка  $\Delta W_b$ , энергия поля  $W_E$ , энергия электронов плазмы  $\Delta W_e$  (в единицах  $W/W_e^o$  и  $W/W_b^o$ ) в своих максимумах в  $t \sim t_{\max}^I$ . Отметим, что небольшие различия в значениях  $t_{\max}^I$  в случаях [1, 4] и случаях 1, 2 связаны с небольшими различиями в задании затравочной волны.

Таблица 1.

Случай	$\tilde{n}/n_o$	$\frac{t_{\max}^I}{T_{oe}}$	$E_{\max}^I$	$\frac{V_{\text{з}}^I}{V_T}$	$\frac{\Delta W_b}{W_e^o}$	$\frac{W_E}{W_e^o}$	$\frac{\Delta W_e}{W_e^o}$	$\frac{\Delta W_b}{W_b^o}$	$\frac{W_E}{W_b^o}$	$\frac{\Delta W_e}{W_b^o}$
1 – 1 [1]	–	7.5	22.2	5.98	0.36	0.17	0.19	0.28	0.13	0.15
[4]	–	7.3			0.37	0.17	0.20	0.29	0.13	0.16
1	0.01	7.4	22.6	6.04	0.37	0.17	0.20	0.29	0.13	0.16
2	0.05	7.4	22.6	6.04	0.37	0.17	0.20	0.29	0.13	0.16

$E$  – нормировано на  $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$ ,  $V_{\text{з}} = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ;  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  – максимальные значения  $W(t)$  в  $t \sim t_{\max}^I$ .

Таким образом, начальная стадия пучковой неустойчивости в плазме с малым возмущением плотности в случаях 1 и 2 практически не отличается от случая однородной плазмы [1, 4].

Однако, из рис.1,2 видно, что помимо гармоники  $N = 1$  в этих случаях развиваются гармоники  $N = 2$  и  $N = 4$ .



Известно [5, 6, 7], что взаимодействие ленгмюровской волны с возмущением плотности (ионно – звуковой волной) приводит к конверсии – модуляции волны. В спектральном описании конверсия проявляется в возбуждении гармоник основной волны – прямых и обратных ленгмюровских волн с номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . В рассматриваемых случаях  $N_e = 1$ ,  $N_i = 3$ , так что при  $\beta = 1$  должны возбуждаться гармоники  $N = N_e + N_i = 4$  и  $N = N_e - N_i = -2$  (знаком “-” будем обозначать обратные волны) с фазовыми скоростями  $V_{\Phi}^{IV}/V_T = 4.34$  и  $V_{\Phi}^{II}/V_T = -8.14$ . Из рис.1,2 видно, что возбуждаются именно эти гармоники. Гармоник с  $\beta \geq 2$  не наблюдается.

Таким образом, в случаях 1 и 2 наблюдается конверсия ленгмюровской волны  $N = 1$ , возбуждающейся при пучковой неустойчивости.

Если задается ленгмюровская волна определенной амплитуды, то при ее конверсии амплитуды гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$  меняются как функции Бесселя порядка  $\beta$   $E_{\beta}^N/E_o = |J_{\beta}(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_o} \omega_{oe} t)|$ , так что расчетное положение максимумов  $E^N(t) - t_{\text{расч}}^N$  зависит только от  $\tilde{n}/n_o$  и  $\beta$ , а амплитуда в максимуме  $E_{\text{расч}}^N/E_o$  зависит только от  $\beta$  [5,6]. Для случая 1 с  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$  при  $\beta = 1$   $t_{\text{расч}}^{IV}/T_{oe} = t_{\text{расч}}^{IV}/T_{oe} \sim 60$ , для случая 2 с  $\tilde{n}/n_o \sim 0.05$   $t_{\text{расч}}^{II}/T_{oe} = t_{\text{расч}}^{IV}/T_{oe} \sim 12$ , так что в обоих случаях  $t_{\text{расч}}^N > t_{\text{max}}^I$ . Расчетная максимальная амплитуда в обоих случаях  $E_{\text{расч}}^{II}/E_o = E_{\text{расч}}^{IV}/E_o = 0.582$ .

При развитии пучковой неустойчивости амплитуда основной волны меняется во времени. Из рис.1,2 видно, что амплитуда гармоник конверсии следует за амплитудой  $E^I(t)$ , так что максимумы  $E^{II}(t)$ ,  $E^{IV}(t)$  достигаются в интервале времени между максимумом и минимумом  $E^I(t)$ . В результате амплитуда гармоник конверсии меняется с периодом  $T/T_{oe} \sim 6$  так же, как и  $E^I(t)$ . Максимальные амплитуды гармоник конверсии в случаях 1 и 2 значительно меньше, чем у основной волны  $N = 1$ . В таблице 2 приведены максимальные амплитуды  $E_m^N$  и  $E_m^N/E_{\text{max}}^I$  в первом максимуме  $E^N(t)$  для гармоник  $N = -2$  и  $N = 4$  в случаях 1 и 2. Отметим, что значения  $E_m^N$  не являются точными, так как максимумы  $E^N(t)$  сильно размыты.

**Таблица 2.**

$$V_{\Phi}^{II}/V_T = -8.14; \quad V_{\Phi}^{IV}/V_T = 4.34$$

Случай	$E_{\text{max}}^I$	$E_m^{II}$	$\frac{V_{\text{ам}}^{II}}{V_T}$	$\frac{E_{\text{max}}^{II}}{E_{\text{max}}^I}$	$E_m^{IV}$	$\frac{V_{\text{ам}}^{IV}}{V_T}$	$\frac{E_m^{IV}}{E_{\text{max}}^I}$
1	22.6	4.0	1.80	0.18	1.1	0.67	0.05
2	22.6	6.9	2.36	0.31	2.3	0.96	0.10

$$E - \text{нормировано на } \frac{m r_d}{e T_{oe}^2}; \quad V_3^N = 2 \sqrt{\frac{e \phi}{m}} = 2 \sqrt{\frac{e E^N}{m} \cdot \frac{\lambda^N}{2\pi}}$$

Рассмотрим подробнее случай 1 с  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$ .

В работе [1] в случае 1-1 исследовалось развитие пучковой неустойчивости в однородной плазме в течение длительного времени  $t/T_{oe} \sim 0 - 600$

( $\omega_{oe}t \sim 3800$ ) порядка 100 оборотов захваченных частиц. Было показано, что развитие неустойчивости приводит к "размешиванию" захваченных частиц на фазовой плоскости и к формированию стационарной волны БГК.

В случае 1 развитие неустойчивости также исследуется в интервале  $t/T_{oe} \sim 0 - 600$ . На рис. 3, 4, 5 а, б показана зависимость от времени в интервале  $t/T_{oe} \sim 0 - 600$  энергии поля  $W_E$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b$  (рис. 3), амплитуды основной волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$  (рис. 4), амплитуды гармоник  $N = 2$  и  $N = 4$  (рис. 5а, б). На рис. 6, 7, 8 для интервала  $t/T_{oe} \sim 100 - 600$  показаны фазовые плоскости (рис. 6), функции распределения по скоростям (рис. 7), распределение поля  $E(x)$  и плотности электронов пучка  $\hat{n}_b(x)$  (рис. 8).

Сравнение кривых  $W(t)$  (рис. 3) и  $E^I(t)$  (рис. 4) с соответствующими кривыми случая однородной плазмы 1-1 ([1] рис. 3, 4) показывает, что они практически не различаются. Из рис. 3, 4 видно, что в интервале  $t/T_{oe} \sim 100 - 600$  практически сохраняется средняя амплитуда  $E^I$  (рис. 4), сохраняются средние потери энергии электронов пучка, средняя энергия поля (рис. 3) и энергия электронов плазмы (не показана на рис. 3). Сохраняется и средняя фазовая скорость волны  $N = 1$   $V_{ф.ср}/V_T \sim 14.54$ . Средние величины для интервала времени  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$  для случаев 1-1 [1] и 1 и для интервала  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  для случая 2 приведены в таблице 3.

**Таблица 3.**

Случай	$\frac{V_{ф.ср}^I}{V_T}$	$E_{ср}^I$	$\frac{V_{э.ср}^I}{V_T}$	$\frac{\Delta W_{б.ср}}{W_e^0}$	$\frac{W_{E.ср}}{W_e^0}$	$\frac{\Delta W_{б.ср}}{W_b^0}$	$\frac{W_{E.ср}}{W_b^0}$
1 - 1 [1]	14.55	13.5	4.75	0.16	0.064	0.13	0.050
1	14.54	14.5	4.83	0.15	0.072	0.12	0.056
2	14.53	14.5	4.83	0.17	0.070	0.13	0.054

Из таблицы 3 видно, что средние величины в случаях 1 и 1-1 [1] почти не различаются.

Сохранение средней амплитуды и средней фазовой скорости волны  $N = 1$  показывает, что волна имеет стационарный характер.

Отличием случая 1 от случая 1-1 является возбуждение гармоник конверсии. Из рис. 4 и 5 а, б видно, что средняя и максимальная амплитуды гармоник конверсии в интервале  $t/T_{oe} \sim 100 - 600$  практически постоянны. При этом амплитуда гармоник  $N = 4$  и  $N = -2$  промодулирована с тем же периодом, что и амплитуда основной волны. Кроме того амплитуда гармоники  $N = 4$  промодулирована с периодом  $T/T_{oe} \sim 50 - 60$ . Природа этой модуляции остается неясной.

Из рис. 4 видно, что амплитуды гармоник конверсии остаются малыми по сравнению с амплитудой основной волны  $N = 1$ . Максимальные амплитуды гармоник конверсии в интервале  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$  в случае 1:

$E_{\text{ср}}^I$	$E_{\text{max}}^{II}$	$\frac{V_a^{II}}{V_T}$	$\frac{E_{\text{max}}^{II}}{E_{\text{ср}}^I}$	$E_{\text{max}}^{IV}$	$\frac{V_a^{IV}}{V_T}$	$\frac{E_{\text{max}}^{IV}}{E_{\text{ср}}^I}$
14.5	3.5	1.63	0.24	1.3	0.72	0.09

Вернемся к волне  $N = 1$ . По фазовым плоскостям (рис.6) видно, что происходит "размещение" захваченных б-электронов на фазовой плоскости. К  $t/T_{oe} \sim 100$  вся область захвата заполняется электронами. В  $t/T_{oe} \sim 100 - 600$  вид фазовой плоскости практически не меняется.

По функции распределения (рис.7) и распределению  $\hat{n}_b(x)$  (рис.8) видно, что вид  $f_b(v)$  и  $\hat{n}_b(x)$  в  $t/T_{oe} \sim 100 - 600$  меняется незначительно. Обе функции имеют вид пиков. Максимум  $f_b(v)$  находится вблизи от скорости  $V \sim V_{\text{фср}}^I$ . Максимум  $\hat{n}_b(x)$  находится вблизи точки, где  $E^I(x) = 0$ , соответствующей  $x = x_m$  - максимуму сепаратрисы. Это показывает, что основная часть захваченных электронов сосредоточена вблизи центра области захвата  $x \sim x_m$   $V \sim V_{\text{ф}}$  так же, как в случае 1-1 [1] (подробнее см [1]). Вид  $f_b(V)$  и  $\hat{n}_b(x)$  мало отличается от случая 1-1 ([1] рис.11,12,14). Отметим, что в работе [1]  $f_b(V)$  и  $\hat{n}_b(x)$  приведены в моменты времени, соответствующие максимальным значениям  $E^I(t)$ . В настоящей работе (все случаи в I и II) моменты времени не соответствуют определенной фазе  $E^I(t)$ .

Сохранение распределения б-электронов на фазовой плоскости (рис.6), распределения по скорости (рис.7) и плотности  $\hat{n}_b(x)$  (рис.8), постоянство средней амплитуды волны (рис.4) и средней фазовой скорости показывает, что развитие пучковой неустойчивости в случае 1 приводит к формированию квазистационарной волны БГК. При этом конверсия остается подавленной - максимальные амплитуды гармоник конверсии не превосходят величины  $E_{\text{max}}^{II}/E_{\text{ср}}^I \sim 0.24$ .

Рассмотрим случай 2 с  $\hat{n}/n_o \sim 0.05$ . В этом случае развитие неустойчивости прослеживалось в интервале  $t/T_{oe} \sim 0 - 200$ . На рис.9,10,11 показана зависимость от времени энергии  $W_E$ ,  $\Delta W_e$ ,  $\Delta W_b$  (рис.9), амплитуды основной волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$  (рис.10), амплитуды гармоник  $N = 2$  и 4 (рис.11а,б). На рис.12 показаны фазовые плоскости в интервале  $t/T_{oe} \sim 20 - 200$ , на рис.13 - функции распределения в линейном и логарифмическом масштабе в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ , на рис.14 - распределение  $E(x)$  и  $\hat{n}_b(x)$  в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ .

Как уже говорилось, в случае 2 начальная стадия пучковой неустойчивости практически не отличается от случаев 1 и 1-1 [1], что видно из сравнения рис.1, рис.2 и таблицы 1. Конверсия также остается малой, хотя амплитуды гармоник конверсии подрастают по сравнению со случаем 1 (рис.1,2 и таблица 2).

Развитие неустойчивости в течение длительного времени также незначительно отличается от случая 1. Действительно, по рис.9,10 видно, что до  $t/T_{oe} \sim 200$  практически сохраняется средняя амплитуда  $E^I$  и потери энергии пучка  $\Delta W_b$ . Сохраняются и средняя фазовая скорость волны  $N = 1$   $V_{\text{фср}}^I/V_T \sim 14.53$ . Однако из рис.9 видно, что в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  средняя энергия поля  $W_E$  немного падает, а средняя энергия электронов плазмы немного

растет (в  $t/T_{oe} \sim 200$   $W_{Ecp}/W_e^o \sim 0.070$ ,  $\frac{\Delta W_{Ecp}}{W_e^o} \sim 0.094$ ). Это показывает, что в случае 2 идет небольшое затухание. Средние величины для интервала времени  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  ( $W_{Ecp}$  для  $t/T_{oe} \sim 200$ ) приведены в таблице 3. Из таблицы 3 видно, что несмотря на небольшое затухание, средние величины в случае 2 почти не отличаются от случаев 1 и 1-1 [1].

Сохранение средней амплитуды и средней фазовой скорости волны  $N = 1$  показывает, что и в случае 2 волна имеет стационарный характер.

Сравнение рис.10 и рис.4 показывает, что амплитуды гармоник конверсии в случае 2, хотя и больше, чем в случае 1, но остаются сравнительно малыми по сравнению с амплитудой  $N = 1$ . Из рис.11а,б видно, что в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  средняя и максимальная амплитуды гармоники  $N = -2$  остаются практически постоянными (рис.11а), а у гармоники  $N = 4$  немного уменьшаются (рис.11б). При этом амплитуда обеих гармоник промодулирована с периодом модуляции основной волны, а амплитуда гармоники  $N = 4$ , кроме того, промодулирована с периодом  $t/T_{oe} \sim 40 - 50$ . Максимальные амплитуды гармоник конверсии в интервале  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ :

$E_{cp}^I$	$E_{max}^{II}$	$\frac{V_a^{II}}{V_T}$	$\frac{E_{max}^{II}}{E_{cp}^{II}}$	$E_{max}^{IV}$	$\frac{V_a^{IV}}{V_T}$	$\frac{E_{max}^{IV}}{E_{cp}^{IV}}$
14.5	5.6	2.12	0.39	2.3	0.96	0.16

Вернемся к волне  $N = 1$ . По фазовым плоскостям (рис.12) видно что "размещение" в-электронов к  $t/T_{oe} \sim 100$  приводит к заполнению области захвата волны  $N = 1$  после чего ее вид практически не меняется. В  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  незначительно меняется вид функции распределения  $f_b(V)$  (рис.13) и распределение  $\hat{n}_b(x)$  (рис.14). Обе функции имеют вид пиков с максимумами вблизи  $V \sim V_{фcp}^I$  и  $x \sim x_m$ , так что в случае 2, как и в случае 1, захваченные частицы сосредоточены, в основном, около центра области захвата.

Сохранение распределения в-электронов на фазовой плоскости (рис.12), распределения по скорости (рис.13) и плотности  $\hat{n}_b(x)$  (рис.14), постоянство средней амплитуды волны (рис.10) и средней фазовой скорости показывает, что и в случае 2 формируется квазистационарная волна БГК, а конверсия остается подавленной.

Однако в случае 2, в отличие от случая 1, становится заметным новый процесс. По фазовым плоскостям электронов плазмы - р-электронов (рис.12) и функциям распределения р-электронов (рис.13) видно, что в  $t/T_{oe} \geq 100$  в области  $V > 0$  появляются ускоренные р-электроны с максимальными скоростями, превосходящими фазовую скорость гармоники  $N = 4$   $V_{ф}^{IV}/V_T \sim 4.34$ . Это показывает, что гармоника  $N = 4$  начинает захватывать р-электроны, что является начальной стадией стохастической неустойчивости. Этот процесс и приводит к небольшому затуханию гармоники  $N = 4$  (рис.11б), уменьшению  $W_E$  и росту  $\Delta W_e$  (рис.9). Мы рассмотрим этот процесс более подробно во второй части работы. Здесь отметим только, что анализ положения пробных частиц на фазовой плоскости (рис.12 черные кружки) позволяет оценить ширину областей стохастического движения р-электронов. В

случае 2 к  $t/T_{oe} \sim 200$  максимальные  $V_N^{\max}$  и минимальные  $V_N^{\min}$  скорости пробных частиц – р-электронов, ширина областей стохастического движения  $\delta V_N = V_N^{\max} - V_N^{\min}$  в области  $V > 0$  и  $V < 0$  и ”зазор” между ними  $\Delta V$  достигают величины:

$$V > 0, V_N^o = 2.84 \qquad V < 0, V_N^o = -2.84$$

$V_N^{\max}/V_T$	$V_N^{\min}/V_T$	$\delta V_N/V_T$	$V_N^{\max}/V_T$	$V_N^{\min}/V_T$	$\delta V_N/V_T$	$\Delta V/V_T$
5.46	1.83	3.63	-1.86	-3.61	1.75	3.69

В работе [1] исследовалась структура волны БГК в случае 1-1. Было показано, что волна БГК содержит ядро захваченных волной  $N = 1$  электронов, окруженное стохастическим слоем. Была сделана оценка границ стохастического слоя. В настоящей работе структура волны БГК специально не изучалась, хотя, судя по траекториям б-электронов, постоянно захваченные и движущиеся стохастически частицы есть и в случаях 1 и 2. Поскольку параметры волны БГК (средняя амплитуда, средняя фазовая скорость), а также вид функции распределения  $f_b(V)$  и распределения  $\tilde{n}_b(x)$  практически не отличаются от случая 1-1 [1], можно предположить, что и структура волны БГК остается той же. Это подтверждает сравнение внешних границ стохастического слоя волны БГК, которые можно оценить по максимальным  $V_{\max}^b$  и минимальным  $V_{\min}^b$  скоростям б-электронов (см [1]). Эти скорости, а также максимальные  $V_{\max}^e$  и минимальные  $V_{\min}^e$  скорости электронов плазмы (они понадобятся для сравнения во второй части работы) в  $t/T_{oe} \sim 200$  в случаях 1-1 [1], 1 и 2 и в  $t/T_{oe} \sim 600$  в случаях 1-1 [1] и 1 приведены в таблице 4.

Таблица 4.

	$t/T_{oe} \sim 200$				$t/T_{oe} \sim 600$			
Случай	$\frac{V_{\max}^b}{V_T}$	$\frac{V_{\min}^b}{V_T}$	$\frac{V_{\max}^e}{V_T}$	$\frac{V_{\min}^e}{V_T}$	$\frac{V_{\max}^b}{V_T}$	$\frac{V_{\min}^b}{V_T}$	$\frac{V_{\max}^e}{V_T}$	$\frac{V_{\min}^e}{V_T}$
1 – 1[1]	21.32	8.43	3.53	-3.30	22.11	8.01	4.12	-3.43
1	21.52	8.67	3.55	-3.33	21.71	8.62	3.74	-3.33
2	21.59	8.49	5.32	-3.62				

Из таблицы 4 видно, что  $V_{\max}^b, V_{\min}^b$  в случаях 1 и 2 почти не отличаются от случая 1-1 [1]. Это показывает, что практически не различаются и внешние границы стохастического слоя волны БГК.

Таким образом, взаимодействие пучка электронов с неоднородной плазмой с небольшими возмущениями плотности  $\hat{n}/n_o \sim 0.01 - 0.05$  приводит к пучковой неустойчивости. Так же, как в случае однородной плазмы, нелинейная стадия пучковой неустойчивости определяется захватом электронов пучка. "Размешивание" захваченных электронов на фазовой плоскости приводит к формированию квазистационарной волны БГК, устойчивой в течение длительного времени. Возмущение плотности, хотя и приводит к конверсии, но не препятствует формированию и устойчивости волны БГК. Это согласуется с результатами работ [8,9], где исследовалась волна БГК в плазме с возмущениями плотности и было показано, что при небольших возмущениях плотности  $\hat{n}/n_o < 0.1$  волна БГК остается устойчивой, а конверсия подавлена.

## Литература

- [1] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринт ИЯФ N 98-36, Новосибирск, 1998.
- [2] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринты ИЯФ N 98-37, N 98-38, N 98-79, N 98-80, Новосибирск, 1998.
- [3] N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin Phys. Lett. 112A, 330, 1985.
- [4] В.Т. Астрелун, Н.С. Бучельникова. Phenomena in Ionized Gases XII v.1, p.283, Eindhoven, 1975; Препринт ИЯФ N 74-93, Новосибирск, 1974.
- [5] P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson. Phys. Fluids. 16, 1967, 1973.
- [6] N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin Physica Scripta 24, 566, 1981.
- [7] Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин. Препринты ИЯФ N 80-192, Новосибирск, 1980; N 81-04, N 81-40, N 81-43, N 81-88, N 81-89, 1981; N 82-53, Новосибирск, 1982;
- [8] Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Препринты ИЯФ N 94-48, N 94-49, N 94-50, N 94-51, Новосибирск, 1994.
- [9] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринты ИЯФ N 97-28, N 97-29, N 97-30, N 97-31, Новосибирск, 1997.
- [10] В.С. Имшенник, Ю.И. Морозов. ЖТФ 31, 640, 1961.
- [11] И.Н. Онищенко, А.Р. Линецкий, Н.Г. Мациборко, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко. Письма ЖЭТФ 12, 407, 1970.  
N.G. Matsiborko, I.N. Onishchenko, V.D. Shapiro, V.I. Shevchenko. Plasma Physics 14, 591, 1972.
- [12] T.M. O'Neil, J.H. Winfrey, J.H. Malmberg. Phys. Fluids 14, 1204, 1971.  
T.M. O'Neil, J.H. Winfrey. Phys. Fluids 15, 1514, 1972.
- [13] K.W. Gentle, C.W. Roberson. Phys. Fluids 14, 2780, 1971.  
K.W. Gentle, J. Lohr. Phys. Fluids 16, 1464, 1973.

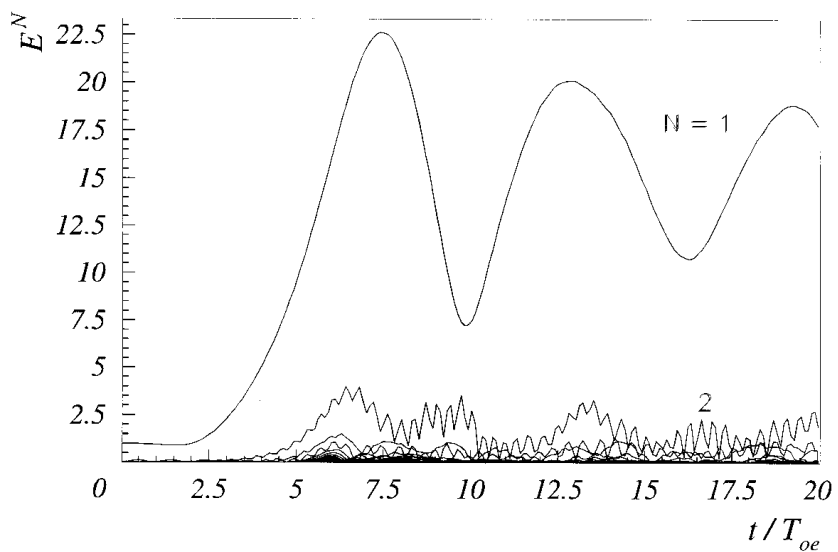


Рис. 1: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$ . Случай 1.

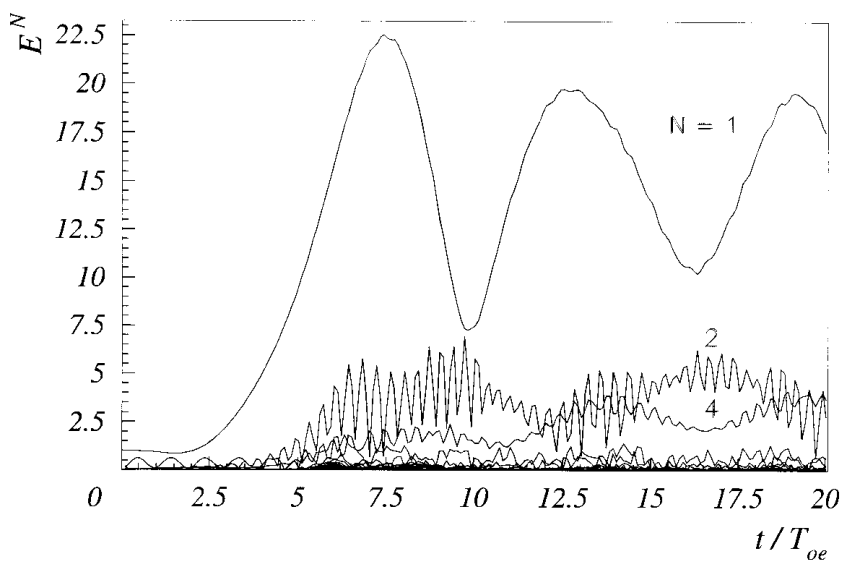


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$ . Случай 2.

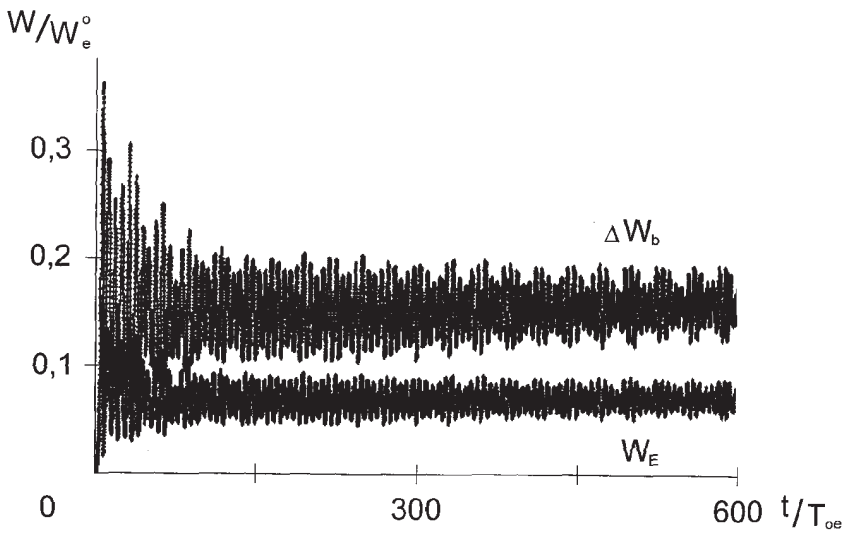


Рис. 3: Зависимость от времени энергии поля  $W_E$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b$ . Случай 1.

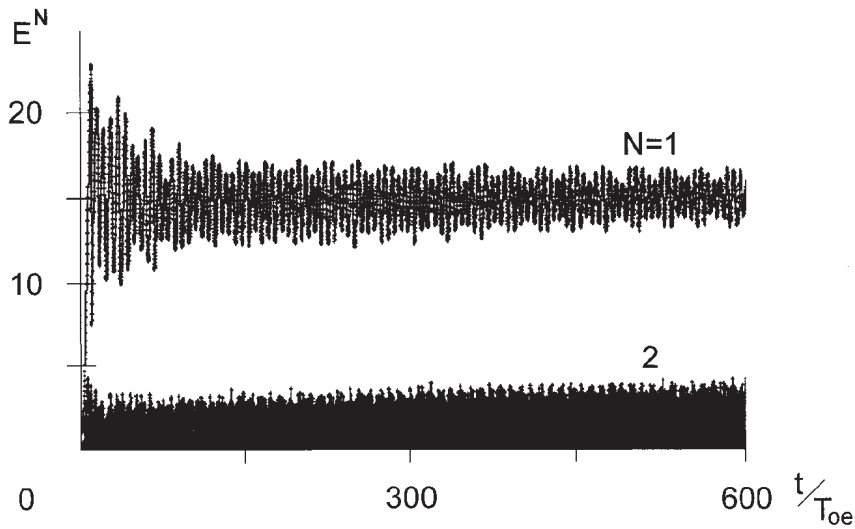


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$ . Случай 1.



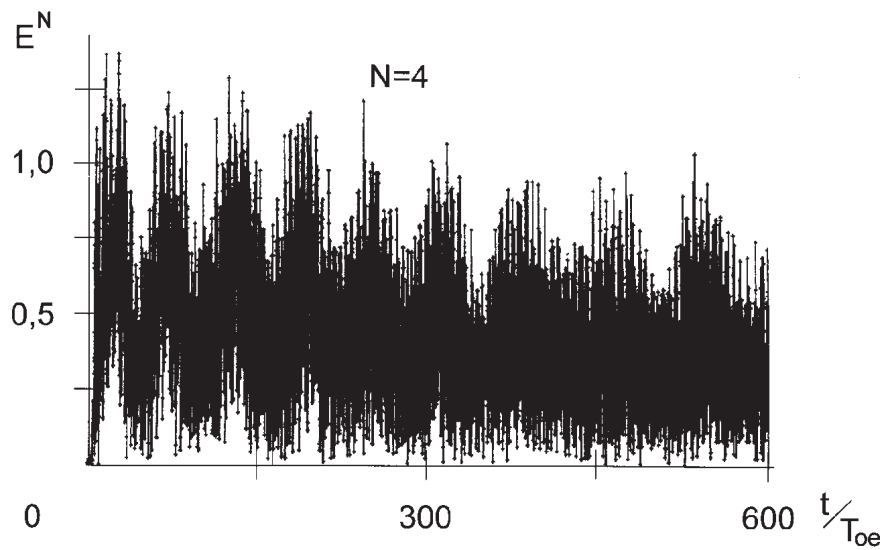
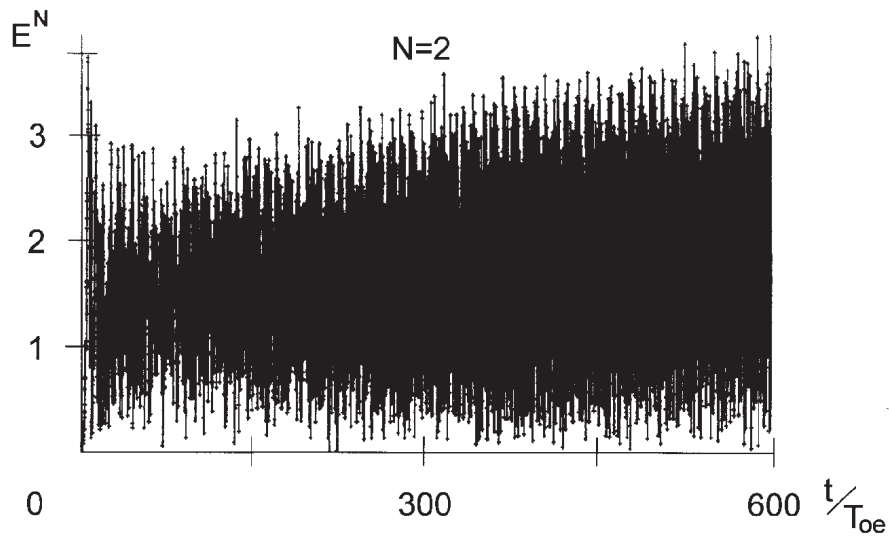


Рис. 5: Зависимость от времени амплитуды гармоник: а -  $N = 2$ ; б -  $N = 4$ . Случай 1.

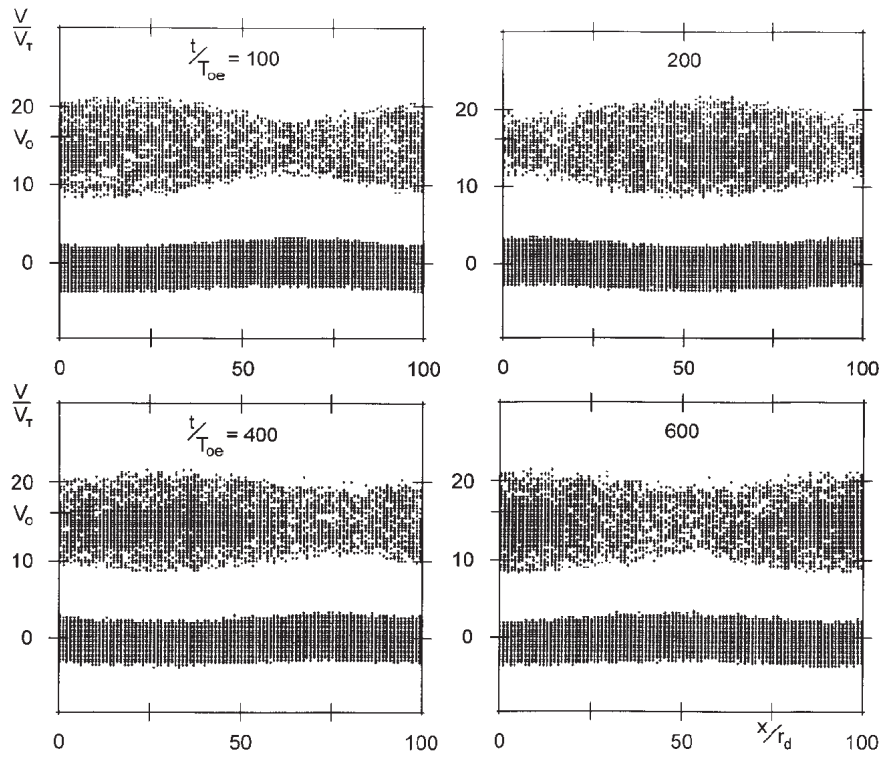


Рис. 6: Фазовые плоскости электронов. Случай 1.

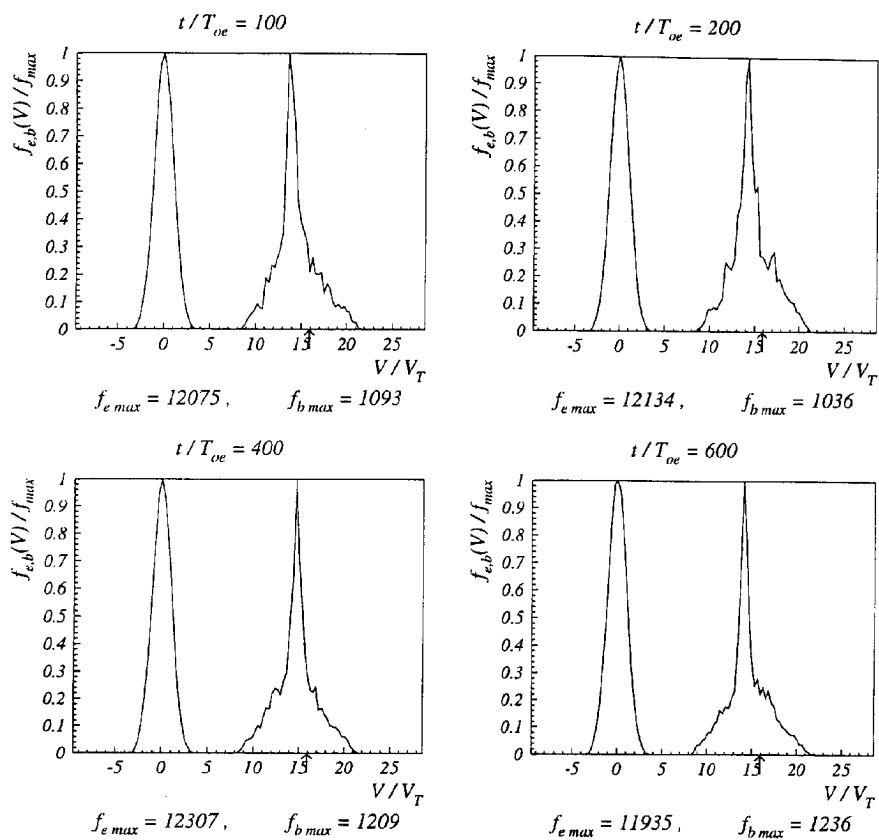


Рис. 7: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 1. Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_o/V_T = 15.9$ .

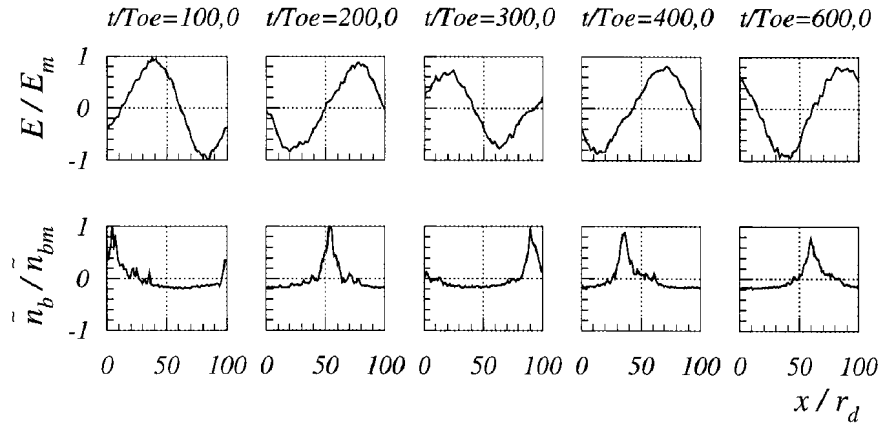


Рис. 8: Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 1.  $E_m = 18.80$ ;  $\tilde{n}_{bm}/n_b^0 = 4.08$ .

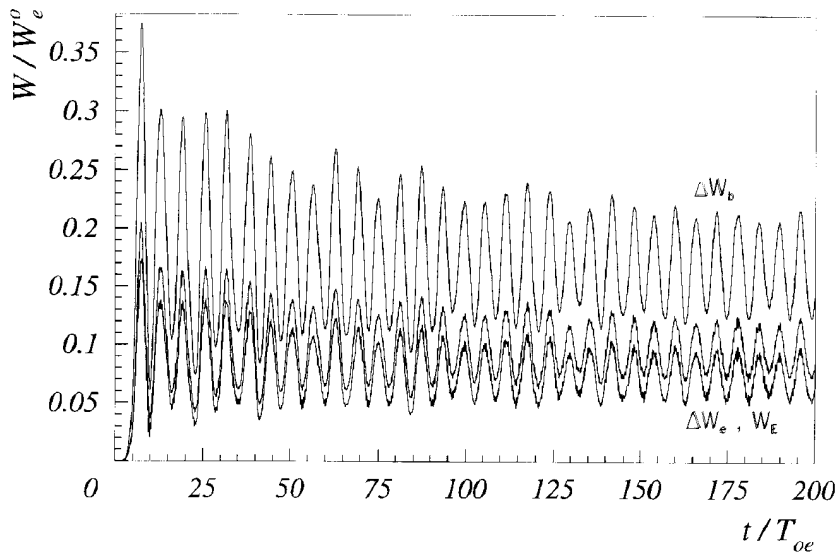


Рис. 9: Зависимость от времени энергии поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b$ . Случай 2.

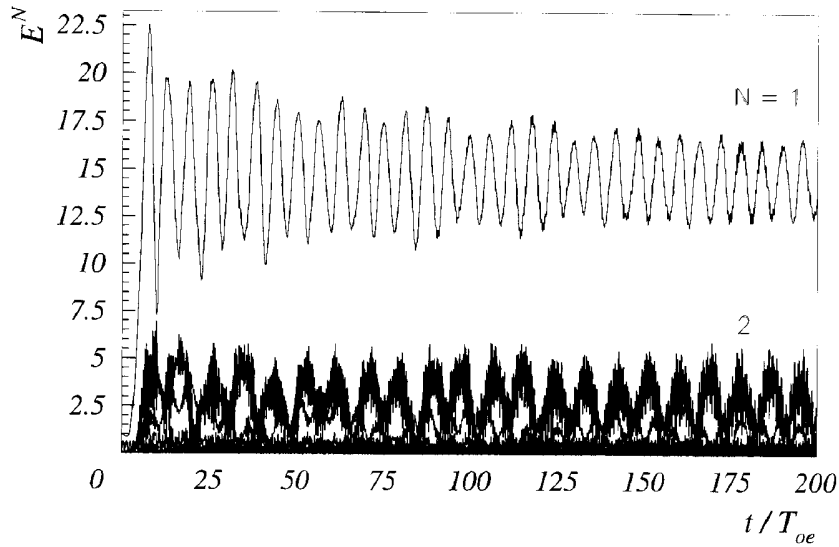


Рис. 10: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$ . Случай 2.

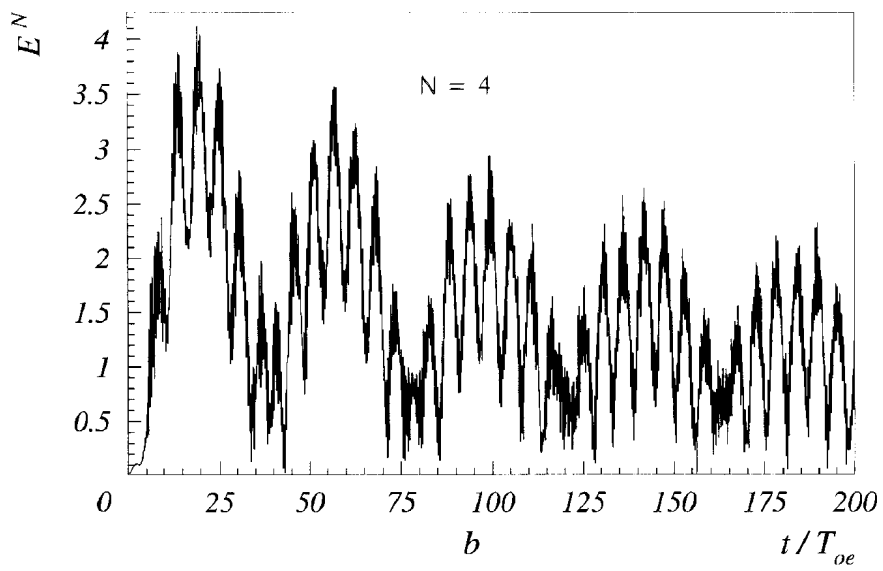
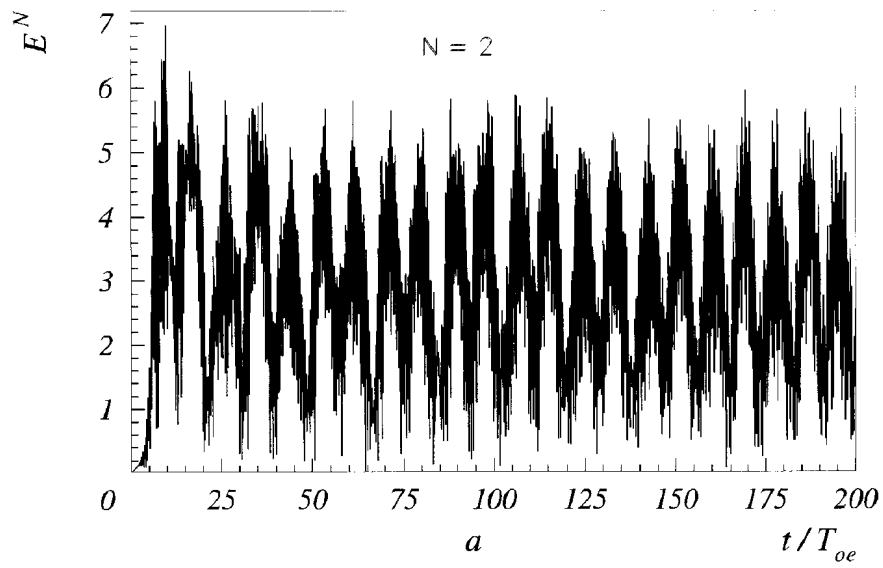


Рис. 11: Зависимость от времени амплитуды гармоник:  $a - N = 2$ ;  $b - N = 4$ . Случай 2.

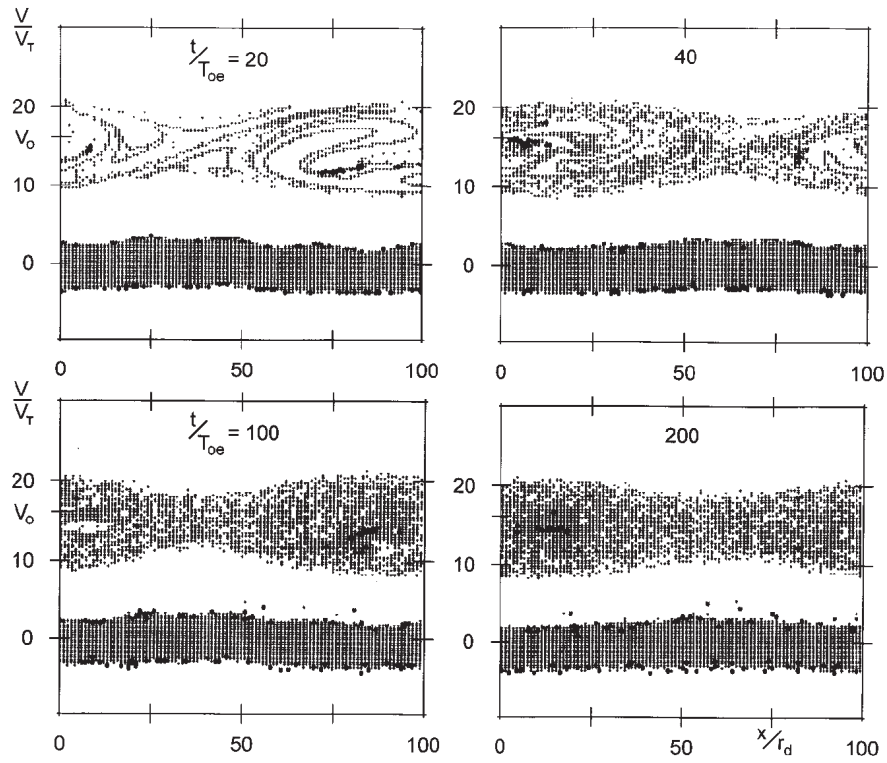


Рис. 12: Фазовые плоскости электронов. Случай 2.

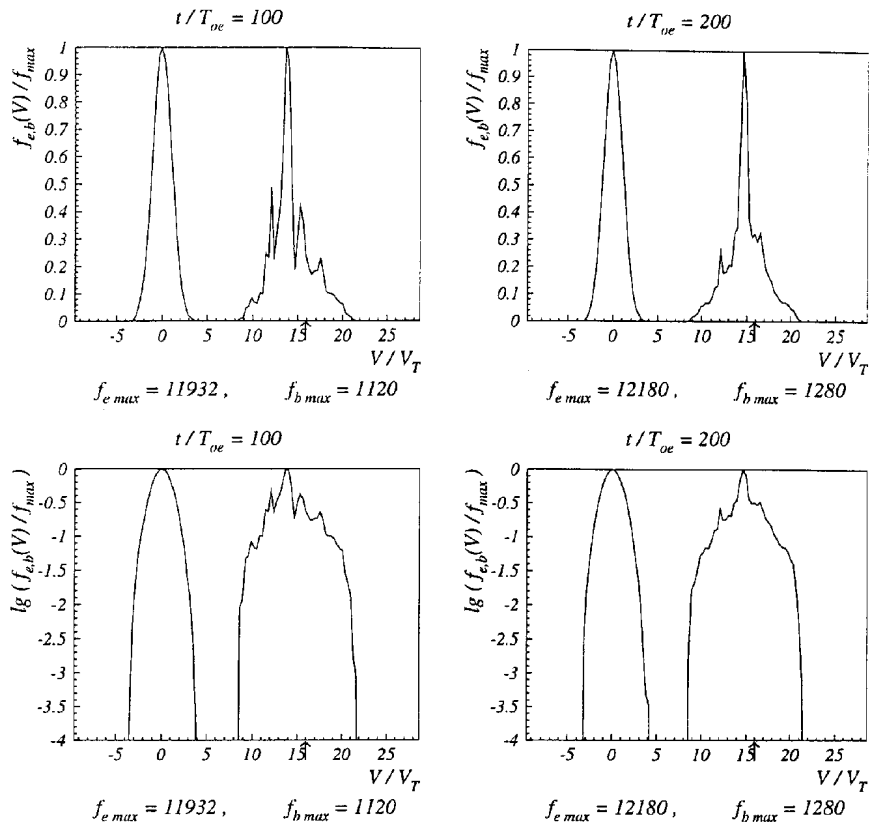


Рис. 13: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2. Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_o/V_T = 15.9$ .



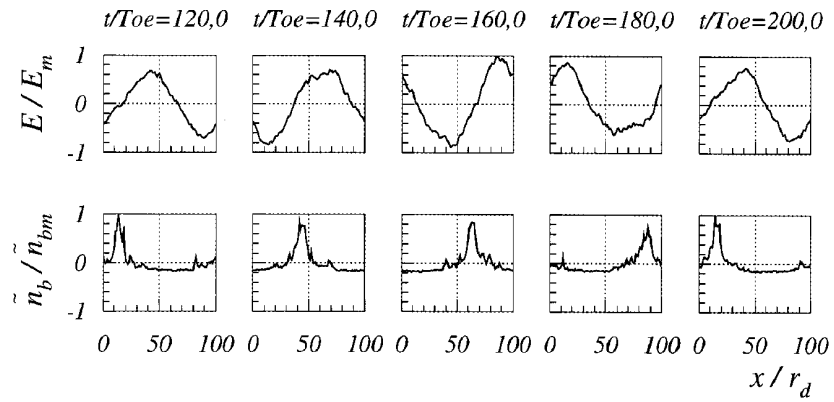


Рис. 14: Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 2.  $E_m = 20.32$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^0 = 4.36$ .