

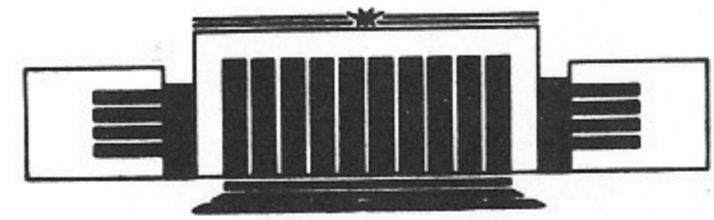


**ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН**

**Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев**

**КОНВЕРСИЯ ВОЛНЫ  
БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА НА  
ВОЗМУЩЕНИИ ПЛОТНОСТИ. III**

**ИЯФ 94-50**



**НОВОСИБИРСК**

# The Conversion of the Bernstein-Greene-Kruskal Wave on the Density Perturbation. III

*N.S. Buchelnikova, B.N. Laseev*

Institute of Nuclear Physics,  
630090 Novosibirsk, Russia

## Abstract

The interaction of the BGK-wave ( $\lambda_e/r_d = 100$ ;  $N_e = \mathcal{L}/\lambda_e = 1$ ) with sinusoidal density perturbation ( $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 2$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04-0,3$  and  $N_i = 1$ ;  $\tilde{n}/n_0 = 0,04$ ) in the one-dimensional plasma with fixed ions was studied in numerical experiments (PIC-method). The results are compared with [1, 2], where the cases with another parameters of the BGK-wave and the density perturbation were studied.

It was shown, that this interaction in all the cases leads to the conversion into direct and backward Langmuir waves with the wave numbers  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3 \dots$  and in the case  $N_i = N_e$  into the direct waves  $N = N_e \pm \beta N_i$ , like the case of the Langmuir wave conversion. But the evolution of the conversion is different. In all the cases the electrons, trapped in the BGK-wave, stabilize the wave and prevent the conversion. In the cases with small density perturbation  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  the parameters of the BGK-wave are practically stable and the amplitudes of the conversion modes are low. In the cases with  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2$  the initial stage of the conversion modes evolution is practically the same as in the case of the Langmuir wave, but the BGK-wave amplitude changes much less.

The further evolution in all the cases is due to the decrease of the BGK-wave phase velocity, which leads to the modification of the trapped electrons distribution. The selfconsistent process includes the exchange by the energy between the electrons and the BGK-wave field, the modification of the BGK-wave amplitude, phase-velocity and of the conversion growth rate. As a result in the cases  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  the quasistationary BGK-wave with the new parameters is formed.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию конверсии волны БГК на синусоидальном возмущении плотности. Работа является третьей частью работ [1, 2] и продолжением работ [3, 4].

В работах [1, 2] исследованы случаи с разными параметрами возмущения плотности ( $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$  и 2) и одинаковой волной БГК ( $\lambda_e/r_d = 200$ ;  $N_e = \mathcal{L}/\lambda_e = 1$ ). В настоящей работе исследуется волна БГК с другими параметрами ( $\lambda_e/r_d = 100$ ,  $N_e = 1$ ) и возмущения плотности  $N_i = 2$  и  $N_i = 1$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04-0,3$ . Найдено, что во всех случаях конверсия волны БГК, так же как и конверсия ленгмюровской волны [5-8], приводит к модуляции ее поля и локализации энергии во впадинах плотности, в спектральном описании — к генерации ленгмюровских волн — гармоник волны БГК с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3$ . Однако, обмен энергией захваченных в волну БГК электронов с ее полем стабилизирует волну БГК и препятствует конверсии. В результате при малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  амплитуда волны БГК практически не меняется, а амплитуда гармоник конверсии мала. При  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2-0,3$  на начальной стадии амплитуды гармоник конверсии сравнимы со случаем ленгмюровской волны, но изменение амплитуды волны БГК сравнительно невелико. Дальнейшее развитие связано с вторичными нелинейными эффектами, обусловленными уменьшением фазовой скорости волны БГК и перестройкой распределения захваченных электронов. При  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  эти процессы приводят к установлению квазистационарной волны БГК с новыми параметрами.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. В

одномерной системе длиной  $\mathcal{L}/r_d = 100$  задается плазма с параметрами  $M/m = 10^{10}$ ;  $T_e/T_i = 30$ . Задается волна БГК с областью захвата, равномерно заполненной "взвешенными"  $b$ -электронами с массой  $m/\alpha$ , зарядом  $e/\alpha$ , но  $e/m$ , тем же, что у электрона. Метод задания волны БГК описан в работе [3] и частично в работе [1]. Рассматривается волна БГК с параметрами случая 1-1 из работ [3, 4]:  $\lambda_e/r_d = 100$ ;  $N_e = 1$ ;  $V_{\phi 0}/V_T = 15, 1$ ;  $E_0/(mr_d/eT_{oe}^2) = 15, 6$ ;  $V_{s0}/V_T = 5, 0$  ( $V_s = 2\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}$ );  $W_E^0/W_e^0 = 8, 7 \cdot 10^{-2}$ ;  $\Delta W_e^0/W_e^0 = 0, 1$  ( $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ;  $W_e^0$  — тепловая энергия электронов плазмы); число захваченных электронов  $N_b^0 = 50$ ; число  $b$ -электронов  $N_b = 1, 35 \cdot 10^4$ ;  $\alpha = 270$ ; энергия  $b$ -электронов  $W_b^0/W_e^0 = 1, 29$ ; период захваченных частиц  $T_B/T_{oe} = 6, 3$

Задается квазинейтральное возмущение плотности. Параметры возмущения в случаях 3-1÷3-4  $N_i = 2$ ;  $\lambda_i/r_d = 50$ ; впадины плотности на  $x/r_d = 25, 75$ ; в случае 4-1  $\lambda_i/r_d = 100$ ;  $N_i = 1$ ; впадина плотности на  $x/r_d = 50$ . Амплитуда возмущения различна в разных случаях:

Случай	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1
$\tilde{n}/n_0$	0,04	0,1	0,2	0,3	0,04

Рассмотрим случаи 3-1÷3-4. При взаимодействии волны БГК  $N_e = 1$  с возмущением плотности  $N_i = 2$  наблюдается возбуждение ленгмюровских волн-гармоник волны БГК  $N = N_e \pm \beta N_i$ : для  $\beta = 1$   $N = 3$  и  $N = -1$  (знаком "-" обозначены обратные волны), для  $\beta = 2$   $N = 5$  и  $N = -3$  и т. д. Таким образом возбуждаются те же гармоники, что и в случае ленгмюровской волны, а также в случае волны БГК с другими параметрами, но теми же  $N_e = 1$ ,  $N_i = 2$  [2].

В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции поля и локализации энергии во впадинах плотности. На рис. 1,а — г показано распределение поля  $E(x)$  в несколько моментов времени в течение  $\sim 0, 6T_{oe} \sim T/2$  в  $t$ , где максимальна амплитуда гармоник конверсии с  $\beta = 1$ , для случаев 3-1÷3-4. Из рис. 1,а — г видно, что при увеличении возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  модуляция поля увеличивается, поле концентрируется во впадинах плотности. Такая же картина характерна для ленгмюровской волны и для волны БГК в рассмотренных ранее случаях [1, 2].

Однако, развитие конверсии во времени существенно отличается от ленгмюровской волны. На рис. 2-5 показана зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  ( $E_0$  — начальная амплитуда волны БГК) и  $E^N/E_0(t)$  для гармоник конверсии с  $\beta = 1$   $N = 3$  и  $N = -1$  (рис. 2,а-5,а), для гармоник с  $\beta = 2$   $N = 5$  и  $N = -3$  (рис. 2,б-5,б), а также

потери энергии  $b$ -электронов  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ , энергия поля  $W_E$  и энергия электронов плазмы  $\Delta W_e$  (рис. 2,в-5,в). Все кривые усреднены по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ . В табл. 1 приведены моменты времени  $t/T_{oe}$  и величины  $E^N/E_0$  для первого максимума и (или) минимума кривых  $E^N(t)$  (включая  $N = 1$ ), а также  $t^b/T_{oe}$  и  $\Delta W_b/W_e^0$  для первого максимума и минимума кривых  $\Delta W_b(t)$ .

Из рис. 2,а-5,а видно, что амплитуда волны БГК  $E^I(t)$  проходит через минимум, глубина которого растет с ростом возмущения плотности (табл. 1). В это же время растут гармоники конверсии (рис. 2,а, б — 5,а, б). Кривые  $E^N(t)$  для гармоник с  $\beta = 1$   $N = N_e + N_i = 3$  и  $N = N_e - N_i = -1$  практически совпадают на начальном участке, а в случаях 3-3 и 3-4 на участке, включающем первый максимум (рис. 2,а — 5,а). В случаях 3-3 и 3-4 близки и начальные участки гармоник с  $\beta = 2$   $n = 5$  и  $N = -3$  (рис. 2,б-5,б). В дальнейшем кривые  $E^N(t)$  для гармоник  $N = N_e + \beta N_i$  и  $N = N_e - \beta N_i$  расходятся, что отличается от случая ленгмюровской волны, где эти кривые одинаковы.

Кривые  $E^N(t)$  гармоник  $N = 3$  и  $N = -1$  промодулированы во времени, что особенно четко видно в случаях 3-1 и 3-2 (рис. 2,а, 3,а). Период модуляции близок к величине  $t_{\min}^N$  (табл. 1). Из рис. 2,а, 3,а и табл. 1 видно, что период модуляции и амплитуда гармоник  $N = -1$  больше периода и амплитуды гармоник  $N = 3$ . Сопоставление кривых  $E^N(t)$  (рис. 2,а, 3,а) с кривыми потерь энергии  $b$ -электронов  $\Delta W_b(t)$  (рис. 2,в, 3,в) показывает, что колебания  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$  скоррелированы. Модуляция  $E^N(t)$ , скоррелированная с модуляцией  $\Delta W_b(t)$ , наблюдается также в случаях 3-3, 3-4, но выражена менее четко, так как кривые имеют более сложный характер (рис. 4,а, в, 5,а, в). Корреляция колебаний  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$  наблюдалась также в случаях 1-1, 1-2 [1] и 2-1, 2-2 [2]. Это позволяет сделать заключение, что при разных параметрах возмущения плотности и волны БГК модуляция связана с возмущением захваченных в волне БГК  $b$ -электронов полем гармоник конверсии и стабилизирующим действием этих возмущений на конверсию.

При конверсии ленгмюровской волны зависимость от времени амплитуды волны и гармоник конверсии описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta$  —  $E_\beta^N/E_0 = J_\beta(\pi\tilde{n}/n_0t/T_{oe})$ , так что  $E_\beta^N/E_0(\pi\tilde{n}/n_0t/T_{oe})$ , не зависит от  $\lambda_e$ ,  $\lambda_i$ ,  $\lambda_e/\lambda_i = N_i/N_e$ ,  $E_0$ , а также от  $\tilde{n}/n_0$  [5, 6]. Сравним  $E^N(t)$  в случаях 3-1÷3-4 с кривыми  $J_\beta(t)$  для ленгмюровской волны. На рис. 6 показана зависимость от времени модуля функции Бесселя нулевого порядка  $|J_0|$  и амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$ , на рис. 7 — функция Бесселя первого порядка  $|J_1|$  и амплитуда гармоник  $N = N_e + N_i = 3$

Таблица 1

Характерные величины и моменты времени для кривых  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$ . Случаи 3-1÷3-4.

$$|J_0|_{\min} = 0, t_{\min}^{(0)} \equiv t/T_{oe} \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} = 2, 4; |J_1|_{\max} = 0, 582, t_{\max}^{(1)} = 1, 88;$$

$$|J_2|_{\max} = 0, 486, t_{\max}^{(2)} = 3, 0.$$

Случай	3-1	3-2	3-3	3-4
$\tilde{n}/n_0$	0,04	0,1	0,2	0,3
$t_{\min}^I/T_{oe}$	4	4 (6)	3 (5)	4
$E_{\min}^I/E_0$	0,96	0,85 (0,81)	0,68 (0,65)	0,64
$t_{\max}^{III}/T_{oe}$	5	4	4	2,5
$E_{\max}^{III}/E_0$	0,19	0,40	0,58	0,61
$t_{\max}^{-I}/T_{oe}$	8	6	3 (8)	2,0 (6)
$E_{\max}^{-I}/E_0$	0,30	0,55	0,59 (0,69)	0,53 (0,73)
$t_{\min}^{III}/T_{oe}$	10	10,5	8 (14,5)	7 (12)
$t_{\min}^{-I}/T_{oe}$	17	16	6 (12,5)	4 (10)
$t_{\max}^V/T_{oe}$	6	5,5	4,5	3,0
$E_{\max}^V/E_0$	0,017	0,10	0,27	0,35
$t_{\max}^{-III}/T_{oe}$	8	7	5	3,5
$E_{\max}^{-III}/E_0$	0,068	0,24	0,35	0,35
$t_{\min}^V/T_{oe}$	10	11,5	(14)	7 (18)
$t_{\min}^{-III}/T_{oe}$	10	9	7 (10)	6
$t_{\max}^b/T_{oe}$	6	4,8	3,8 (6,5)	3 (6)
$\Delta W_{\max}^b/W_e^0$	$8 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-2}$	$4,3 (4,5) \cdot 10^{-2}$	$4,3 (7,5) \cdot 10^{-2}$
$\Delta W_{\max}^b/W_b^0$	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$	$3,3 (3,5) \cdot 10^{-2}$	$3,3 (5,8) \cdot 10^{-2}$
$t_{\min}^b/T_{oe}$	9 (18)	11 (15,5)	5 (11,5)	4 (10)

$|J_\beta|_{\min, \max}, t_{\min, \max}^{(\beta)}$  — первый минимум или максимум модуля функции Бесселя порядка  $\beta$  ( $\beta = 0; 1$  и  $2$ ) и момент времени, когда он достигается;  $E_{\min, \max}^N, t_{\min, \max}^N$  — первый минимум или максимум амплитуды волны БГК ( $N = 1$ ) и  $N$ -й гармоники  $E^N(t)$  и момент времени, когда он достигается, в скобках  $E^N, t^N$  абсолютного минимума или максимума за  $t/T_{oe} \sim 0 - 20$ ;  $\Delta W_{\max}^b, t_{\max, \min}^b$  — величина и момент достижения первого максимума или минимума потерь энергии  $b$ -электронов.  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Данные по кривым  $E^N(t), \Delta W_b(t)$ , усредненным по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ .

( $\beta = 1$ ), на рис. 8 — функция Бесселя второго порядка  $|J_2|$  и амплитуда гармоники  $N = N_e + 2N_i = 5$  ( $\beta = 2$ ). На каждом рисунке разными знаками показаны все случаи 3-1÷3-4.

Из рис. 7, 8 видно, что начальные участки кривых  $E^N(t)$  практически совпадают или близки к соответствующим функциям Бесселя  $J_1(t)$  или  $J_2(t)$ . Таким образом, начальная стадия развития гармоник конверсии не отличается от ленгмюровской волны, что наблюдалось и при других параметрах волны БГК и возмущения плотности [1, 2]. Однако, в дальнейшем различие становится существенным. При малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  максимальные амплитуды  $E^N/E_0$  много меньше максимальной величины  $J_1$  или  $J_2$ , а вид кривых отличается от  $J_1(t), J_2(t)$ . Так в случаях 3-1, 3-2 на рис. 7 четко видна модуляция  $E^N(t)$ . С ростом начального возмущения плотности кривые  $E^N(t)$  приближаются к  $J_1(t), J_2(t)$ , а в случаях 3-3, 3-4 близки к ним вплоть до первого максимума. В дальнейшем и в этих случаях кривые  $E^N(t)$  отличаются от  $J_1(t), J_2(t)$  (рис. 7, 8).

Амплитуда волны БГК — кривые  $E^I/E_0(t)$  значительно отличаются от функции Бесселя  $J_0(t)$  (рис. 6). В случае 3-1  $E^I$  почти не меняется, в остальных случаях  $E^I$  меняется значительно меньше, чем  $J_0(t)$ , хотя на начальном участке  $E^I(t)$  и  $J_0(t)$  совпадают.

Сравнение рис. 6-8 с рис. 7-9 в работе [1] и рис. 1-3 в работе [2] показывает, что характер различий в развитии конверсии волны БГК и ленгмюровской волны сохраняется при разных параметрах волны БГК и возмущения плотности. Во всех случаях при малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  волна БГК остается практически стабильной, а амплитуда гармоник конверсии мала. При возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2$  на начальной стадии амплитуда гармоник конверсии примерно та же, что и в случае ленгмюровской волны, но амплитуда самой волны БГК меняется значительно меньше.

В работе [1] показано, что дальнейшее развитие определяется уменьшением фазовой скорости волны БГК и перестройкой распределения  $n_b(x, v)$   $b$ -электронов. Наблюдаются эти процессы и в рассматриваемых случаях. Это можно видеть по фазовым плоскостям электронов в случаях 3-2÷3-4 (рис. 9-11). Начнем рассмотрение со случая 3-4 (рис. 11). Из рис. 11 видно, что в  $t/T_{oe} \sim 2 - 6,5$  основная часть  $b$ -электронов в среднем замедляется, подстраиваясь к новой фазовой скорости и оставаясь захваченными волной БГК. При замедлении электроны теряют энергию, так что растет  $\Delta W_b$  (рис. 5, в). При этом энергия передается в электрическое поле, так что растет амплитуда волны БГК  $E^I$  (рис. 5, а) и соответственно  $W_E$  и  $\Delta W_e$  (рис. 5, в). Это в свою очередь влияет на пе-

рестройку распределения  $b$ -электронов. Отметим, что рост  $\Delta W_b$  и  $E^I$  в этом случае заметно меньше, чем в случаях 1-3, 2-3 с тем же  $\tilde{n}/n_0$  [1, 2].

При уменьшении фазовой скорости некоторая часть  $b$ -электронов выходит из захвата с  $V > (V_{\phi 0} + V_3)$ . Эти электроны становятся пролетными и образуют "хвост" на фазовой плоскости (рис. 11,  $t/T_{oe} \sim 2,6 - 6,5$ ). С ростом амплитуды  $E^I$  часть электронов хвоста вновь захватывается (рис. 11,  $t/T_{oe} \sim 5,5 - 10$ ), часть остается пролетными. Размещение электронов на фазовой плоскости показывает, что развивается стохастическая неустойчивость, которая приводит к образованию стохастического слоя в районе сепаратрисы (рис. 11,  $t/T_{oe} \sim 8 - 20$ ).

В работе [2] было показано, что в результате развития описанных процессов фазовая скорость и амплитуда волны БГК устанавливаются на новом уровне и волна БГК с новыми параметрами становится квазистационарной. Устанавливаются на некотором стационарном уровне и гармоники конверсии [2]. Хотя в случае 3-4 развитие прослеживалось только до  $t/T_{oe} \sim 20$ , тенденцию к установлению стационарного уровня  $E^I$ ,  $E^N$  можно наблюдать и здесь (рис. 5, а, б).

Случай 3-4 отличается от рассмотренных в работах [1, 2] случаев тем, что уже в  $t/T_{oe} \gtrsim 4$  становится существенным захват электронов плазмы гармониками конверсии (рис. 11,  $t/T_{oe} \gtrsim 4,5$ ). Это свидетельствует о начале развития сильной стохастической неустойчивости движения электронов в районе областей захвата этих гармоник [9]. Максимальная и минимальная скорости электронов плазмы в  $t/T_{oe} \sim 4 - 6$  —  $V_{\max}/V_T \sim 4,6 > V_{\phi}^I/V_T = 3,6$  но  $< V_{\phi}^{III}/V_T = 5,6$ ;  $V_{\min}/V_T \sim |-4,0| > |V_{\phi}^{-V}/V_T| = |-3,6|$ , но  $< |V_{\phi}^{-III}/V_T| = |-5,6|$  показывают, что на этой стадии в сильной стохастической неустойчивости участвуют гармоники  $N \geq |\pm 5|$ . К  $t/T_{oe} \sim 20$  в неустойчивость включаются и гармоники  $N = \pm 3$  так как  $V_{\max}$ ,  $V_{\min}$  достигают величины  $V_{\max}/V_T \sim 7,3 > V_{\phi}^{III}/V_T = 5,6$ ;  $V_{\min}/V_T \sim |-6,7| > |V_{\phi}^{-III}/V_T| = |-5,6|$ .

Захват и ускорение электронов плазмы гармониками конверсии при сильной стохастической неустойчивости приводят к затуханию гармоник и перекачке в них энергии из более длинноволновых гармоник и из волны БГК. Это обуславливает малый по сравнению со случаями 1-3, 2-3 [1, 2] рост амплитуды волны БГК (рис. 5, а) при перестройке распределения  $b$ -электронов и сравнительно малые максимальные амплитуды гармоник  $N = N_e \pm 2N_i$  (рис. 5, б, рис. 8), а также небольшое затухание поля и рост энергии электронов плазмы (рис. 5, в).

В случае 3-4 уменьшение фазовой скорости и перестройку распределения  $b$ -электронов можно видеть наиболее четко. По фазовым плоскостям

в случаях 3-2, 3-3 (рис. 9, 10) видно, что перестройка распределения того же типа, что и в случае 3-4, происходит и здесь, хотя начинается несколько позже — в случае 3-3 в  $t/T_{oe} \gtrsim 3$ , в случае 3-2 в  $t/T_{oe} \gtrsim 5$ . В случае 3-2 перестройка распределения выражена менее четко, а в случае 3-1 ее можно видеть только при детальном рассмотрении фазовых плоскостей, но характер процесса сохраняется и здесь.

Рассмотренные процессы сопровождаются развитием стохастической неустойчивости движения электронов и образованием стохастического слоя в районе сепаратрисы волны БГК. Это проявляется, в частности, в уширении распределения  $b$ -электронов по скорости в районе узла сепаратрисы. Из рис. 9-11 видно, что уширение  $\Delta V = V_{\max} - V_{\min}$  растет с ростом начального возмущения плотности:

Случай	3-1	3-2	3-3	3-4	
$\Delta V/V_T$	1,27	1,91	4,77	6,05	в $t/T_{oe} \sim 20$

Рассмотрим случай 4-1. В этом случае параметры волны БГК те же, что и в случаях 3-1÷3-4, но длина волны возмущения плотности  $\lambda_i/r_d = 100$ , так что  $N_i = \lambda_e/\lambda_i = N_e = 1$ ;  $\tilde{n}/n_0 = 0,04$ . Поскольку конверсия ленгмюровской волны на возмущении плотности  $N_i = N_e$  имеет некоторые особенности [8], проводилось прямое сравнение развития конверсии волны БГК в случае 4-1 и ленгмюровской волны с параметрами  $\lambda/r_d = 100$ ,  $E_0^I/(mr_d/eT_{oe}^2) = 15,6$  теми же, что у волны БГК и  $V_{\phi}/V_T = 16,1$  на таком же возмущении плотности  $\tilde{n}/n_0 = 0,04$  (случай 4-0). В табл. 2 приведены моменты времени  $t^N/T_{oe}$  и величины  $E^N/E_0$  для максимумов и минимумов кривых  $E^N(t)$ , а также  $t^b/T_{oe}$  и  $\Delta W_b/W_e^0$  для первого максимума и минимума кривых  $\Delta W_b(t)$ .

Для случая 4-0 на рис. 12 показана зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны  $E^I/E_0$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоник конверсии  $N = N_e + N_i = 2$  ( $\beta = 1$ ) и  $N = N_e + 2N_i = 3$  ( $\beta = 2$ ). Обратные волны в случае  $N_i = N_e$  не возбуждаются, что согласуется с работой [8]. Из рис. 12 видно, что амплитуда ленгмюровской волны меняется довольно сильно, хотя и меньше, чем  $|J_0(t)|$  в случае  $N_i > N_e$  (рис. 6). Амплитуда  $E^I(t)$  достигает минимума  $E_{\min}^I/E_0 \sim 0,55$  в  $t/T_{oe} \sim 23 - 24$ . Почти одновременно достигают максимума гармоники конверсии  $N = 2 - E_{\max}^{II}/E_0 \sim 0,76$  в  $t/T_{oe} \sim 23 - 25$  и  $N = 3 - E_{\max}^{III}/E_0 \sim 0,32$  в  $t/T_{oe} \sim 21 - 23$ . При этом для  $N = N_e + N_i$   $E_{\max}^N/E_0$  заметно больше, чем в случае  $N_i > N_e$  (рис. 7), а для  $N = N_e + 2N_i$  — несколько меньше (рис. 8).

Таблица 2

Характерные величины и моменты времени для кривых  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$ . Случаи 4-0, 4-1.

Случай	4-0	4-1
$\tilde{n}/n_0$	0	0,04
$t_{\min}^I/T_{oe}$	23,5	5
$E_{\min}^I/E_0$	0,55	0,99
$t_{\max}^{II}/T_{oe}$	24	6,5
$E_{\max}^{II}/E_0$	0,76	0,25
$t_{\min}^{II}/T_{oe}$	50	12,5
$t_{\max}^{III}/T_{oe}$	22	(18)
$E_{\max}^{III}/E_0$	0,32	0,09
$t_{\min}^{III}/T_{oe}$	43	(39)
$t_{\max}^b/T_{oe}$	-	11
$\Delta W_{\max}^b/W_e^0$	-	$2 \cdot 10^{-2}$
$\Delta W_{\max}^b/W_b^0$	-	$1,6 \cdot 10^{-2}$
$t_{\min}^b/T_{oe}$	-	16

Пояснения: см. Табл. 1.

В динамическом описании конверсия ленгмюровской волны проявляется в модуляции поля и локализации энергии во впадинах плотности. Такая же картина наблюдается и при конверсии волны БГК. Это видно из рис. 13, где показано распределение  $E(x)$  в разные моменты времени в случае 4-1. В спектральном описании в случае 4-1 наблюдается возбуждение ленгмюровских волн — гармоник волны БГК  $N = N_e + \beta N_i = 2, 3, 4, \dots$ . Зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  и амплитуды гармоник конверсии  $E^N/E_0$   $N = 2(\beta = 1)$  и  $N = 3(\beta = 2)$  показана на рис. 14, а, б, зависимость  $\Delta W_b(t)$ ,  $W_E(t)$ ,  $\Delta W_e(t)$  в случае 4-1 — на рис. 14, в. Из рис. 14, а, б видно, что характер изменения амплитуды волны БГК и гармоник конверсии в случае 4-1 подобен случаю 3-1 (рис. 2, а, б). Амплитуда  $E^I(t)$  меняется незначительно, ее минимальная величина  $E_{\min}^I/E_0 \sim 0,99$  почти не отличается от  $E_0$ . Максимальные амплитуды гармоник конверсии невелики (табл. 1). При этом амплитуда гармоники  $N = 2(\beta = 1)$   $E^N(t)$  промодулирована во времени с периодом  $T/T_{oe} \sim 12 - 13$ , глубина модуляции, так же как и в случае 3-1, близка к единице. Модуляция амплитуды гармоники  $N = 2$  коррелирует с модуляцией  $\Delta W_b(t)$  (рис. 14, а, в), показывая, что и в случае  $N_i = N_e$  возмущение  $b$ -электронов препятствует конверсии и приводит к модуляции амплитуды гармоник конверсии.

На рис. 15-17 сравниваются кривые  $E^N/E_0(\pi\tilde{n}/n_0t/T_{oe})$  для волны БГК (случай 4-1) и ленгмюровской волны (случай 4-0). На рис. 15 показана амплитуда  $E^I(t)$ . Видно, что подобно случаям 1-1 [1], 2-1 [2], 3-1 (рис. 6) с  $\tilde{n}/n_0 = 0,04$ , в случае 4-1 амплитуда волны БГК меняется гораздо слабее, чем амплитуда ленгмюровской волны. Из рис. 16, 17 видно, что амплитуда гармоник конверсии  $N = 2(\beta = 1)$  (рис. 16) и  $N = 3(\beta = 2)$  (рис. 17) в случае волны БГК 4-1 остается малой по сравнению со случаем ленгмюровской волны 4-0. Так же ведут себя гармоники конверсии в случаях 1-1 [1], 2-1 [2] и 3-1 (рис. 7, 8).

Таким образом, стабилизация волны БГК и подавление конверсии при малых возмущениях плотности наблюдается как в случаях  $N_i > N_e$ , так и в случае  $N_i = N_e$ .

## Заключение

В настоящей работе и работах [1, 2] рассмотрено развитие конверсии волны БГК на синусоидальном возмущении плотности плазмы при разных параметрах волны БГК (в работах [1, 2]  $\lambda_e/r_d = 200$ ;  $V_{\phi o}/V_T = 29,7$ ;  $E_0/(mr_d/eT_{oe}^2) = 13,6$ ; в настоящей работе  $\lambda_e/r_d = 100$ ;  $V_{\phi o}/V_T = 15,1$ ;  $E_0/(mr_d/eT_{oe}^2) = 15,6$ ) и разных параметрах возмущения плотности (в работе [1]  $\lambda_i/r_d = 66,7$ ;  $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,01 - 0,9$ ; в работе [2]  $\lambda_i/r_d = 100$ ;  $N_i = 2$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04 - 0,3$ ; в настоящей работе  $\lambda_i/r_d = 50$ ;  $N_i = 2$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04 - 0,3$ ; и  $\lambda_i/r_d = 100$ ;  $N_i = 1$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04$ ).

Найдено, что развитие конверсии имеет сходные черты при всех параметрах. Во всех случаях конверсия волны БГК, так же как и конверсия ленгмюровской волны [6, 7], приводит к модуляции поля  $E(x)$  и локализации энергии во впадинах плотности. В спектральном описании конверсия проявляется в генерации гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . Однако, развитие конверсии волны БГК отличается от случая ленгмюровской волны [5, 6], где  $E_{\beta}^N/E_0(t)$  описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta$ :  $E_{\beta}^N/E_0 = |J_{\beta}(\frac{1}{2}\tilde{n}/n_0\omega_{oe}t)|$ . На рис. 18 показана величина амплитуды волны БГК  $E^I/E_0(t)$  в первом минимуме при разных  $\tilde{n}/n_0$ , на рис. 19 — величина амплитуды  $E^N/E_0(t)$  гармоник конверсии с  $\beta = 1$   $N = N_e \pm N_i$  в первом максимуме (приведены данные из работ [1, 2] и настоящей работы). При конверсии ленгмюровской волны ее амплитуда в первом минимуме  $E_{\beta}^I/E_0 = |J_0|_{\min} = 0$ , амплитуда гармоник конверсии с  $\beta = 1$   $N = N_e \pm N_i$  в первом максимуме —  $E_1^N/E_0 = |J_1|_{\max} = 0,582$ .

Из рис. 18, 19 видно, что при всех параметрах волны БГК и возмущения плотности при малых  $\tilde{n}/n_0$  конверсия волны БГК значительно меньше конверсии ленгмюровской волны. Действительно, при  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  амплитуда волны БГК почти не меняется и минимальная  $E^I$  практически не отличается от начальной (рис. 18), а максимальные амплитуды гармоник конверсии заметно меньше, чем  $|J_1|_{\max}$  в случае ленгмюровской волны (рис. 19).

С ростом  $\tilde{n}/n_0$  амплитуда гармоник конверсии в первом максимуме растет и при  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2 - 0,3$  приближается к  $|J_1|_{\max}$  в случае ленгмюровской волны (рис. 19). Однако, амплитуда волны БГК и при таких  $\tilde{n}/n_0$  меняется много меньше, чем в случае ленгмюровской волны. Действительно, амплитуда  $E^I/E_0$  в первом минимуме заметно превышает  $|J_0|_{\min} = 0$  даже при  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,6$  (рис. 18).

Таким образом, волна БГК значительно более стабильна относительно конверсии, чем ленгмюровская волна. Поскольку волна БГК отличается от ленгмюровской волны только наличием захваченных электро-

нов, этот факт показывает, что обмен энергией захваченных электронов с полем волны стабилизирует волну БГК и мешает модуляции поля, т.е. препятствует конверсии.

С ростом возмущения плотности становится существенным уменьшение фазовой скорости волны БГК. Во всех случаях это приводит к новым нелинейным эффектам, связанным с движением захваченных электронов, — перестройке распределения этих электронов, передаче части их энергии в поле волны БГК и, как следствие, — к росту амплитуды волны БГК и к росту скорости конверсии. В результате этих процессов при  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  устанавливается квазистационарная волна БГК с новыми параметрами (фазовой скоростью, амплитудой) [2]. Взаимодействие волны БГК с гармониками конверсии приводит к развитию стохастической неустойчивости движения электронов. Неустойчивость приводит к формированию стохастического слоя в районе сепаратрисы волны БГК, но не влияет существенно на ее параметры.

Как будет показано в следующей работе [10], при совсем больших возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,6$  основную роль начинает играть сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы в районе областей захвата коротковолновых гармоник конверсии. Эта неустойчивость приводит к захвату и ускорению электронов плазмы и поглощению ими энергии поля гармоник. Это в свою очередь приводит к необратимой перекачке энергии из волны БГК в гармоники конверсии и в электроны плазмы и в результате — к разрушению волны БГК.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Конверсия волны БГК на возмущении плотности. I." Препринт ИЯФ СО РАН 94-48, 1994.
2. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Конверсия волны БГК на возмущении плотности. II." Препринт ИЯФ СО РАН 94-49, 1994.
3. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Волна Бернштейна-Грина-Крускала I." Препринт ИЯФ СО РАН 93-97, 1993.
4. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Волна Бернштейна-Грина-Крускала II. Взаимодействие с ленгмюровской волной. Стохастические эффекты." Препринт ИЯФ СО РАН 93-98, 1993.
5. P.K. Kaw, A.T. Lin, J.M. Dawson. Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
6. N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Physica Scripta 24, 566, 1981.
7. Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин, Препринты ИЯФ СО АН СССР 80-192, 1980; ИЯФ 81-43, 1981; ИЯФ 81-88, 1981; ИЯФ 81-89, 1981; ИЯФ 82-53, 1982.
8. Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин, Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-40, 1981.
9. Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин, Препринты ИЯФ СО АН СССР 84-149, 1984; ИЯФ 84-150, 1984. Взаимодействие электромагнитных излучений с плазмой с.221, Ташкент, 1985; Phys. Letters 112A, 330, 1985.
10. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Конверсия волны БГК на возмущении плотности. IV." Препринт ИЯФ СО РАН 94-51, 1994.

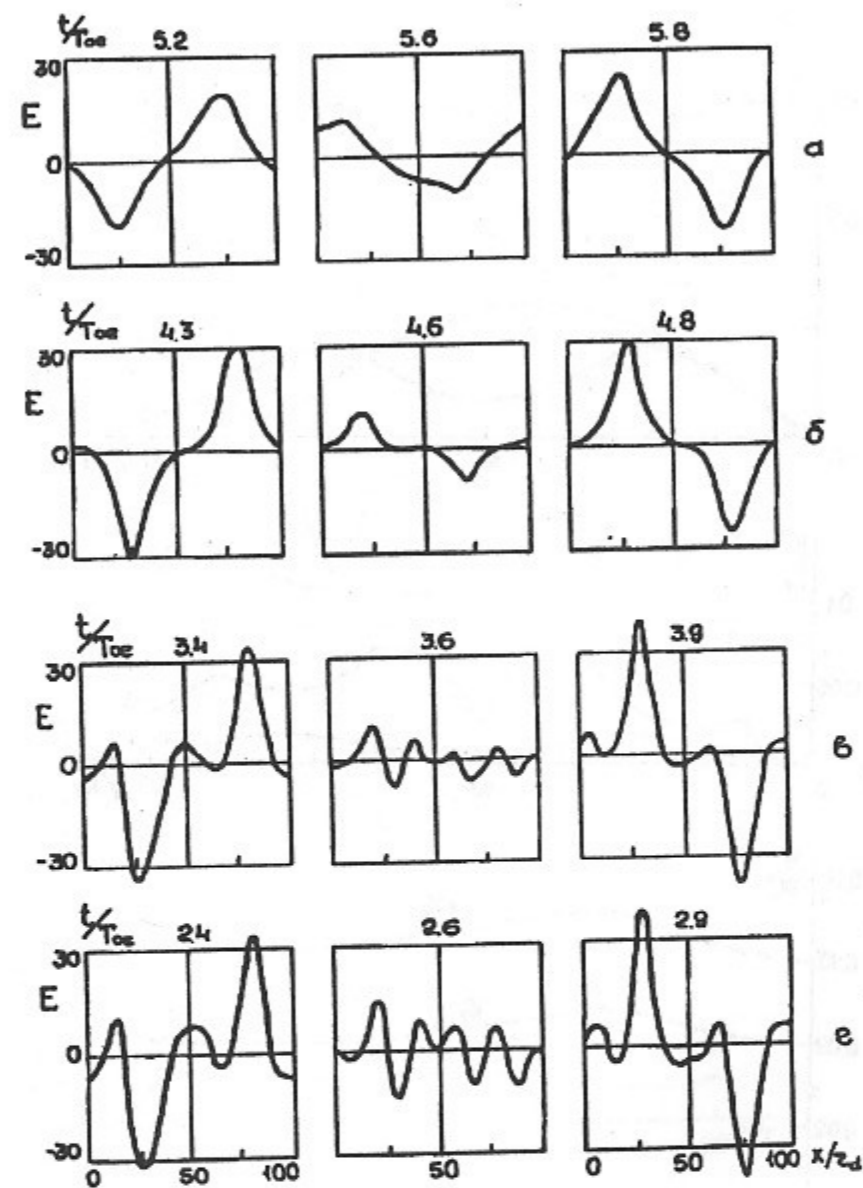


Рис. 1, а – г. Распределение поля  $E(x)$  в разные моменты времени.  $E$  нормировано на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .  
Случай 3-1 — (а); 3-2 — (б); 3-3 — (в); 3-4 — (г).



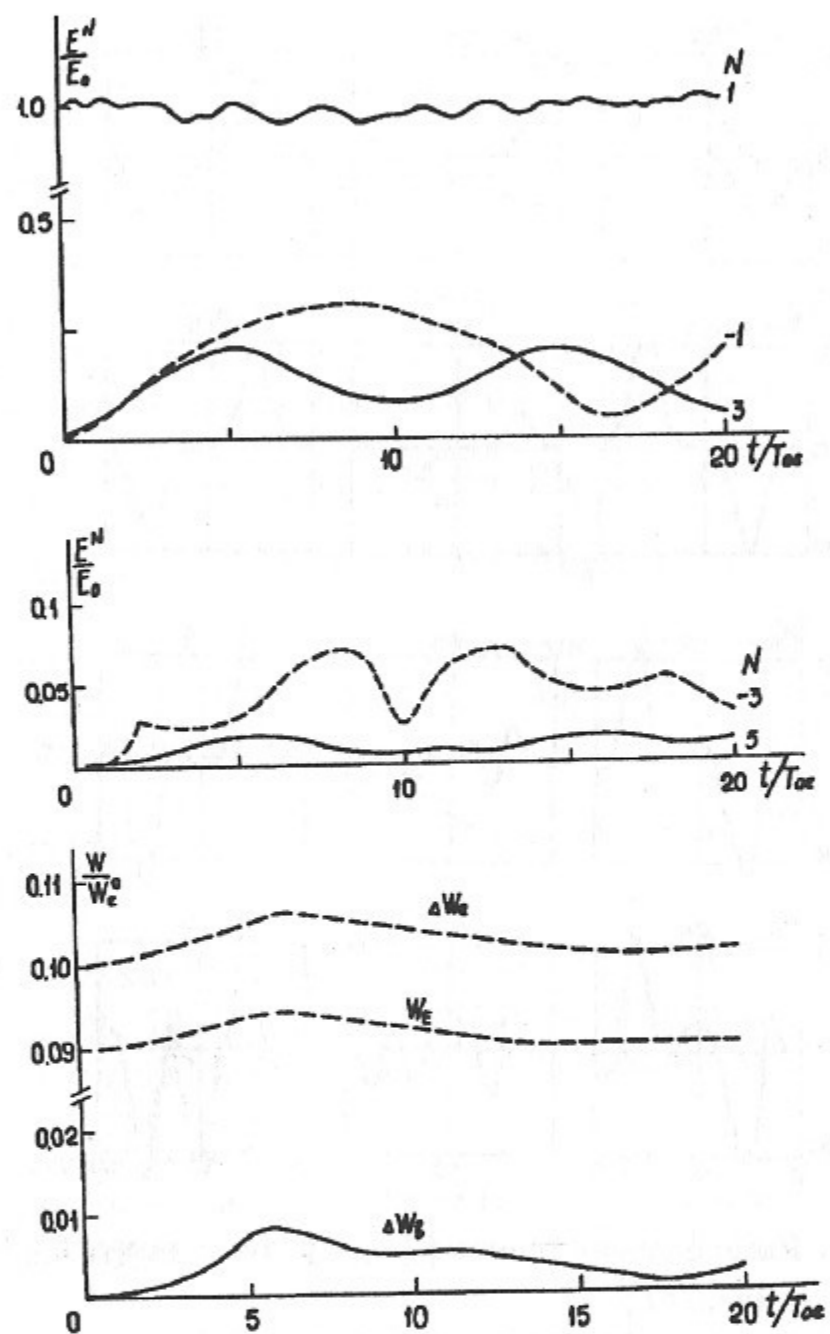


Рис. 2, а - в. Случай 3-1. Зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  и амплитуды гармоник конверсии  $E^N/E_0$   $\beta = 1$ ,  $N = 3$  и  $-1$  (а),  $\beta = 2$   $N = 5$  и  $-3$  (б).

Зависимость от времени потерь энергии  $b$ -электронов  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ , энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ,  $W_e^0$  — тепловая энергия электронов плазмы (в).

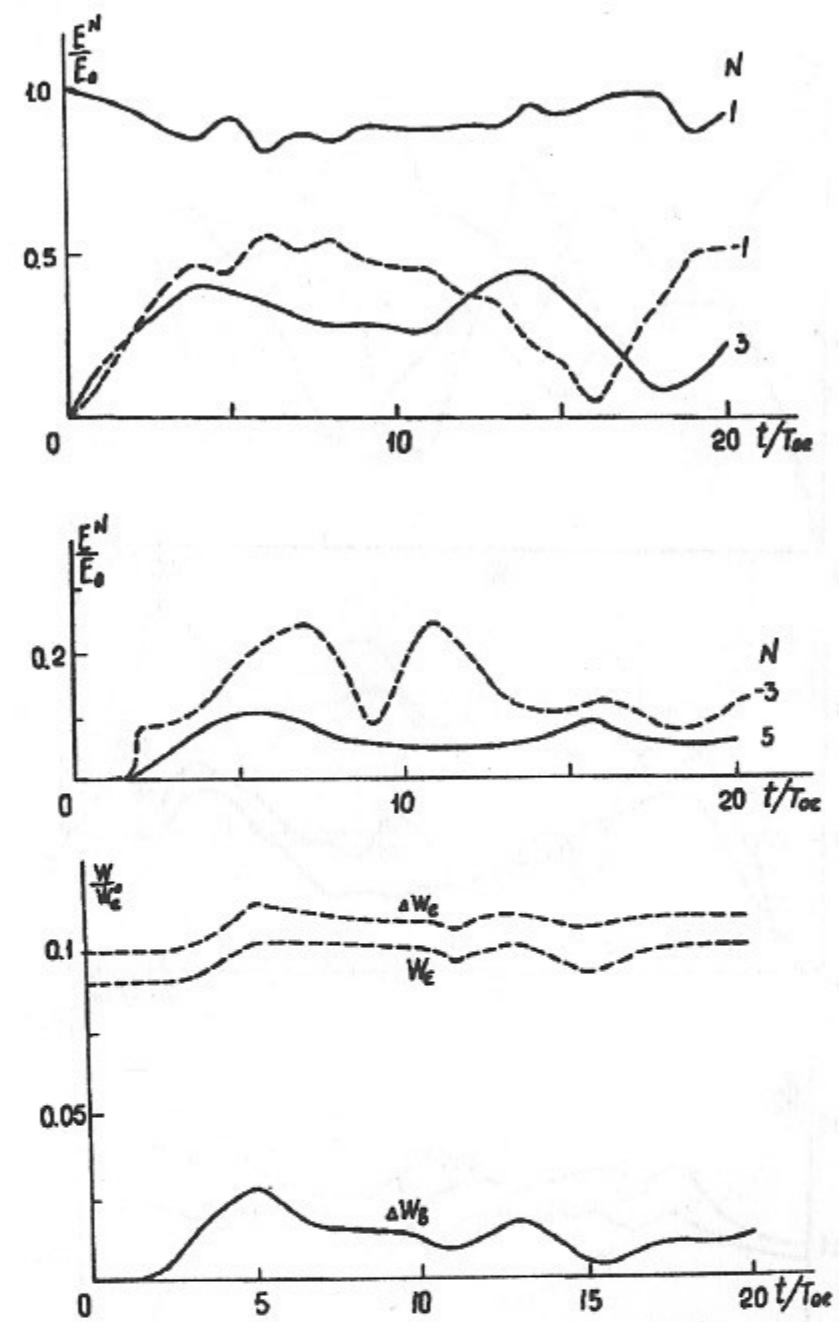


Рис. 3, а - в. Случай 3-2. То же, что рис. 2, а - в.

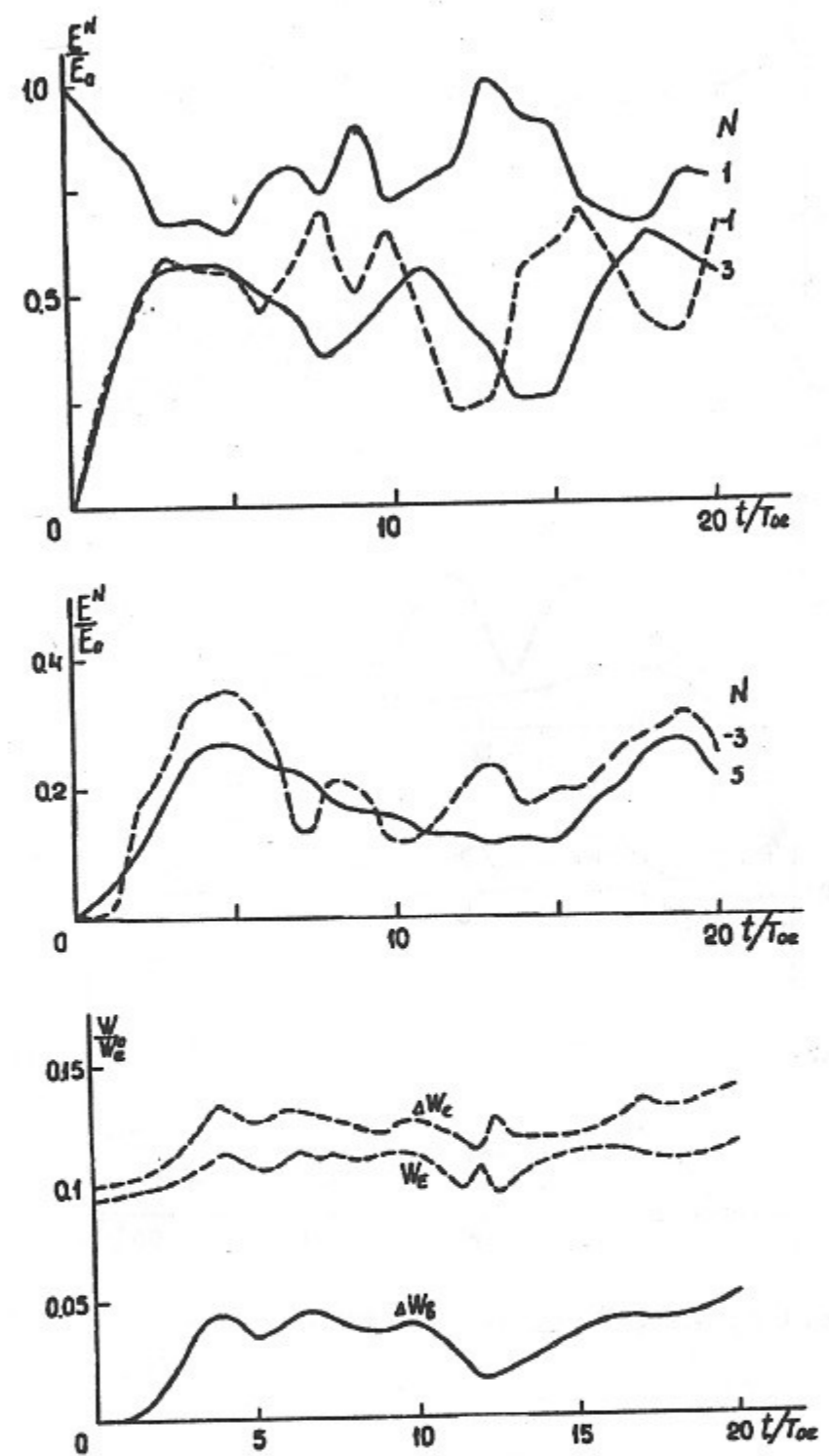


Рис. 4, а – в. Случай 3-3. То же, что рис. 2, а – в.

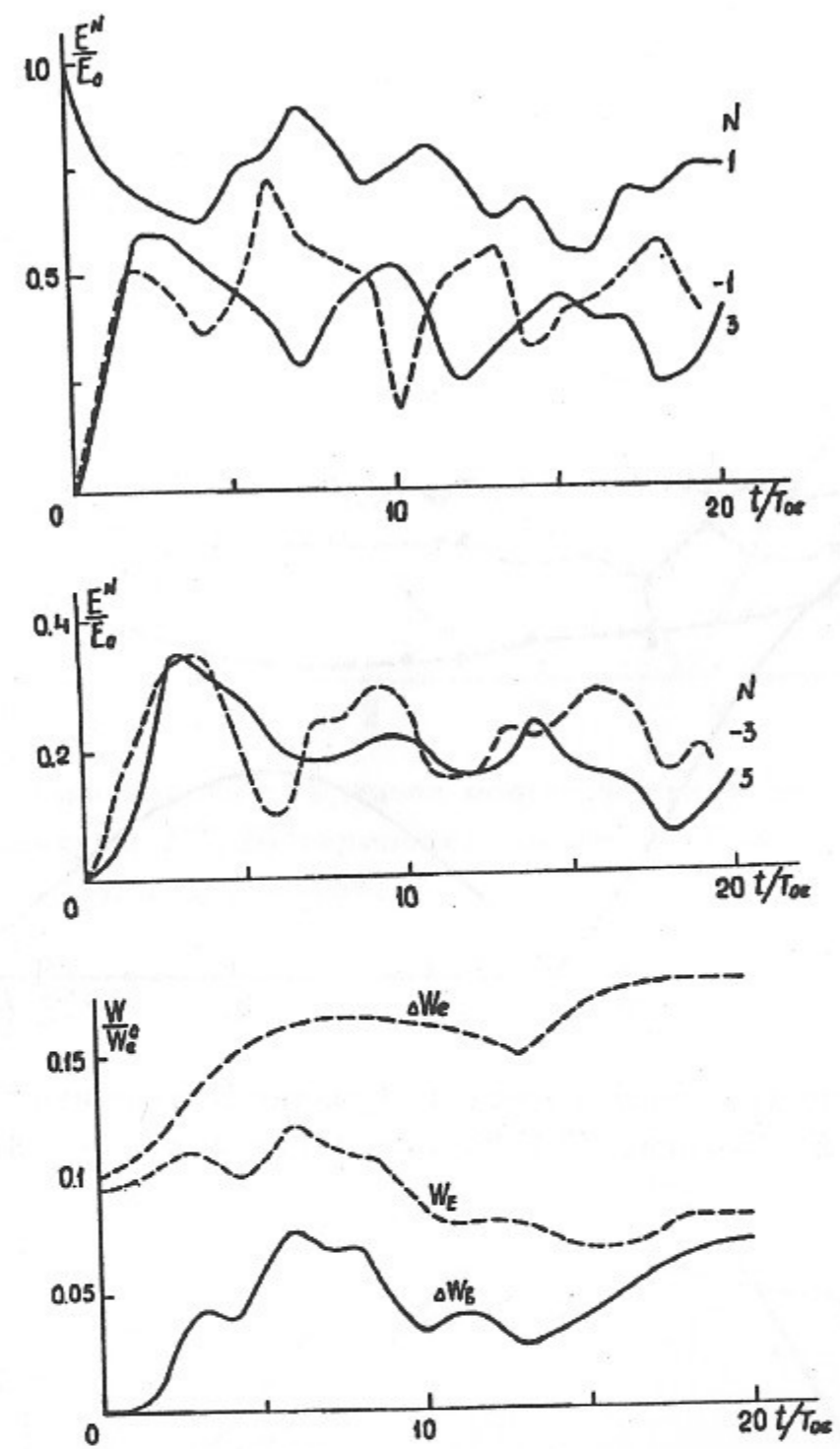


Рис. 5, а – в. Случай 3-4. То же, что рис. 2, а – в.

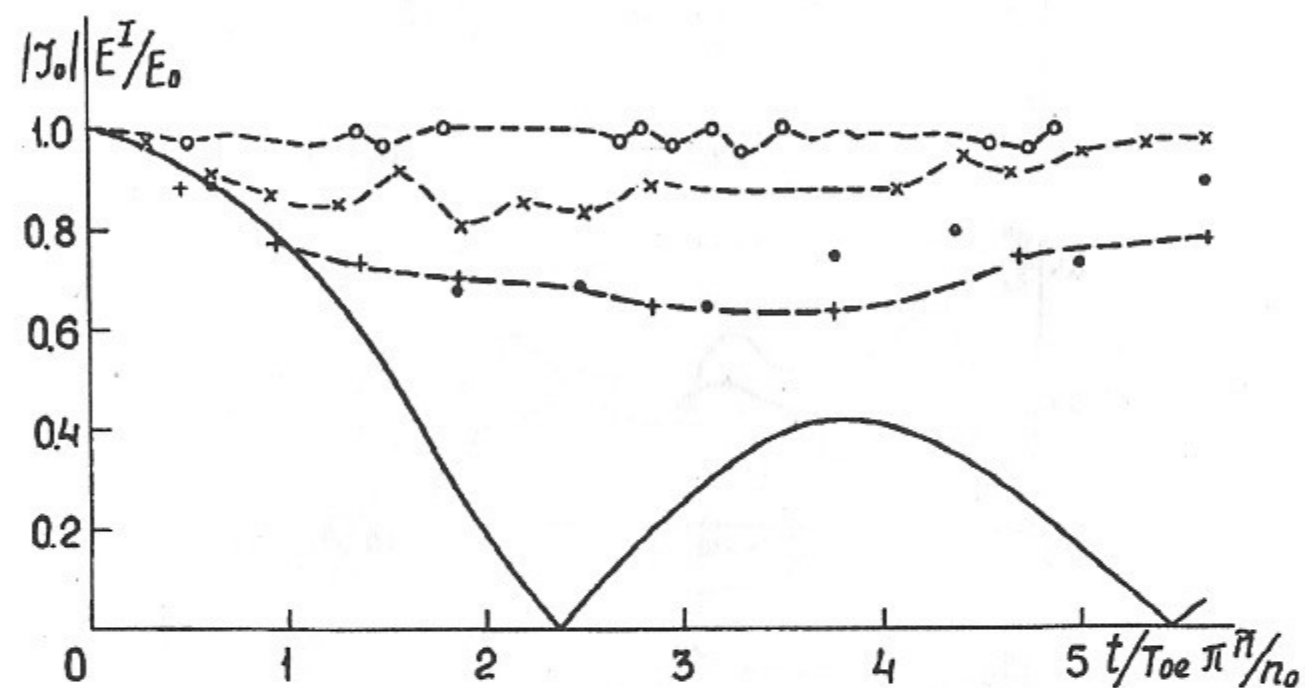


Рис. 6. Зависимость от времени модуля функции Бесселя нулевого порядка  $|J_0|$  и амплитуды  $E^I/E_0$  волны БГК. Случаи 3-1÷3-4. 3-1 — о; 3-2 — х; 3-3 — •; 3-4 — +.

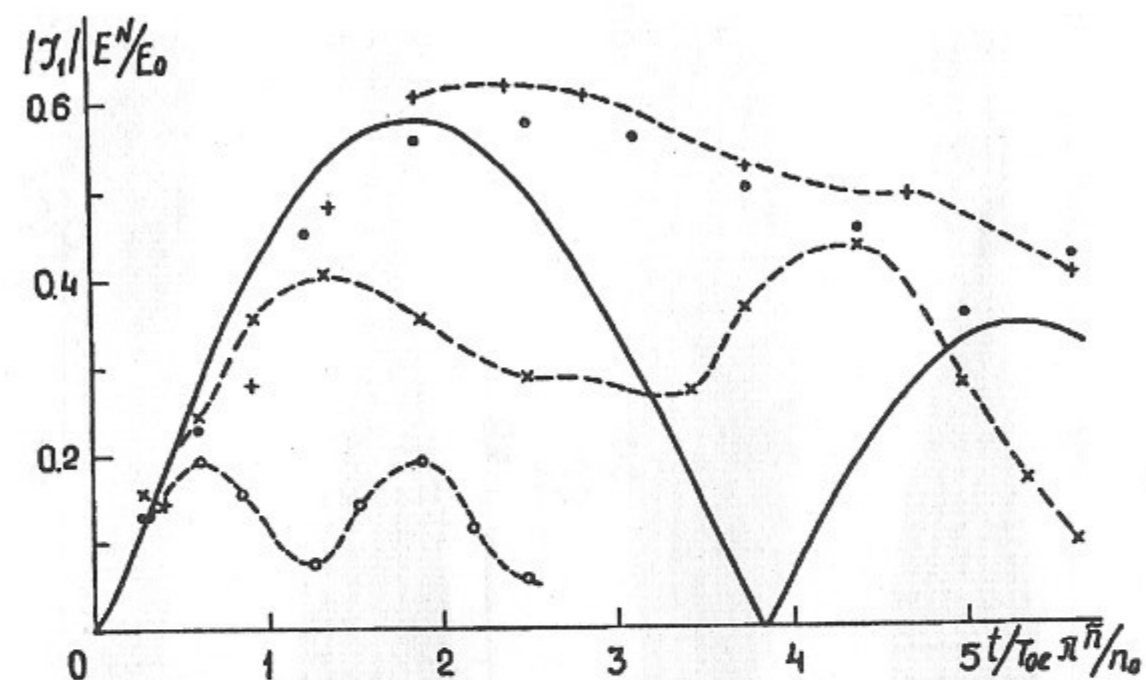


Рис. 7. Зависимость от времени модуля функции Бесселя первого порядка  $|J_1|$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоники конверсии  $N = N_e + N_i = 3$  ( $\beta = 1$ ). Случаи 3-1÷3-4.  $J_{1,\max} = 0,582$ .

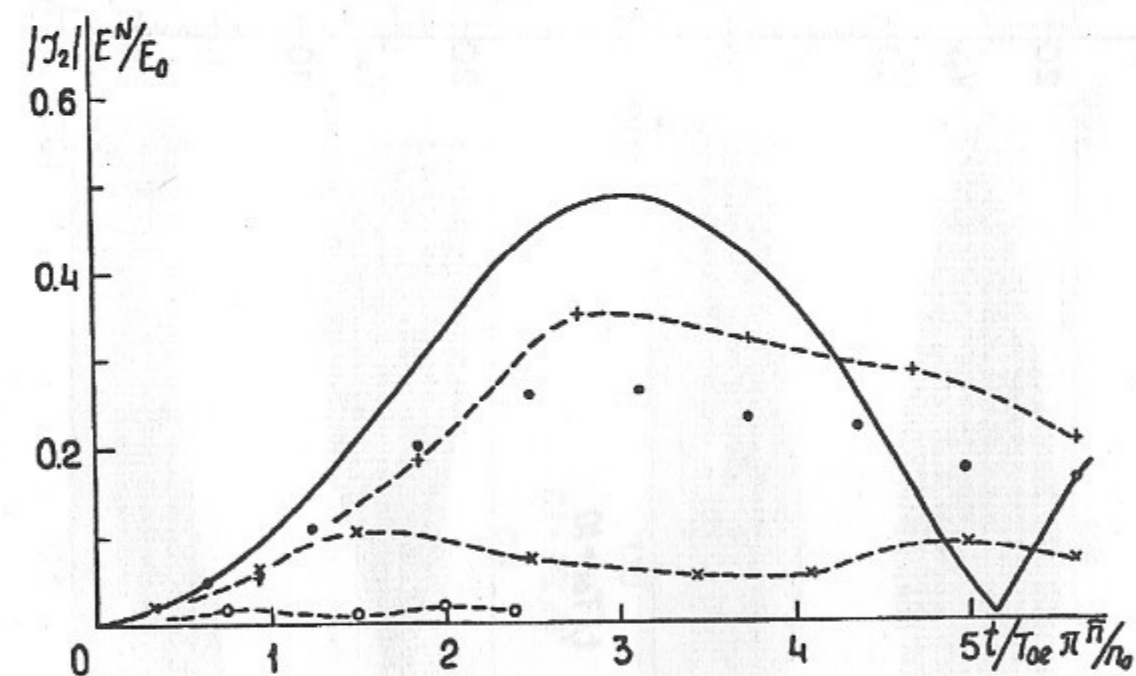


Рис. 8. Зависимость от времени модуля функции Бесселя второго порядка  $|J_2|$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоники конверсии  $N = N_e + 2N_i = 5$  ( $\beta = 2$ ). Случаи 3-1÷3-4.  $J_{2,\max} = 0,486$ . Случай 3-1 — о; 3-2 — х; 3-3 — •; 3-4 — +.

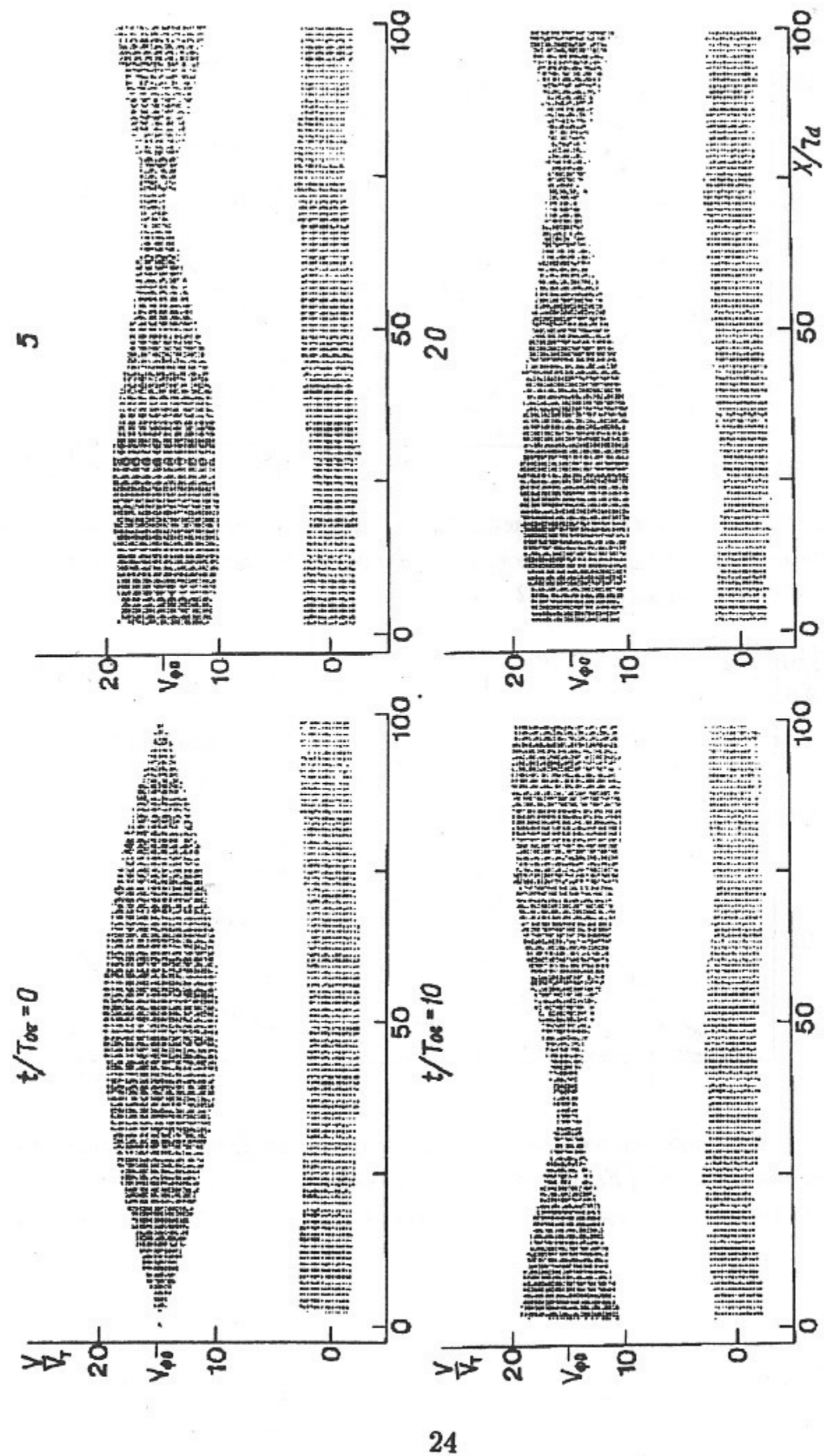


Рис. 9. Фазовые плоскости электронов. Случай 3-2.

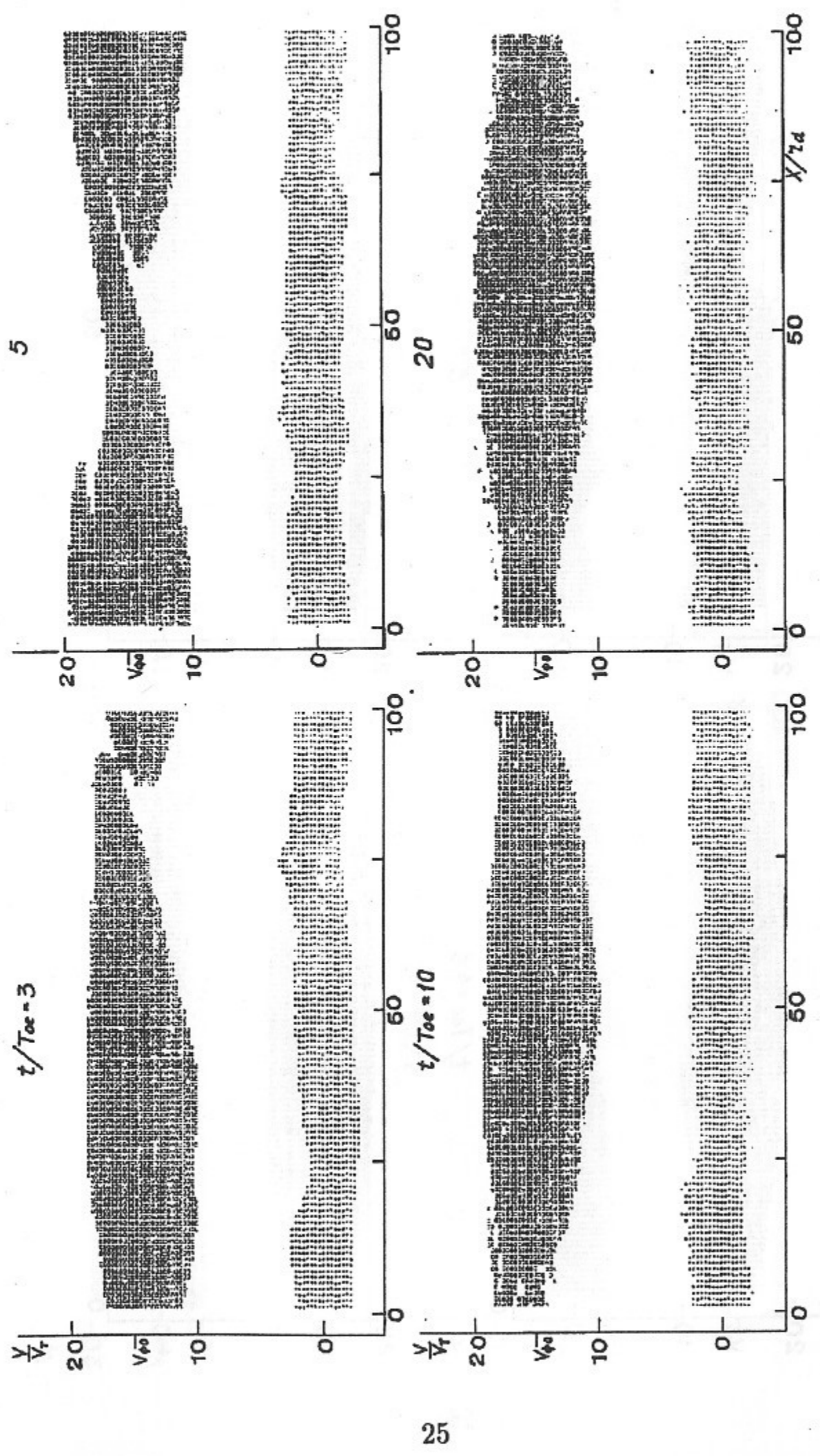


Рис. 10. Фазовые плоскости электронов. Случай 3-3.

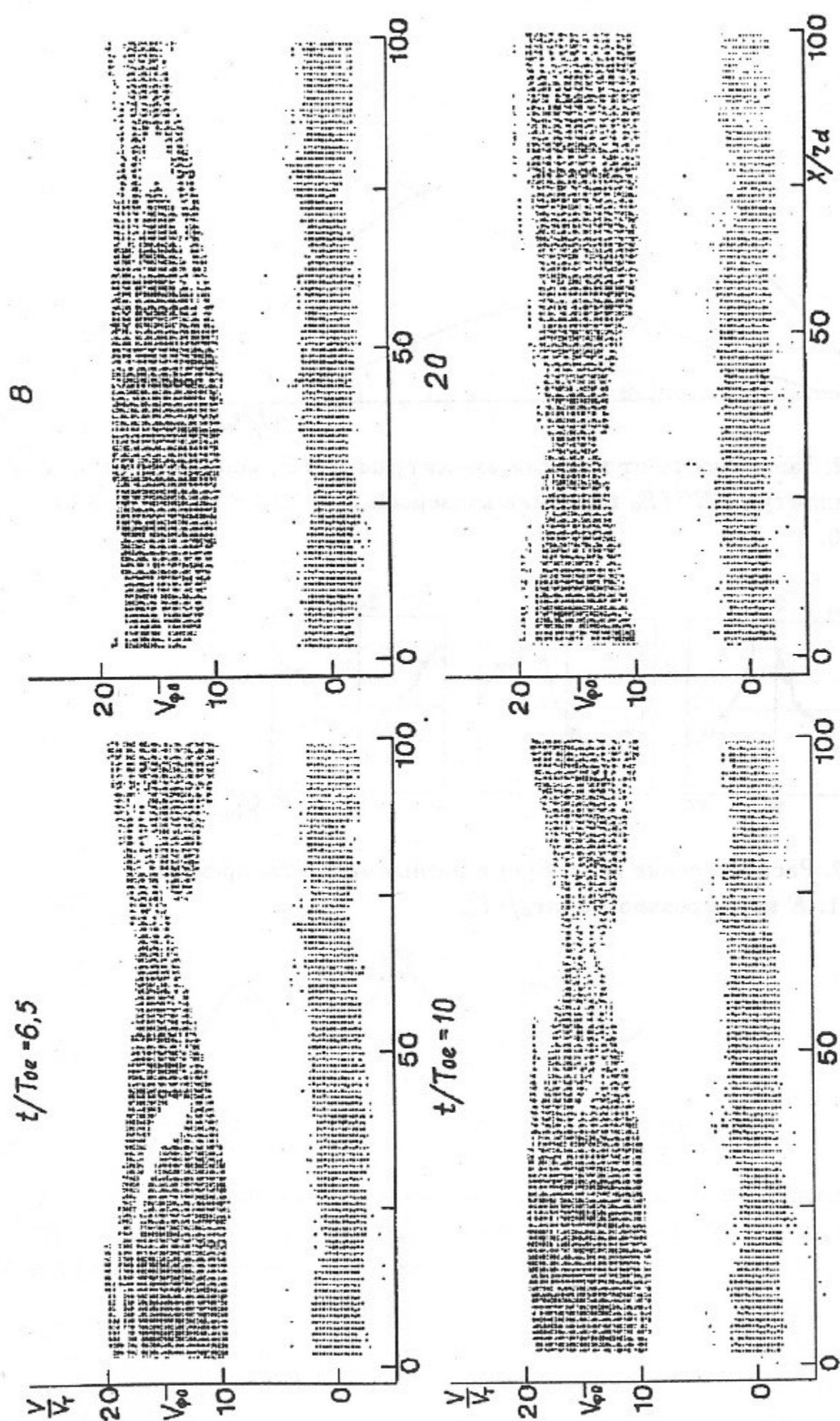
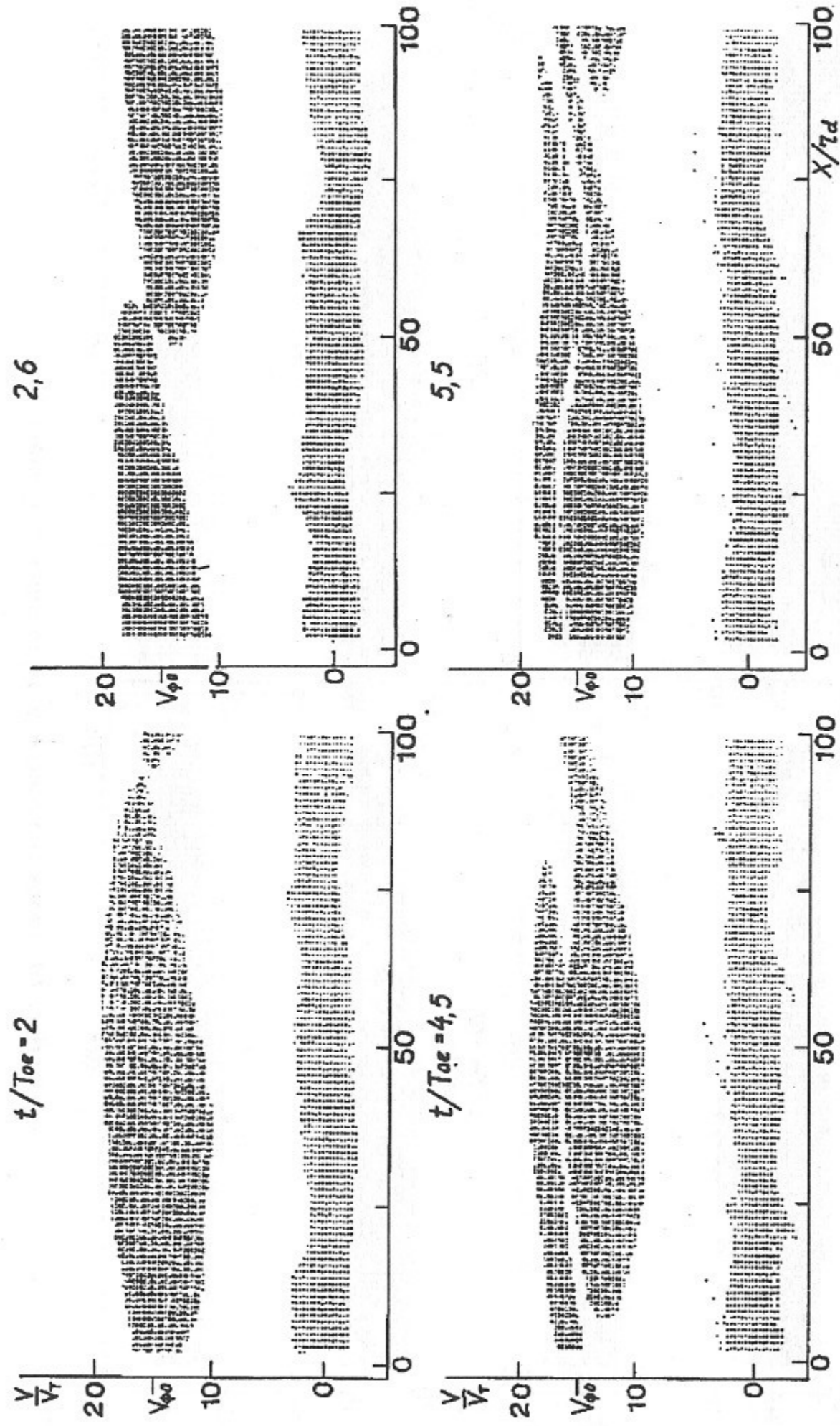


Рис. 11. Фазовые плоскости электронов. Случай 3-4.

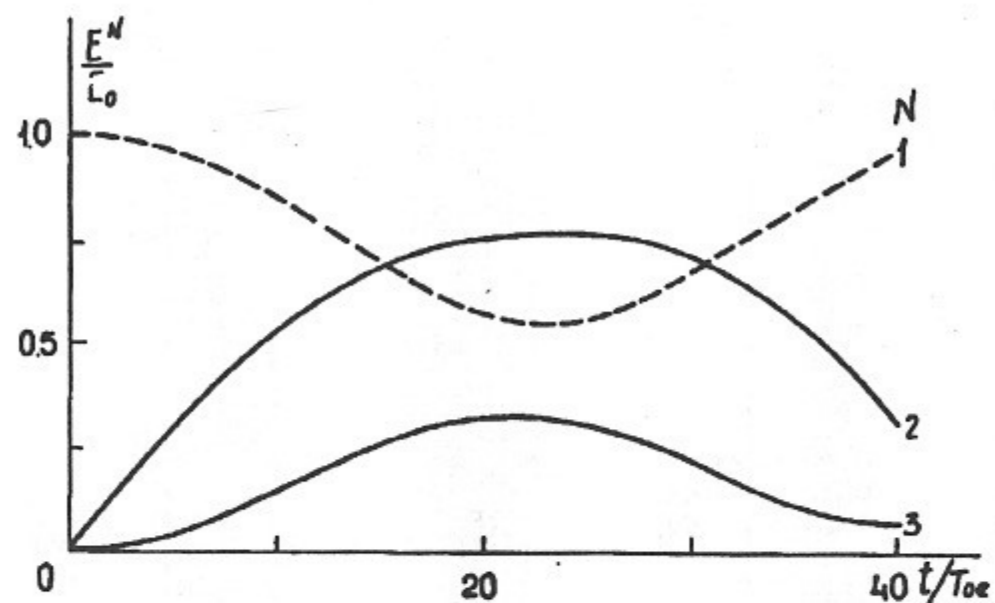


Рис. 12. Зависимость от времени амплитуды  $E^I/E_0$  ленгмюровской волны  $N = 1$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоник конверсии  $N = 2$  ( $\beta = 1$ ) и  $N = 3$  ( $\beta = 2$ ). Случай 4-0.

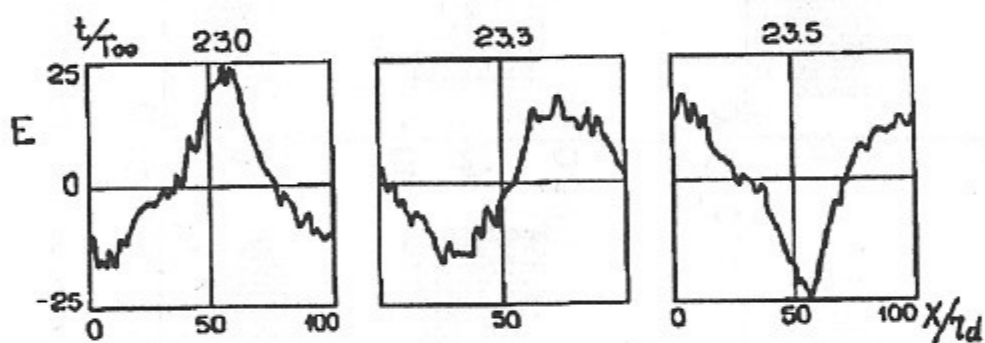


Рис. 13. Распределение поля  $E(x)$  в разные моменты времени. Случай 4-1.  $E$  нормировано на  $m\tau_d/eT_{oe}^2$

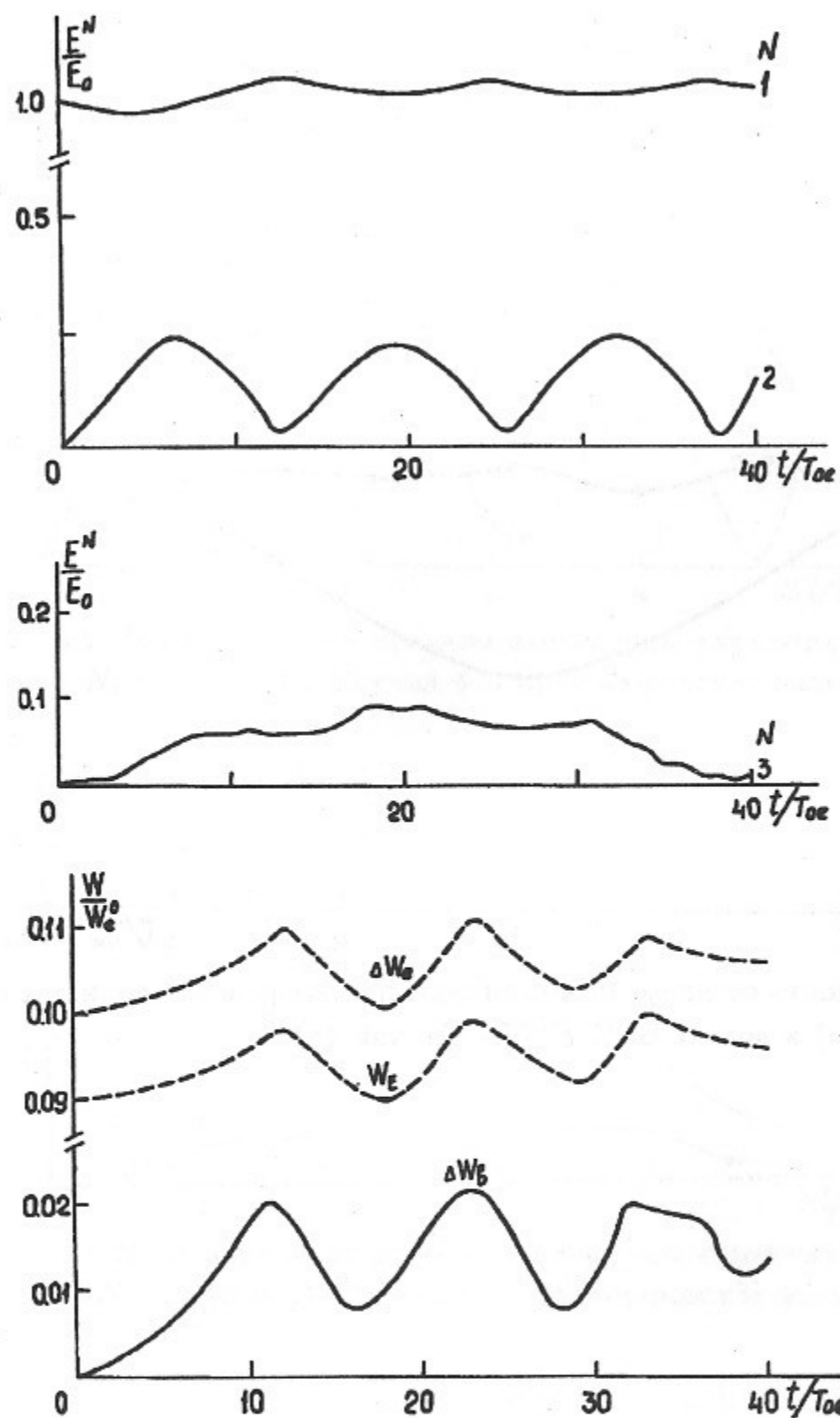


Рис. 14, а-е. Случай 4-1. Зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  и амплитуды гармоник конверсии  $E^N/E_0$   $\beta = 1$ ,  $N = 2$  (а),  $\beta = 2$ ,  $N = 3$  (б). (е) — То же что на рис. 4, в.

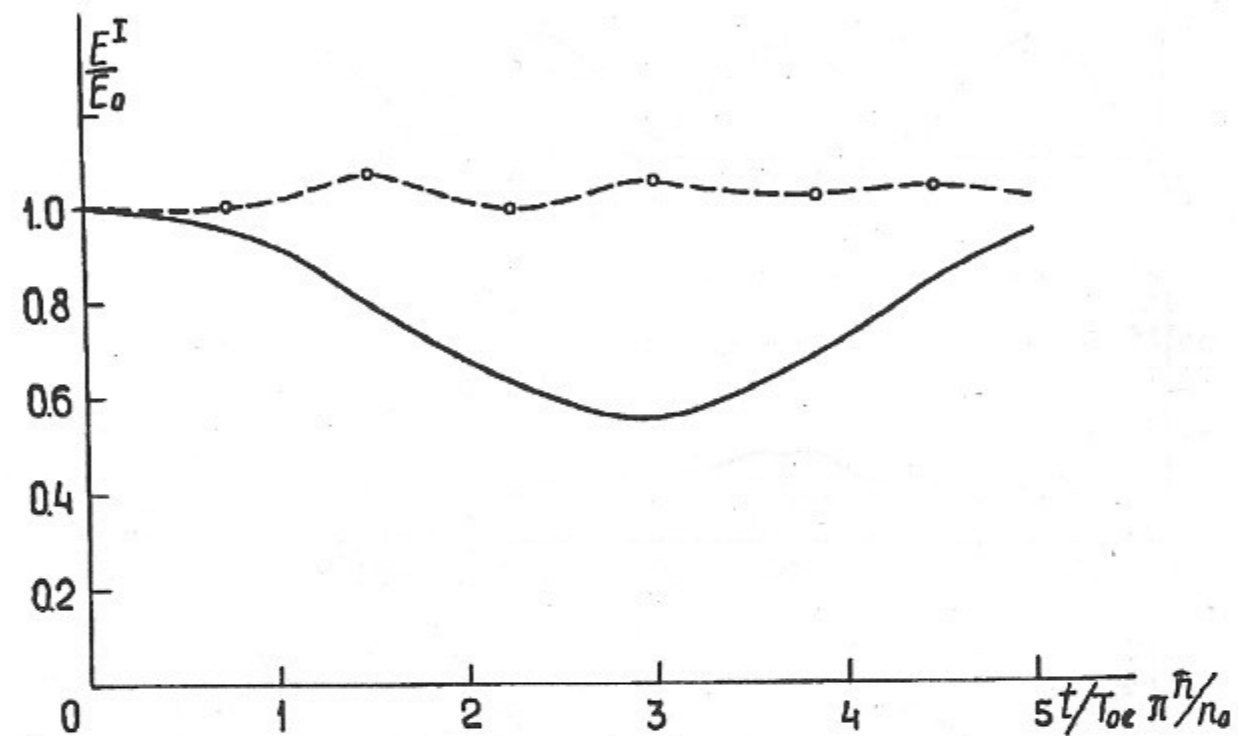


Рис. 15. Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны (случай 4-0, сплошная линия) и волны БГК  $E^I/E_0$  Случай 4-1.

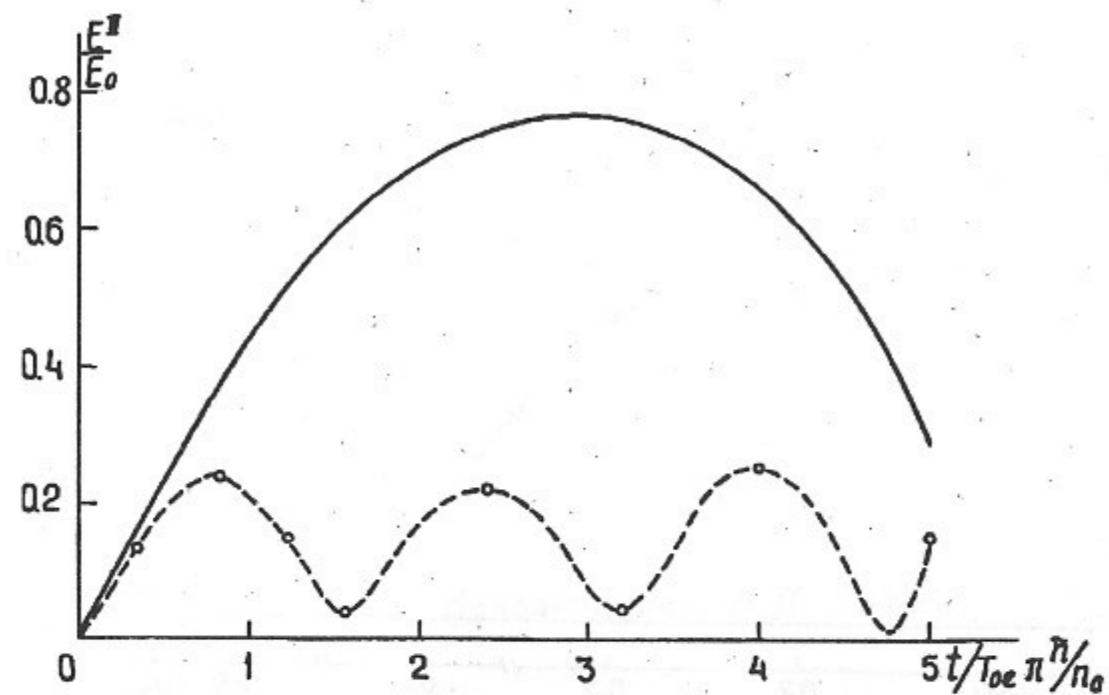


Рис. 16. Зависимость от времени амплитуды гармоники конверсии  $N = N_e + N_i = 2$  ( $\beta = 1$ ). Случай 4-0 (ленгмюровская волна, сплошная линия) и 4-1.

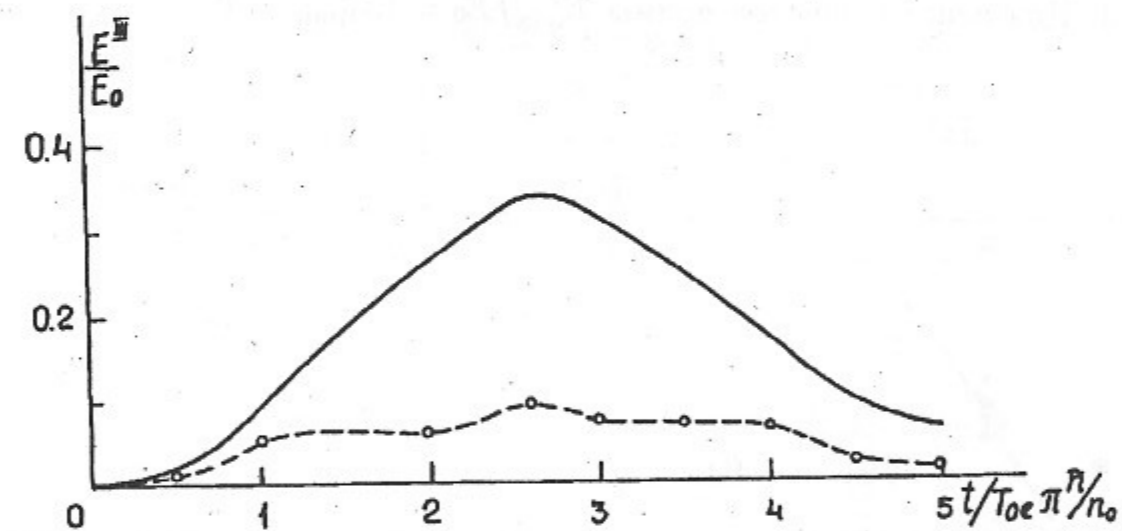


Рис. 17. Зависимость от времени амплитуды гармоники конверсии  $N = N_e + 2N_i = 3$  ( $\beta = 2$ ). Случай 4-0 (ленгмюровская волна, сплошная линия) и 4-1.

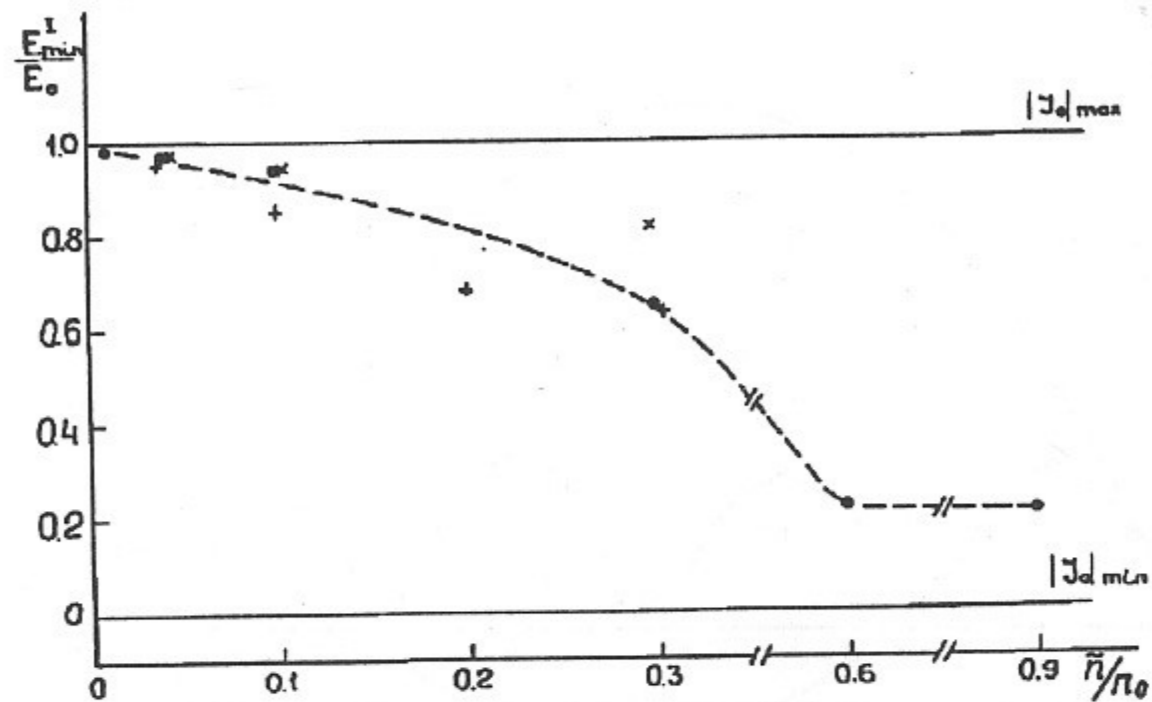


Рис. 18. Зависимость от возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  амплитуды волны БГК в первом минимуме  $E_{\min}^I/E_0$ . Серии 1÷3 ● — серия 1 [1]; × — серия 2 [2]; + — серия 3. Для ленгмюровской волны  $E_{\min}^I/E_0 = |J_0|_{\min} = 0$ .

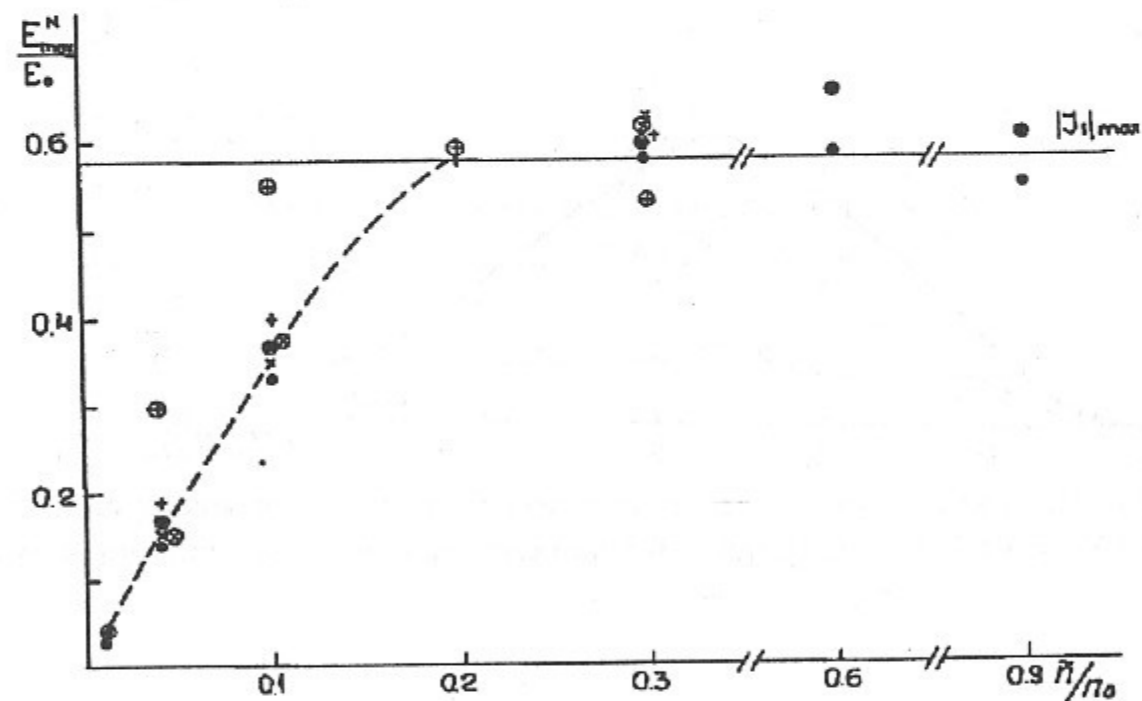


Рис. 19. Зависимость от возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  амплитуды гармоник конверсии  $N = N_e \pm N_i$  ( $\beta = 1$ ) в первом максимуме. Серии 1÷3  $N = N_e + N_i$  — ● — серия 1 [1]; × — серия 2 [2]; + — серия 3.  $N = N_e - N_i$  — те же знаки в кружочках. Для ленгмюровской волны  $E_{\max}^I/E_0 = |J_1|_{\max} = 0,582$ .

Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев

### Конверсия волны Бернштейна–Грина–Крускала на возмущении плотности. III

Ответственный за выпуск С.Г. Попов  
Работа поступила 10 мая 1994 г.

Сдано в набор 10 мая 1994 г.

Подписано в печать 10 июня 1994 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.7 печ.л., 1.5 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 50

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапинтере ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.