

20

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 69 - 72

В.С.Львов

**О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ
ВОЗБУЖДЁННЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН С ТЕПЛОВЫМИ**

Новосибирск

1972

В в е д е н и е

В работах /1-3/ взаимодействие параметрических спиновых волн (ПСВ) с тепловыми (ТСВ) учитывалось феноменологически: путем введения в уравнения движения затухания γ_k :

$$\frac{d a_k}{d t} + \gamma_k a_k = -i \frac{\delta \mathcal{H}_S}{\delta a_k^*} \quad (1)$$

где \mathcal{H}_S - гамильтониан S-теории, описывающий взаимодействие ПСВ между собой и с накачкой.

Пользуясь диаграммой техникой, развитой в работе /5/ и модифицированной для учета нелинейных взаимодействий ПСВ и ТСВ можно строго обосновать эту процедуру, причем для γ_k получаются обычные выражения, следующие из кинетического уравнения /6/ для спиновых волн (СВ). Для достаточно длинных СВ затухание γ_k определяется в основном трехволновыми процессами, описываемыми гамильтонианом \mathcal{H}_T :

$$\mathcal{H}_T = \sum_{123} [V_{1,23}^* a_1^* a_2 a_3 + \text{к.с.}] \Delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \quad (2)$$

Как известно /6/, в процессах слияния:

$$\omega_k + \omega_1 = \omega_2, \quad \vec{k} + \vec{k}_1 = \vec{k}_2 \quad (3)$$

для γ_k получается выражение:

х) В работе /4/ в уравнении для $n_k = \langle a_k a_k^* \rangle$ дополнительно учитывается "приходный член" $\gamma_k n_k$ (n_k - термодинамически равновесное значение n_k), не влияющий, однако, на интегральные свойства ПСВ.

$$\gamma_k = 4\pi \sum_{12} |V_{1,k2}|^2 (n_2 - n_1) \Delta(k_1 - k - k_2) \delta(\omega_1 - \omega_k - \omega_2) \quad (4)$$

Здесь предположено, что $\Theta \equiv k_0 T \gg \hbar \omega_k$ (k_0 - постоянная Больцмана, Θ - температура в энергетических единицах) так что в равновесии для n_k можно пользоваться распределением Релея-Джинса $n_k^0 = \Theta / \omega_k$ и $n_k^0 \gg \hbar$. Формула (4) является классическим пределом квантовомеханического выражения (24.2.4) работы /6/ (стр.255)^{x)}. В процессе распада:

$$\omega_k = \omega_1 + \omega_2, \quad \vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (5)$$

можно получить (см.) 25.2.10) в /6/):

$$\gamma_k = 2\pi \sum_{12} |V_{k,12}|^2 (n_1 + n_2) \Delta(k - k_1 - k_2) \delta(\omega_k - \omega_1 - \omega_2) \quad (6)$$

В работах /1-5/ предполагалось, что ПСВ не влияют существенно на число ТСВ, так что в выражениях (4), (6) для γ_k вместо n_k можно поставить термодинамически равновесное значение $n_k^0 = \Theta / \omega_k$ и затухание γ_k не зависит от числа ПСВ т.е. является линейным. Основанием для этого считалось /3/ то, что число ПСВ значительно меньше общего числа ТСВ, а энергия ПСВ значительно меньше энергии, запасенной в резервуаре ТСВ, так что изменение их температуры ничтожно.

В настоящей работе проводится детальный анализ взаимодействия ПСВ и ТСВ и показано, что в некоторых случаях возникающая из-за него зависимость γ_k от числа N ПСВ оказывает

x) Отличие в множитель 2 объясняется нашим определением

$$\gamma_k : \dot{n}_k = 2 \gamma_k n_k = L_c \{n\}.$$

ся существенной. Действительно, в случае трехволновых процессов в затухание γ_k вносит основной вклад небольшая группа ТСВ, общее число СВ, в которой может оказаться даже меньше, чем число ПСВ - N . Для появления существенного нелинейного затухания кроме того необходимо, чтобы эта группа ТСВ была достаточно длинноволновой для того, чтобы обменное четырехволновое взаимодействие не успевало рассеять неравновесную часть её энергии по всему резервуару ТСВ. Подобные качественные соображения высказывались в работах Шлемана /7/, Ле-галла /8/, Мелкова /9/ и др. Количественное рассмотрение взаимодействия ПСВ и ТСВ будем проводить на возможно более простой модели, еще сохраняющей основные особенности явления: спектр СВ будем считать изотропным:

$$\omega_k = \omega_0 + \omega_{ex} (ak)^2 \quad (7)$$

зависимостью коэффициентов взаимодействия $V_{1,23}$ в H_T от углов пренебрежем:

$$V_{1,23} = V = \sqrt{\frac{g}{2M}} \omega_M, \quad \omega_M = 4\pi g M \quad (8)$$

коэффициент взаимодействия ПСВ с накачкой V_k также будем считать постоянным, распределение ПСВ при этом будет изотропным /1/. При этом получим достаточно простые зависимости $\gamma_k(N)$ (29), (30), (37) (см. формулы (19) и (47) в § 2 и § 4) и вычислим входящие в них константы.

При интерпретации результатов эксперимента в кубических ферромагнетиках (например в YIG /3,8,9/) можно пользоваться этими зависимостями, считая константы феноменологическими, причем предлагаемая простая модель определяет их порядок величины и характер зависимости от условий эксперимента - величины внешнего магнитного поля, частоты накачки и т.д.

Эти зависимости используются в § 3 и 5 для исследования прведения ПСВ в рамках S-теории, в заключении результаты этих расчетов качественно сопоставляются с экспериментом /3,8,9/.

§ 1. Описание ПСВ в S-теории /1-5/

Гамильтониан H_S ПСВ:

$$H_S = \sum_k \omega_k a_k a_k^* + \frac{1}{2} \sum_k [hV_k a_k^* a_{-k}^* + \text{к.с.}] +$$

$$+ \sum_{kk'} T_{kk'} a_k a_k^* a_{k'} a_{k'}^* + \frac{1}{2} \sum_{kk'} S_{kk'} a_k a_{-k} a_{k'}^* a_{-k'}^* \quad (9)$$

в рамках уравнений (1) дает

$$\frac{dN_k}{2dt} = N_k \left[-\gamma_k + hV \sin \varphi_k + \sum_{k'} S_{kk'} N_{k'} \sin(\varphi_k - \varphi_{k'}) \right]$$

$$\frac{d\varphi_k}{2dt} = \tilde{\omega}_k - \frac{\omega_p}{2} + hV \cos \varphi_k + \sum_{k'} S_{kk'} N_{k'} \cos(\varphi_k - \varphi_{k'})$$

(10)

где число ПСВ N_k и фаза пары φ_k :

$$N_k = \langle a_k a_k^* \rangle, \quad N_k e^{-i\varphi_k} = \langle a_k a_{-k} e^{i\omega_p t} \rangle$$

ω_p - частота накачки,

$$\tilde{\omega}_k = \omega_k + 2 \sum_{k'} T_{kk'} N_{k'}$$

В стационарном состоянии, удовлетворяющем условию внешней устойчивости /1/, $\tilde{\omega}_k = \omega_p / 2$. В изотропной модели

$\varphi_k = \varphi$ и N_k - изотропна на поверхности с $|k| = k_0$:

$$N_{\vec{k}} = \frac{2\pi^2}{k_0^2} \delta(|\vec{k}| - k_0), \quad N = \sum_{\vec{k}} N_{\vec{k}} \quad (11)$$

S и T - средние по сфере с $k = k_0$, значения $S_{kk'}$, $T_{kk'}$. В дальнейшем мы изучим зависимость $\gamma_{\vec{k}} = \gamma_{k_0}$ от N .

§ 2. Отрицательное нелинейное затухание в нераспадной части спектра - механизм Ле-Галла, Леманра, Сири /8/

Рассмотрим здесь случай, когда для ПСВ с $k = k_0$ процессы распада (5) запрещены. Применительно к спектру (7) это означает

$$(ak_0)^2 < 2\omega_0 / \omega_{ex}, \quad \omega_{k_0} < 3\omega_0 \quad (12)$$

Выполняя интегрирование в (4) получим

$$\gamma_k = \frac{V^2}{4\pi a^3 \omega_{ex}^2 (ak)} \int_{\omega_1}^{\infty} d\omega [n(\omega) - n(\omega_k - \omega)] \quad (13)$$

где нижняя граница интегрирования

$$\omega_1(k) = \omega_0 \left[1 + \frac{\omega_0}{4\omega_{ex} (ak)^2} \right] \quad (14)$$

определяется законами сохранения (3). В отсутствие параметрических СВ $n(\omega) = n^0 = \Theta / \omega$ и

$$\gamma_k = \gamma_k^0 = \frac{v^2 \Theta}{4\pi a^3 \omega_{ex}(ak)} \ln \left[1 + \frac{\omega_k}{\omega_1(k)} \right] \quad (15)$$

При наличии ПСВ $n(\omega)$ следует определять из кинетического уравнения для чисел n_k ТСВ /6/:

$$\frac{dn_1}{2 dt} = 4\pi \sum_{23} |V_{3,12}|^2 \Delta(k_3 - k_1 - k_2) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) \cdot$$

$$\cdot \left\{ -n_1 (n_2 + N_2) + n_3 (n_1 + n_2 + N_2) \right\} +$$

$$+ 2\pi \sum_{23} |V_{1,23}|^2 \Delta(k_1 - k_2 - k_3) \delta(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \quad (16)$$

$$\cdot \left\{ -n_1 (n_2 + n_3 + N_2 + N_3) + (n_2 + N_2)(n_3 + N_3) \right\}$$

Считая первоначально число ПСВ в некотором смысле (см. критерий (19)) малым и линеаризуя (16) по отклонению n_k от n_k^0 , получим при $\omega_k < \omega_{k_0} + \omega_1(k_0)$, то-есть в той области спектра, где запрещены распады с участием ПСВ:

$$\gamma_{k_0}^{\circ} (n_k - n_k^{\circ}) = 4\pi \sum_{12} |V_{2k_1}|^2 \Delta(k_2 - k - k_1)^{\circ} \quad (17a)$$

$$\cdot \delta(\omega_2 - \omega_k - \omega_1) N_1 (n_k^{\circ} - n_2^{\circ})$$

Откуда

$$\gamma_k^{\circ} \frac{n_k - n_k^{\circ}}{n_k^{\circ}} = - \frac{\omega_{k_0}}{\omega_k + \omega_{k_0}} \gamma(k, k_0) N < 0 \quad (17b)$$

$$\gamma(k, k_0) = \pi V^2 [\omega_{ex} a^2 k k_0]^{-1}$$

При

$$\omega_k > \omega_{k_0} + \omega_1(k_0)$$

$$\gamma_k^{\circ} (n_k - n_k^{\circ}) = 4\pi \sum_{12} |V_{2k_1}|^2 \Delta(k_2 - k - k_1)^{\circ} \quad (18a)$$

$$\cdot \delta(\omega_2 - \omega_k - \omega_1) (n_k^{\circ} - n_2^{\circ}) N_1 + 4\pi \sum_{12} |V_{k_{12}}|^2 \cdot$$

$$\Delta(k - k_1 - k_2) \delta(\omega_k - \omega_1 - \omega_2) (n_k^{\circ} - n_2^{\circ}) N_1$$

Откуда

$$\gamma_k^{\circ} \frac{n_k - n_k^{\circ}}{n_k^{\circ}} = \frac{\omega_{k_0}^2}{\omega_k^2 - \omega_{k_0}^2} \gamma(k, k_0) N > 0 \quad (18b)$$

Эти соотношения справедливы, если $\delta n_k \ll n_k^{\circ}$, то-есть

$$\gamma_k^{\circ} \gg \gamma(k, k_0) N \quad (19)$$

В обратном предельном случае больших амплитуд ПСВ

($\gamma N \gg \gamma$) разность ($n_{\omega} - n_{\omega + \omega_{k_0}}$)
 как это видно из (16) стремится к нулю как $n^{\circ} \gamma / \gamma N$.

Получить точное решение (16) в промежуточном случае затруднительно. Отметим, однако, что в распаднй части спектра затухание волн резко растет и в соответствии с (17) и (18) δn_k в распаднй части спектра ($\omega_k > 3\omega_0$) значительно меньше, чем в нераспаднй. Поэтому с достаточной для нас точностью можно считать $n(\omega) = n^0(\omega)$ при $\omega > 3\omega_0$, а для $\omega_k < 3\omega_0$.

$$\frac{dn_k}{2dt} = 4\pi \sum_{12} |V_{1k2}|^2 \Delta(k_1 - k - k_2). \quad (20)$$

$$\delta(\omega_1 - \omega_k - \omega_2) [n_k(n_2 + N_2) + n_1^0(n_k + n_2 + N_2)]$$

Дополнительно предположим здесь $n_2 = n_2^0$. Это позволит нам получить простое решение, справедливое в обоих предельных случаях $\gamma N \ll \gamma$ и $\gamma N \gg \gamma$ и правильно передающее качественное поведение n_k в промежуточной области:

$$\frac{dn_k}{2dt} + n_k [\gamma_k^0 + \gamma(k, k_0)N] = \gamma_k^0 n_k^0 + \gamma(k, k_0)N/\tilde{n} \quad (21)$$

$$n_k^0 = \theta/\omega_k, \quad \tilde{n} = \theta/(\omega_k + \omega_{k_0})$$

Интеграл в (13), определяющий γ_{k_0} , следует разбить на две части: интеграл в пределах от $\omega_1(k_0)$ до $3\omega_0$, в котором

$$n(\omega_k) - n^0(\omega_k + \omega_{k_0}) = \gamma_k \{n^0(\omega_k) - n^0(\omega_k + \omega_{k_0})\} [\gamma_k^0 + \gamma(k, k_0)N]$$

и интеграл по равновесной части спектра от $3\omega_0$ до ∞ ,

не зависящий от N .

Заменяя для простоты γ_k^0 и $\eta(k, k_0)$ в (13) их эффективными значениями:

$$\tilde{\gamma} = \langle \gamma_k^0 \rangle, \quad \tilde{\eta} = \langle \eta(k, k_0) \rangle$$

получим окончательно:

$$\gamma_{k_0}(N) = \gamma \left[\beta + (1-\beta) \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\gamma} + \tilde{\eta} N} \right] \quad (22)$$

где $\gamma \equiv \gamma_{k_0}^0$ и $0 < \beta < 1$ зависящее от k_0 , характеризует долю затухания γ , не "выключающуюся" при $\tilde{\eta} N \gg \tilde{\gamma}$; в нашем случае

$$\beta = 1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{\omega_{k_0}}{3\omega_0} \right]}{\ln \left[1 + \frac{\omega_{k_0}}{\omega_1(k_0)} \right]} \quad (23)$$

Для длинных ПСВ $\omega_1(k_0) > 3\omega_0$ и отрицательное нелинейное затухание отсутствует: $\beta = 1$. Для простой зависимости (7) ω_k $\beta = 1$ при $9\omega_{ex}(ak_0)^2 < \omega_0$; с ростом k_0 β уменьшается и на границе распадного спектра $(\omega_{ex}(ak_0)^2 = 2\omega_0)$ $\beta = 0,47$.

§ 3. Поведение ПСВ в нераспадной части спектра

Подставляя зависимость (22) $\gamma(N)$ в уравнение (10) получим зависимость стационарной амплитуды N от hV :

$$h^2 V^2 = S^2 N^2 + \gamma^2 \left[\frac{\tilde{\gamma} + \beta \tilde{\eta} N}{\tilde{\gamma} + \tilde{\eta} N} \right]^2 \quad (23)$$

графически изображенную на рис.1. Тривиальное решение $N=0$ уравнений (10) неустойчиво при $h > h_+ = \sqrt{\gamma}$.

Прямой скачок амплитуды N_+ определяется из (23):

$$(\tilde{\gamma} + \eta N_+)^2 S^2 N_+ = \eta(\nu - 1) \gamma^2 [2\tilde{\gamma} + \eta N_+(\nu + 1)] \quad (24)$$

Для обратного скачка N_- можно получить:

$$(\tilde{\gamma} + \eta N_-)^3 S^2 N_- = \eta(\nu - 1) \gamma^2 \tilde{\gamma} [\tilde{\gamma} + \eta N_- \nu] \quad (25)$$

Отсюда (см. также рис. 1) следуют соотношения:

$$2SN_- < SN_+ < \gamma \sqrt{1 - \nu^2} \quad (26)$$

$$h_- > \nu h_+$$

Сравнивая (176) с соответствующими выражениями / 3 / для S , можно убедиться, что η и S , вообще говоря, одного порядка величины.

В пределе $\eta \ll S$ получим:

$$2SN_- = SN_+ = \gamma(\nu - 1) \gamma \eta / \tilde{\gamma} S \quad (27)$$

$$h_+ - h_- = h_+ (\nu - 1) \gamma \eta / \tilde{\gamma} S$$

В обратном случае $\eta \gg S$:

$$SN_+ = \gamma \sqrt{1 - \nu^2}, \quad SN_- = \tilde{\gamma} S / \eta \ll SN_+ \quad (28)$$

$$h_- = \nu h_+$$

Зная зависимость SN от W , легко вычислить поведение восприимчивостей χ' и χ'' . Например / 3 /:

$$x'' = \frac{2\gamma N}{h} \left[\frac{\tilde{\gamma} + \eta N \nu}{\tilde{\gamma} - \eta N} \right] \quad (29)$$

Для выяснения характера поведения ПСВ в области неоднозначной зависимости SN от hV необходимо исследовать решения с $N \neq 0$ на устойчивость. Учтем для этого запаздывание реакции ТСВ на изменение в системе ПСВ, описываемое кинетическим уравнением (21). Обозначим \tilde{N} интегральную амплитуду ТСВ по "зависимой" части спектра (от $\omega_1(k_0)$ до $3\omega_c$), \tilde{N}_0 - ее равновесное значение и N_0 - равновесную интегральную амплитуду ТСВ на участке от $\omega_1(k_0) + \omega(k_0)$ до $3\omega_c + \omega(k_0)$

Тогда

$$\gamma_{k_0} = \gamma \nu + \gamma(1-\nu) \frac{\tilde{N} - N_0}{\tilde{N}_0 - N_0} \quad (30)$$

$$\frac{d\tilde{N}}{2dt} + (\tilde{\gamma} + \eta N)\tilde{N} = \tilde{\gamma}\tilde{N}_0 + \eta N N_0 \quad (31)$$

Уравнение (30), (31) и (10) описывают нестационарное поведение числа ПСВ N и интересующей нас части \tilde{N} системы ТСВ. Исследуя обычным образом в рамках этих уравнений устойчивость их стационарного решения (23) получим, что оно устойчиво при $N > N_c$, определяемого уравнением:

$$\begin{aligned} (\tilde{\gamma} + \eta N_c)^3 (2T + S) S &= \\ &= \eta(\nu - 1) \gamma^2 \tilde{\gamma} [\tilde{\gamma} + \eta N_c \nu] \end{aligned} \quad (32)$$

Сравнивая (32) и (25) убеждаемся, что при $ST = 0$
 $N_c = N_-$, то-есть участок с отрицательным наклоном не-
 устойчив. При $ST \geq 0$ $N_c \leq N_-$ и в эксперименте
 должен наблюдаться гистерезис со скачками N_+ и N_- при
 $h = h_+$ и h_- определяемыми соотношениями (23)-(25).
 При $ST < 0$ $N_c > N_-$ и ситуация усложняется,
 можно думать, что обратный скачок будет происходить с некото-
 рой амплитуды N^* , лежащей между N_- и N_c , а в ин-
 тервале N^* , N_c возникнут автоколебания. При
 $S(2T+S) < 0$ (эта ситуация осуществляется в сфере
 $\gamma \in G$ при $M \parallel /111/$) автоколебания существуют при всех
 амплитудах за порогом.

§ 4. Положительное нелинейное затухание в распадной части спектра

В распадной части спектра в релаксации СВ важную роль играют процессы (5), для которых (см. 6)) в нашей модели

$$\gamma_k = \frac{v^2}{4\pi a^3 \omega_{ex}^2(ak)} \int_{\omega_-}^{\omega_+} n(\omega) d\omega \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} &= \omega_c + \omega_{ex}(ak_{\pm})^2 \\ 2k_{\pm} &= k \pm \left[k^2 - \frac{2\omega_c}{\omega_{ex} a^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (34)$$

В отсутствие ПСВ $n(\omega) = \theta/\omega$ и

$$\gamma_k = \gamma_k^0 \frac{v^2}{4\pi a^3 \omega_{ex}^2(ak)} \ln \frac{\omega_+(k)}{\omega_-(k)} \quad (35)$$

Наличие ПСВ ведет к разогреву части спектра ТСВ с частотами, лежащими между ω_- и ω_+ , что приводит к увеличению

γ_k в соответствии с (33) то-есть к положительному нелинейному затуханию. Считая первоначально, что частота ПСВ ω_{k_0} лежит не слишком далеко в распадной области, так что для ТСВ в интервале ω_+, ω_- эти процессы запрещены, запишем для ТСВ кинетическое уравнение^{/6/}:

$$\frac{dn_k}{2 dt} = 4\pi \sum_{12} |V_{1,k_2}|^2 \Delta(k_1 - k - k_2) \delta(\omega_1 - \omega - \omega_2)$$

$$[n_k n_1 - (n_1 + n_k)(n_2 + N_2)] \quad (36)$$

Для малых амплитуд ПСВ $\eta N \ll \gamma$ аналогично § 2 получим

$$\gamma_k^0 \frac{n_k - n_k^0}{n_k^0} = \frac{\omega_{k_0}}{\omega_{k_0} - \omega_k} \eta(k, k_0) N > 0 \quad (37)$$

Подставляя (37) в (33) легко убедиться, что разогрев ТСВ приводит к нелинейному затуханию

$$\gamma_{k_0}(N) = \gamma [1 + \eta N / \tilde{\gamma}] \quad (38)$$

где $\tilde{\gamma}$ и η - эффективные значения γ_k^0 и $\eta(k, k_0)$ по "зависимой" части спектра ТСВ $\omega_- < \omega_k < \omega_+$.

Интересно отметить, что здесь $\tilde{\gamma} < \gamma$, в то время как в (19) $\tilde{\gamma} > \gamma$ (хотя в обоих случаях $\tilde{\gamma} \sim \gamma$). Учи-

тывая так же, что на границе распадного спектра $\beta \sim 0,5$, а затухание γ_k^0 (формула 35) быстро растет^{/6/} (как

$[(\omega_{k_0} - 3\omega_0) / \omega_0]^{1/2}$) легко убедиться в том, что

положительный вклад (38) в нелинейное затухание быстро подавит отрицательный вклад (22) и результирующее нелинейное затухание в распадной части спектра будет положительным. Этот вывод тем более справедлив при $\eta N \gg \gamma$, так как зависимость (22) насыщается, а формула (38) остается качественно справедли-

вой, как мы сейчас покажем, и при $\gamma N \approx \gamma$.

Считая, как и ранее, в распадной части спектра ТСВ равновесными получим из (36) систему интегральных уравнений:

$$n_k [\gamma_k - \eta(k, k_0) N] - \eta(k, k_0) N n_{\tilde{k}} = \bar{\gamma}_k n_k^0$$

$$- n_k \eta(\tilde{k}, k_0) N + [\gamma_{\tilde{k}} - \eta(\tilde{k}, k_0)] n_{\tilde{k}} = \bar{\gamma}_{\tilde{k}} n_{\tilde{k}}^0 \quad (39)$$

$$\bar{\gamma}_k = \frac{v^2}{4\pi a^3 \omega_{ex}(ak)} \int_{\omega_1(k)}^{\infty} \frac{\omega_k}{\omega + \omega_k} n(\omega) d\omega \quad (40)$$

а γ_k определяется формулой (13), в которой $n(\omega + \omega_k) = \Theta / (\omega + \omega_k)$. В (39) \tilde{k} и k таковы, что $\omega_k + \omega_{\tilde{k}} = \omega_{k_0}$. Решая эти уравнения, получим:

$$n_k + n_{\tilde{k}} = \frac{n_k^0 \bar{\gamma}_k \gamma_{\tilde{k}} + n_{\tilde{k}}^0 \bar{\gamma}_{\tilde{k}} \gamma_k}{\gamma_k \gamma_{\tilde{k}} - [\gamma_k \eta(\tilde{k}, k_0) + \gamma_{\tilde{k}} \eta(k, k_0)] N} \quad (41)$$

Отсюда следует важный результат: при $2\eta(\frac{k_0}{2}, k_0) N >$

$$> \gamma_{k_0/2}^0$$

функция распределения

(41) ТСВ имеет резкий максимум при $\omega_k = \omega_{\tilde{k}} = \frac{\omega_{k_0}}{2}$

Вблизи него

$$n_k = n^0 \frac{\bar{\gamma}}{[\gamma - 2\eta N] + \alpha \eta N \alpha^2 k_0^{-2}} \quad (42)$$

Суммарная амплитуда в максимуме

$$k = \tilde{k} = k_0/2$$

$$\tilde{N} = \sum_k n_k = \frac{n_0 k_0^3}{8\pi} \frac{\bar{\gamma}}{[2\eta N (\gamma - 2\eta N)]^{1/2}} \quad (43)$$

Здесь $d \sim 1$, n^0 , $\bar{\gamma}$ и γ взяты в точке $k = k_0/2$, $\eta = \eta(k_0/2, k_0)$ и $\mathcal{X} = k - \frac{k_0}{2}$. Распределение (42), (43) позволяет вычислить по формулам (13) и (40) $\bar{\gamma}$ и γ :

$$\bar{\gamma} = \gamma^0 + \eta \tilde{N}, \quad \gamma = \gamma^0 + 2\eta \tilde{N} \quad (44)$$

Из (43) и (44) следует асимптотическая зависимость между числами N и \tilde{N} ПСВ и ТСВ:

$$\gamma^0 + 2\eta \tilde{N} = 2\eta N \quad (45)$$

Используя (43) и (45) можно вычислить ширину \mathcal{X}_0 распределения Лоренца (42) в пределе больших N :

$$\frac{\mathcal{X}_0}{k_0} \sim \frac{n_0 k_0^3}{N}, \quad \text{то-есть } \mathcal{X}_0/k_0 \text{ порядка от-}$$

ношения числа ТСВ в сфере радиуса k_0 к общему числу ПСВ. Это отношение можно грубо оценить как

$$\sqrt{\frac{P_c}{P}} \frac{\omega_k}{\gamma_k^0} (ak_0) \left(\frac{T}{T_c} \right) \quad (\text{где } P - \text{ мощность на-}$$

качки, P_c - пороговая мощность, T_c - температура Кюри) и для достаточно длинных ПСВ

меньше единицы. В обратном случае ($\mathcal{X}_0/k \gtrsim 1$) наг-

рев ТСВ в интервале ω_+ ω_- будет практически равно- мерным и для нелинейного затухания при $\eta N > \gamma$ оста-

нется справедливой формула (38). При $\mathcal{X}_0/k \ll 1$ нелинейная

добавка к затуханию, вычисленная с помощью (45), (33), оказы- вается равной:

$$\Delta \gamma_{NL} = \gamma N \quad (46)$$

Сравнивая (46) с (38) убеждаемся, что во всем диапазоне изменения N можно в качественном анализе пользоваться формулой

$$\gamma(N) = \gamma^0 + \gamma N \quad (47),$$

где
$$\gamma \approx 2\pi v^2 [\omega_{ex}(ak_0)^2]$$

§ 5. Поведение ПСВ в системе с нелинейным затуханием

Рассмотрим поведение системы ПСВ с затуханием в виде (47). Уравнения (10) дают

$$\frac{|S|N}{\gamma} = \frac{-c + [\xi^2(c^2 + 1) - 1]^{1/2}}{c^2 + 1} \quad (48)$$

где
$$\xi = \frac{h}{h_c} = \frac{h\nu}{\gamma^0}, \quad c \equiv \frac{\nu}{|S|}$$

Обычным образом /1,3/ получаем отсюда для нелинейной восприимчивости зависимость $\chi''(\xi)$:

$$\chi'' = \frac{2\chi''_m}{1+c^2} \left\{ c + \frac{1}{\xi^2(1+c^2)} [(1-c^2)] \right. \quad (49)$$

$$\left. \cdot [\xi^2(c^2+1)-1]^{1/2} - 2c \right\}$$

$$\chi''_m = \frac{\nu^2}{|S|}$$

и изображенную на рис.2.

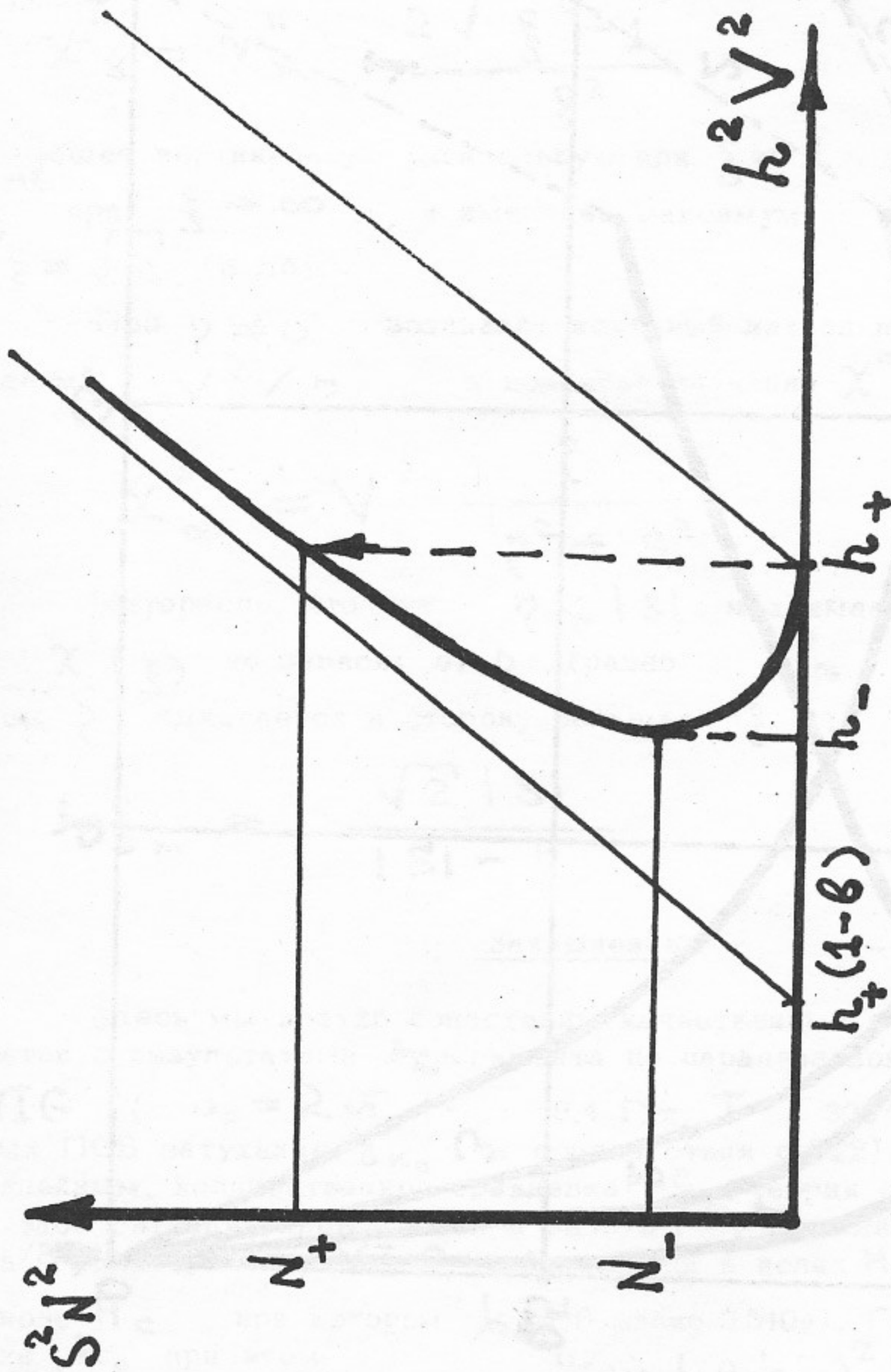
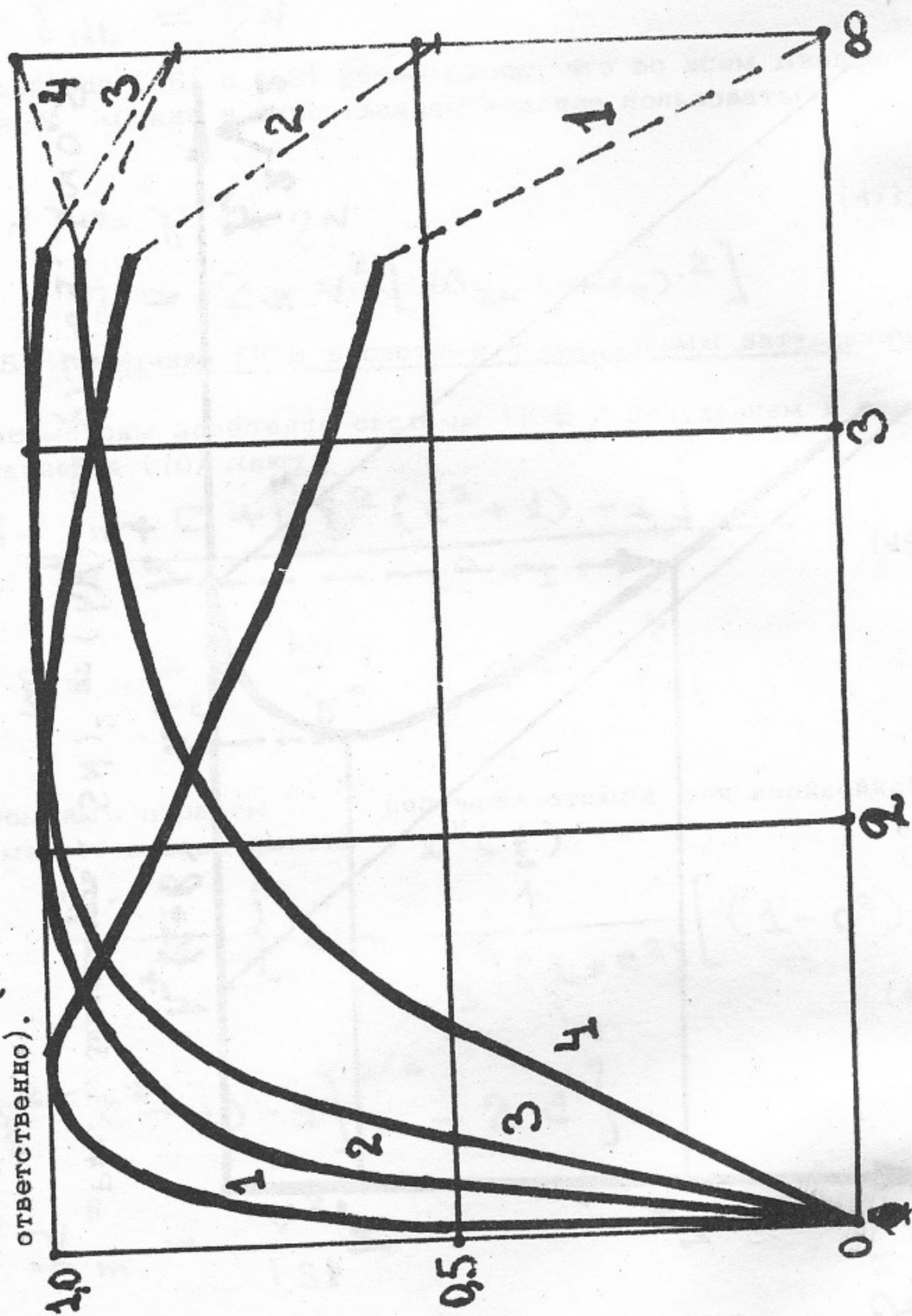


Рис. 1. Зависимость $(SN)^2$ от $(hV)^2$ для $\rho/S \sim 1$, $\beta \approx 0,5$

Рис. 2. Зависимость χ'' (в единицах $V^2 S^{-1}$) от амплитуды поля накачки. Для значений $\eta/S = 0; 0,25; 0,5$ и $1,0$ (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно).



При $\eta = 0$ (49) переходит в известное выражение для χ''_S в S -теории /1,3/ (кривая 1):

$$\chi''_S = \chi''_m \frac{2\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} \quad (50)$$

имеющее вертикальную касательную при $\xi = 1$, убывающее как $\chi''_m \xi^{-1}$ при $\xi \rightarrow \infty$ и имеющее максимум χ''_m при $\xi = \sqrt{2}$ (3 дБ).

При $\eta \neq 0$ возникает конечный наклон при $\xi = 1$, равный $\sqrt{2}/\eta$ и конечное значение χ'' при $\xi \rightarrow \infty$

$$\chi''_\infty = \sqrt{2} \frac{\eta}{\eta^2 + S^2} \quad (51)$$

Интересно, что при $\eta < |S|$ максимальное значение $\chi''(\xi)$ не зависит от η (равно χ''_m), и с ростом η сдвигается в сторону больших ξ :

$$\xi_m = \frac{\sqrt{2}|S|}{|S| - \eta} \quad (52)$$

Заключение

Здесь мы кратко сопоставим качественные следствия расчетов с результатами эксперимента по параллельной накачке в YIG ($\omega_p = 2\pi \cdot 9,4$ ГГц, $T = 300^\circ\text{K}$). Для длинных ПСВ затухание γ_{k_0} в соответствии с (22), (23) является линейным, количественное сравнение S -теории с экспериментом в этой ситуации проводилось в работе /3/. По данным эксперимента /8/ гистерезис в YIG наблюдается в полях $H < H_1 = 1350\text{Э}$ (поле H_c , при котором $k_0 = 0$ равно 1540Э). Граничное значение k_0 при этом

$$\omega_{ex}(ak_0)^2 = g(H_c - H_1) = \omega_{k_0} 2g(H_c - H_1) / \omega_p \approx 0,11 \omega_{k_0}$$

что совпадает с теоретической оценкой (23):

$$\omega_{ex} (ak_0)^2 = \omega_{k_0} / 9 \quad x). \text{ С ростом } k_0$$

гистерезис увеличивается^{/8/} в соответствии с уменьшением коэффициента β , а на границе распадного спектра ($H = H_2 = 650\text{э}$) резко исчезает. Экспериментальные значения отношений полей $h_- / h_+ \approx 0,9$ и скачков амплитуды $N_- / N_+ \approx 0,3 \div 0,5$ также качественно согласуются с расчетными в простейших предположениях относительно параметров: $\eta = |S|$, $\beta = 0,5$ (см.рис.1).

В поле H_2 Г.Мелков наблюдал падение восприимчивости χ'' в два раза (для превышений под порогом меньших 3 - 5 дб), связанное им с разогревом резервуара ТСВ.

Вычисления (§ 4,5) подтверждают эту идею. Как видно из формулы (49) и рис.2 даже небольшое нелинейное затухание ($\eta < |S|$) резко уменьшает восприимчивость при небольших превышениях и увеличивает ее при $h \rightarrow \infty$. Качественное согласие с экспериментом наблюдается при

$\eta / |S| \approx 0,15 - 0,25$. Уменьшение этого отношения в сравнении с нераспадной частью спектра можно связать с частичной компенсацией положительного нелинейного затухания отрицательным.

x) Хотя, учитывая отличие простого спектра ω_k (7) от реального в ΥIG , буквальному совпадению не следует придавать большого значения.

Л и т е р а т у р а

1. В.Захаров, В.Львов, С.Старобинец. ЖЭТФ 59 , 1200, 1970.
2. В.Львов, С.Старобинец. ФТТ 13 , 523, 1971.
3. В.Зауткин, В.Захаров, В.Львов, С.Мушер, С.Старобинец.
ЖЭТФ 62, 1782, 1972.
4. В.Захаров, В.Львов. ЖЭТФ 60 , 2066, 1971.
5. В.Захаров, В.Львов. ФТТ 14 , в печати 1972.
6. А.Ахиезер, В.Барьяхтар, С.Палетминский "Спиновые волны" -
Наука, Москва, 1967.
7. E. Schömann, J. Appl. Phys 33 , 1508, 1962
8. Le Gall, H, Lemaire B, Sere D,
Solid State Com. 5 №12 919, 1967
9. Г.Мелков. ЖЭТФ 61 , 373, 1971.

Ответственный за выпуск В.С.Львов

Подписано к печати 16.X.72 МН 10518

Усл. 0,9 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 69 . ПРЕПРИНТ.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР.