ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт- 82

В.Н.Байер, В.А.Хозе

Свойства сечений аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары

НОВОСИБИРСК 1966

Аннотация

Рассмотрены некоторые свойства сечения аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. Найден общий вид полного сечения аннигиляции произвольно поляризованной электрон-позитронной пары в ультрарелятивистском пределе. Исследованы процессы рождения псевдоскалярных мезонов и линейно-поляризованных фотонов при аннигиляции поперечно поляризованной пары. Получены точные сечения процессов $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$

$e^+ + e^- \to s^+ + s^- + \gamma$

для поперечно поляризованной начальной пары.

FEATURES OF ANNIHILATION CROSS-SECTIONS OF POLARIZED ELECTRON-POSITRON PAIR

V.N.BAYER, V.A.KHOZE

A B S T R A C T

Some features of annihilation cross-sections of polarized electron-positron pair are considered. General expression for the total cross-section of annihilation of arbitrary polarized electron-positron pair is found in ultrarelativistic limit. The creation processes of pseudoscalar mesons and linearly polarized photons are investigated in the case of annihilation of transverse polarized pair. The exact cross-sections of processes $e^{+}+e^{-}\to\mu^{+}+\mu^{-}+\gamma$, $e^{+}+e^{-}\to s^{+}+s^{-}+\gamma$, are found for transverse polarized initial pair.

I. Как известно, излучение при движении в магнитном поле может приводить к возникновению поперечной поляризации электрона (против поля) и позитрона (по полю) [1]. В связи с проведением экспериментов на встречных электрон-позитронных пучках заметный интерес представляет рассмотрение аннигиляции поперечно-поляризованной электрон-позитронной пары. В работе Фадина и одного из авторов [2] было найдено общее выражение для сечения двухчастичной аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. В работе Криловича [3] найдены плоскости симметрии для системы, состоящей из двух поперечно поляризованных фермионов, и указаны правила отбора для рождения псевдоскалярных мезонов при аннигиляции этих частиц.

В настоящей работе обсуждается ряд эффектов, возникающих при аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. Найден общий вид полного сечения аннигиляции произвольно поляризованной пары, причем показано, что в случае поперечной поляризации полное сечение аннигиляции в ультрарелятивистском пределе совпадает с сечением для неполяризованных частиц. Получены правила запрета для рождения псевдоскалярных мезонов и линейно поляризованных фотонов при аннигиляции поперечно поляризованной пары. Получены точные сечения процессов $e^{+}+e^{-}\to\mu^{+}+\mu^{-}+\gamma$, $e^{+}+e^{-}\to s^{+}+s^{-}+\gamma$ (в низшем приближении теории возмущений) для поперечно поляризованной начальной пары.

2. Биленький и Рындин [4], исходя из соображений инвариантности относительно инверсии и вращений, а также из линейной зависимости полного сечения от поляризаций, показали, что полное сечение произвольного процесса с двумя частицами со спинами I/2 в начальном состоянии имеет вид [x)]

$$\sigma=\sigma_{0}+\frac{1}{4}(\sigma_{t,0}-\sigma_{s})(\vec{\xi}_{1}\vec{\xi}_{2})+\frac{1}{2}(\sigma_{t,1}-\sigma_{t,0})(\vec{\xi}_{1}\vec{n})(\vec{\xi}_{2}\vec{n}) \qquad (I)$$

где $\vec{n}$ - единичный вектор, направленный по импульсу электрона, $\vec{\xi}_{1}$, $\vec{\xi}_{2}$ - вектора поляризации электрона и позитрона, $\sigma_{t,0}$, $\sigma_{t,1}$, σ_{s} - полные сечения реакции из триплетного состояния с проекцией спина на направление $\vec{n}$ 0 и I и из синглетного состояния, σ_{0} - сечение для неполяризованных частиц. Очевидно, что

$$\sigma_{t,1}=\sigma_{t,-1} \qquad (2)$$

x) Все рассмотрение проводится в с.ц. и. начальных частиц.

$$\sigma_0 = \frac{1}{4}\sigma_s + \frac{1}{4}\sigma_{t,0} + \frac{1}{2}\sigma_{t,1} \qquad (3)$$

Из сохранения спиральности ультрарелятивистских частиц в квантовой электродинамике следует, что проекция суммарного спина на направления движения равна ± 1, но не 0 [5]. Тогда в ультра-релятивистском пределе

$$\sigma_s\,,\ \sigma_{t,0} \sim \left(\frac{m}{E}\right)^2 \sigma_{t,1} \qquad (4)$$

и формула (3) приобретает вид

$$\sigma_0 = \frac{1}{2}\sigma_{t,1} \qquad (5)$$

С учетом (4) и (5) выражение (I) можно записать в виде

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 + (\vec{\xi}_1 \vec{n})(\vec{\xi}_2 \vec{n}) \right] \qquad (6)$$

Из формулы (6) следует важный вывод, что в случае поперечной поляризации полное сечение произвольного процесса совпадает с точностью до членов порядка $\frac{m^2}{E^2}$ с сечением для неполяризованных частиц.

3. Рассмотрим процесс аннигиляции поперечно поляризованной электрон-позитронной пары, при котором конечные импульсы компланарны. Пусть рождается n псевдоскалярных мезонов, m линейно поляризованных фотонов с векторами поляризации, перпендикулярными плоскости рождения, и ℓ линейно поляризованных фотонов с векторами поляризации, лежащими в плоскости рождения. Очевидно, что собственная функция конечного состояния есть собственная функция оператора отражения относительно плоскости рождения с собственным значением $(-1)^{m+n}$ x).

Направим ось x по импульсу начальных частиц, ось z — по вектору поляризации начальных частиц (как в [3]). Учитывая, что начальные состояния есть собственные состояния оператора отражения P_z — точно, оператора P_y — с точностью до членов m/E (из закона сохранения спиральности) и оператора P_x с точностью до членов m/E в однофотонном канале (когда собственные значения оператора $P = P_x P_y P_z = -1$, с указанной точностью собст-

x) Это является частным случаем правила О.Бора [6].

венные значения $P_y P_z = -1$) [3], и выбирая в качестве плоскостей рождения плоскости (xy), (xz) и (yz) получаем правила запрета для аннигиляции электрона и позитрона с параллельными и антипараллельными поляризациями, приведенные в таблице 2.

Таблица I

Запрещенные плоскости рождения

(знак указывает четность величины $m+n$)

Плоскость \ Поляризации начальных частиц	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\uparrow$
xy	+	−
xz	−	+
yz	−	−

В качестве иллюстрации рассмотрим процесс $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$ при антипараллельной поляризации начальных частиц. Тогда в ультрарелятивистском пределе (с точностью до членов m^2/E^2) фотоны не могут вылетать вдоль оси z. Действительно волновая функция конечного состояния может быть всегда разложена по следующим комбинациям поляризации фотонов: $e_{1x} e_{2x}$, $e_{1y} e_{2y}$, $e_{1x} e_{2y}$, $e_{1y} e_{2x}$. Первые две комбинации запрещены, поскольку они не меняют знак при отражении P_z (в силу тождественности фотонов) в то время, как волновая функция начального состояния меняет знак. Запрет на две другие комбинации вытекает из таблицы I (отражение в плоскости xz). Аналогично для параллельных поляризаций начальных частиц с той же точностью запрещен вылет фотонов вдоль оси y. Заметим, что эти запреты имеют место в любом порядке теории возмущений.

Следует заметить однако, что соображениями, связанными с сохранением спиральности, следует пользоваться с известной осторожностью. Так например, из запретов, приведенных в таблице I, следует, что запрещен вылет фотонов вдоль направления x (направление движения начальных частиц) для параллельной и антипараллельной поляризации электрона и позитрона. На самом деле это не так, наоборот, сечение двухквантовой аннигиляции максимально в этом случае. Такая ситуация возникает вследствие малости передачи импульса, которая входит в знаменатель выражения для амплитуды процесса. Таким образом соображениями, связанными с сохранением спиральности, можно пользоваться только в случаях, когда знаменатели велики по сравнению с m^2.

Перейдем к рассмотрению процесса $e^+ + e^- \to \pi^\circ(\eta) + \gamma$ в однофотонном приближении. Используя правила таблицы I, легко видеть, что с точностью до членов m^2/E^2 запрещен вылет конечных частиц вдоль оси z для антипараллельных поляризаций и вдоль оси y для параллельных поляризаций электрона и позитрона.

4. Пользуясь приведенными выше правилами запрета, можно построить дифференциальное сечение процесса $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$ для поперечно поляризованных начальных частиц, зная только сечение для неполяризованных частиц.

Общий вид этого сечения в однофотонном канале:

$$\sigma(\theta) = \sigma_0(\theta) + b(\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2) + c(\vec{q}\,\vec{\xi}_1)(\vec{q}\,\vec{\xi}_2) \tag{7}$$

$\vec{q}$ – единичный вектор в направлении движения конечной частицы. Здесь использованы условия

$$(\vec{p}_1\vec{\xi}_1) = (\vec{p}_2\vec{\xi}_1) = (\vec{p}_1\vec{\xi}_2) = (\vec{p}_2\vec{\xi}_2) = 0 \tag{8}$$

а также инвариантность относительно вращений и отражений и линейность сечения по поляризациям. Величины σ_0, b, c – функции угла рассеяния θ и энергии. Представим

$$(\vec{q}\,\vec{\xi}_1) = |\vec{\xi}_1| \sin\theta \sin\varphi$$

где φ – угол между плоскостью орбиты (определяемой вектором $\vec{\xi}_1$) и плоскостью рождения (проходящей через вектора $\vec{p}$ и $\vec{q}$)

Из таблицы I следует, что: I) при $(\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2) = -1$ сечение равно 0 при $\varphi = 0$; 2) при $(\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2) = $ I сечение равно 0 при $\varphi = \pi/2$ (см. [3]). Откуда имеем

$$b = \sigma_0(\theta) \quad , \quad 2\sigma_0(\theta) + c\sin^2\theta = 0 \tag{9}$$

отсюда сразу получаем сечение (с точностью до членов $\frac{m^2}{E^2}$)

$$\sigma(\theta) = \sigma_0(\theta)\left[1 + (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)(1 - 2\sin^2\varphi)\right] \tag{10}$$

Этот результат был впервые получен в [2].

Подобный вывод можно также проделать для процесса $e^+ + e^- \to \pi^\circ(\eta) + \gamma$. В однофотонном приближении в сечение может входить произведение ($\vec{p}\vec{q}$) в степени 0 и 2 [2]. Тогда, учитывая, что для поляризованных частиц сечение $\sigma_0 = \frac{\alpha}{4\pi\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}|f|^2(1+\cos^2\theta)$ [7] имеем

$$\sigma(\theta) = \frac{\alpha}{4\pi\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}|f(4E^2)|^2\left[1 + \cos^2\theta + (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)(a_1 + b_1\cos^2\theta + c_1\sin^2\theta\sin^2\varphi)\right] \tag{II}$$

где a_1, b_1, c_1 – не зависят от углов. Из правил запрета, указанных в конце пункта 3, следует

$$a_1 = -1 \tag{I2}$$

$$c_1 = 2 \tag{I3}$$

учитывая также, что согласно формуле (6), полное сечение не зависит с принятой точностью от поляризации, имеем

$$b_1 = 1 \tag{I4}$$

Тогда дифференциальное сечение можно представить в виде[x)]

$$\sigma(\theta) = \frac{\alpha}{4\pi\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}|f(4E^2)|\left[1 + \cos^2\theta + (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)(2\sin^2\varphi - 1)\sin^2\theta\right] \tag{I5}$$

Это сечение отличается от сечения, найденного Альтарелли и др. [8], причем последнее не удовлетворяет приведенным выше правилам запрета.

5. Рассмотрим теперь двухчастичную аннигиляцию поперечно поляризованных параллельно и антипараллельно электрона и позитрона, сопровождающуюся излучением фотона с произвольной частотой

$$e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \gamma \tag{I6}$$

x) Эта же формула следует прямо из формулы (8) работы [2].

$$e^+ + e^- \longrightarrow s^+ + s^- + \gamma \qquad (17)$$

где S - скалярная частица. Для неполяризованных начальных частиц этот вопрос рассмотрен в работах авторов [9,10], мы будем пользоваться здесь той же техникой и обозначениями. Найдем сечение излучения фотона начальными частицами. Как и раньше сечение для процесса (16) $d\sigma_e^\mu$ и для процесса (17) $d\sigma_e^s$ представим в виде:

$$d\sigma_e^{\mu,s} = -\frac{\alpha^3}{(2\pi)^2|F|}\int \frac{d^3k}{\omega\Delta^4} M_e C^{\mu,s}(\Delta^2) \qquad (18)$$

функция $C^\mu(\Delta^2)$, приведена в [9], функция $C^s(\Delta^2)$ - в [10] величина $M_e \equiv M_e$, содержит часть, независящую от поляризаций M_{oe} [9,10] и часть от нее зависящую $M_{\xi e}$

$$M_e = M_{oe} + M_{\xi e} \qquad (19)$$

Последняя может быть легко вычислена

$$M_{\xi e} = \frac{1}{4} Sp\left[L_1^\nu (m+\hat{p}_1)\gamma_5 \hat{s}_1 \bar{L}_{1\nu}(m-\hat{p}_2^+)\gamma_5 \hat{s}_2\right] = 2\left\{\left[(ks_1)(ks_2) - m^2(s_1 s_2)\right]\left[\frac{m^2}{\varkappa^2} + \frac{2(p_1 p_2^+)}{\varkappa\varkappa'} + \frac{m^2}{\varkappa'^2}\right] - 2(s_1 s_2)\right\} \qquad (20)$$

Выполняя интегрирование по азимутальному углу вылета фотона, получаем:

$$H = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} M_{\xi e}\, d\varphi = (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)\left\{\left(\frac{\omega^2\sin^2\theta_\kappa}{2} + m^2\right)\left(\frac{m^2}{\varkappa^2} + \frac{2(p_1 p_2^+)}{\varkappa\varkappa'} + \frac{m^2}{\varkappa'^2}\right) + 2\right\} \qquad (21)$$

Дифференциальное сечение в с.ц. и. начальных частиц процесса можно записать в виде:

$$\frac{d^2\sigma_e^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_\kappa)d\omega} = \frac{d^2\sigma_{oe}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_\kappa)d\omega} + \frac{d^2\sigma_{\xi,e}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_\kappa)d\omega} \qquad (22)$$

Первый член представляет сечение для неполяризованных частиц [9,10], второй

$$\frac{d^2\sigma_{\xi,e}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_\kappa)d\omega} = \frac{\alpha^3\omega}{2\pi E^2\beta\Delta^4} C^{\mu,s}(\Delta^2) H \qquad (23)$$

выполняя интегрирование по углу ϑ_κ, получаем спектр излученных

фотонов:

$$d\sigma_e^{\mu,s} = d\sigma_{oe}^{\mu,s} + d\sigma_{\xi,e}^{\mu,s} \qquad (24)$$

$d\sigma_{oe}^{\mu,s}$ найдено в [9,10], а $d\sigma_{\xi,e}^{\mu,s}$

$$d\sigma_{\xi e}^{\mu,s} = \frac{\alpha^3\omega\, d\omega}{2\pi E^2\beta\Delta^4} C^{\mu,s}(\Delta^2)\, \mathcal{G} \qquad (25)$$

где

$$\mathcal{G} = \int_0^\pi H\, d\cos\vartheta_\kappa = (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)\frac{m^2}{\omega^2}\left\{\left[4 - 2\frac{m^2}{E^2} - \frac{\omega^2}{E^2} - \frac{3\omega^2}{p^2}\right]L + 6\frac{\omega^2}{p^2} - 4\right\} \qquad (26)$$

Перейдем к рассмотрению излучения конечных частиц. Мы воспользуемся формулами (2,2б) статьи [9] и (2,15) статьи [10]. В них части, относящиеся к конечным частицам, не меняются, а в токовом тензоре электрона появляется часть, зависящая от поляризации. Проводя выкладку, как в [9,10], получаем для сечения излучения мюоном и скалярной частицей

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = -\frac{\alpha^3\omega\, d\omega}{(2\pi)^2 8E^4\beta}\left\{\left[1 + \frac{m^2}{2E^2}(1 + \vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)\right]a_1 + \frac{\varkappa\varkappa'(1+\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2) + 2E^2(\vec{k}\vec{\xi}_1)(\vec{k}\vec{\xi}_2)}{2E^2\omega^2}(a_1 + \Lambda^2 a_2)\right\} \qquad (27)$$

$$\frac{d\sigma_s}{d\Omega} = \frac{d\sigma_\mu}{d\Omega}\left(a_{1,2} \longrightarrow -\frac{h_{1,2}}{4}\right) \qquad (28)$$

функции a_1, a_2 определены в [9], h_1, h_2 - в [10]. Заметим, что при $(\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2) = -1$

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = -\frac{\alpha^3\omega\, d\omega}{(2\pi)^2 8E^4\beta} a_1 \qquad \text{при} \quad \vec{k} \perp \vec{\xi}_1 \qquad (29)$$

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = \frac{\alpha^3\omega\, d\omega}{(2\pi)^2 2E^2\beta} a_2 \qquad \text{при} \quad \vec{k} \parallel \vec{\xi}_1 \qquad (30)$$

и аналогично для излучения скалярной частицей. Тем самым функции $a_1, a_2; h_1, h_2$ приобретают наглядный смысл. Проводя интегрирование по азимутальному углу вылета фотона, получаем:

$$\frac{d^2\sigma_\mu}{d\cos\vartheta_\kappa d\omega} = \frac{\alpha^3\omega\, d\omega}{(2\pi)8E^4\beta}\left\{\left[1 + \frac{m^2}{2E^2}\left(1 + (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)\right)\right]a_1 + \frac{\varkappa\varkappa' - (\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2)m^2\omega^2\cos^2\vartheta_\kappa}{2E^2\omega^2}(a_1 + \Lambda^2 a_2)\right\} \qquad (31)$$

$$\frac{d^2\sigma_s}{d\cos\vartheta_k\, d\omega} = \frac{d^2\sigma_\mu}{d\cos\vartheta_k\, d\omega}\left(a_{1,2} \to -\frac{h_{1,2}}{4}\right) \qquad (32)$$

Интегрируя по ϑ_k получаем формулу, применимую к обоим реакциям

$$d\sigma_{\mu,s} = d\sigma^0_{\mu,s}\,\frac{\left[1+\frac{m^2}{2E^2}\left(1+\vec{\zeta}_1\vec{\zeta}_2\right)\right]}{\left(1+\frac{m^2}{2E^2}\right)} \qquad (33)$$

где $d\sigma^0_{\mu,s}$ сечения излучения для неполяризованных начальных частиц [9,10]. Интерференционный член в сечении излучения выпадает по той же причине, что и в [9,10] (из инвариантности по отношению к зарядовому сопряжению). Поэтому точные сечения процессов есть суммы сечений излучения начальными и конечными частицами.

Отметим, что в соответствии с результатом, полученным в пункте 2, поправки, зависящие от поляризаций, имеют порядок m^2/E^2. Естественно, что такая ситуация возникает уже при интегрировании по азимутальному углу вылета фотона. Полученные формулы, однако, являются точными и могут быть использованы при исследовании аннигиляции тяжелых частиц.

Авторы благодарят С.А.Хейфеца, И.Б.Хриплович за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Соколов, И.М.Тернов ДАН СССР, 153, 1052, 1963
2. В.Н.Байер, В.С.Фадин ДАН СССР, 161, 74, 1965
3. И.Б.Хриплович ЯФ, 3, 762 (1966)
4. S.Bilenky,R.Ryndin.Phys.Lett.6,217,1963
5. Я.Б.Зельдович ЖЭТФ, 41, 912, 1961
6. A.Bohr.Nucl.Phys.10,486,1959
7. В.Н.Байер, В.В.Соколов ЖЭТФ, 40, 1233, 1961.
8. G.Altarelli,S.Gennaro,E.Celeghini,G.Longhi,R.Gatto preprint,Florence,TH.66/16,1966
9. В.Н.Байер, В.А.Хозе ЖЭТФ, 48, 946, 1965
10. В.Н.Байер, В.А.Хозе, ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.