

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Козырев Евгений Анатольевич

**ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  и  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'(958)$   
В ЭКСПЕРИМЕНТЕ *BABAR***

01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
Солодов Евгений Петрович

Новосибирск — 2020

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>Глава 1. Эксперимент BABAR</b> . . . . .	<b>11</b>
1.1 Физические задачи эксперимента . . . . .	11
1.2 Асимметричный коллайдер PEP-II . . . . .	12
1.3 Детектор BABAR . . . . .	14
<b>Глава 2. Изучение процесса <math>e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta</math></b> . . . . .	<b>20</b>
2.1 Методика ISR . . . . .	20
2.2 Моделирование событий . . . . .	22
2.3 Отбор сигнальных событий . . . . .	25
2.3.1 Нормировка фона $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ . . . . .	31
2.4 Вычитание фона . . . . .	33
2.5 Эффективность регистрации и систематические неопределенности	40
2.5.1 Отбор по $\chi^2_{4C}$ . . . . .	41
2.5.2 Вклад условий отбора . . . . .	42
2.5.3 Триггеры и фильтры . . . . .	44
2.5.4 Эффективность реконструкции ISR фотона . . . . .	44
2.5.5 Эффективность реконструкции треков . . . . .	45
2.6 Эффективность реконструкции $\pi^0, \eta \rightarrow 2\gamma$ . . . . .	46
2.7 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ и учет конечного разрешения детектора . . . . .	51
2.7.1 Модельная неопределенность в вычислении эффективности	57
2.7.2 Систематические неопределенности сечения . . . . .	59
2.8 Аппроксимация энергетической зависимости сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ . . . . .	60
2.9 Проверка гипотезы о сохранении векторного тока . . . . .	67
2.10 Вклад в аномальный магнитный момент мюона $a_\mu$ . . . . .	69
2.11 Распад $J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ . . . . .	71
<b>Глава 3. Измерение переходного формфактора <math>\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'(958)</math></b> . .	<b>73</b>

3.1	Вступление . . . . .	73
3.2	Теоретические представления ПФФ $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$ . . . . .	75
3.3	Моделирование двухфотонных процессов . . . . .	81
3.4	Отбор сигнальных событий . . . . .	82
3.5	"Пикованный" фон . . . . .	90
3.6	Эффективность регистрации сигнальных событий . . . . .	94
3.7	Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ и переходный формфактор $\eta'$ -мезона . . . . .	96
3.8	Оценка систематических неопределенностей . . . . .	97
3.9	Оценка модельной неопределенности . . . . .	99
3.10	Обсуждение результатов . . . . .	100
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>103</b>
	<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>105</b>

## Введение

Изучение процессов взаимодействия электромагнитного поля (ЭМП) с мезонами позволяет получить уникальную информацию об их свойствах и структуре. Переход фотонов в мезоны происходит посредством взаимодействия ЭМП с кварк-антикварковой парой и последующей адронизацией кварков. Данная работа посвящена изучению процессов перехода  $\gamma^* \rightarrow \rho^{(\prime)} \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  [1] и  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  [2] с детектором *BABAR* на коллайдере PEP-II (СЛАК, Стэнфорд, США). Соответствующие диаграммы представлены на рисунках 1 и 2. Первый процесс принадлежит области низких энергий. Здесь фотон с квадратом четырех-импульса (виртуальностью)  $q^2 > 0$  ГэВ<sup>2</sup> переходит в векторный мезон ( $J^{PC} = 1^{--}$ ) с последующим его распадом на векторный мезон и псевдоскалярный  $\eta$ -мезон. Этот процесс не рассчитывается в рамках квантовой хромодинамики (КХД), поэтому лишь экспериментальные данные и феноменологические модели могут пролить свет на характер взаимодействий в данной реакции. Второй процесс из промежуточной области передач импульсов состоит в переходе двух фотонов ( $J^{PC} = 1^{--}$ ) с отрицательными виртуальностями в области  $-60 < q_{1,2}^2 < -2$  ГэВ<sup>2</sup> в псевдоскалярный  $\eta'(958)$ -мезон ( $J^{PC} = 0^{-+}$ ). В этом кинематическом диапазоне реакция хорошо описывается в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики. Поэтому полученные экспериментальные данные могут быть использованы для проверки КХД. В обоих процессах рассматривается переход двух векторных полей в псевдоскалярное поле, причем первый процесс соответствует времениподобной области, второй – пространственноподобной. Нужно отметить, что на этапах проектирования

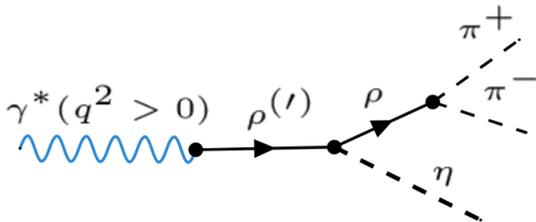


Рис. 1 — Диаграмма процесса перехода виртуального фотона в систему  $\rho\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$

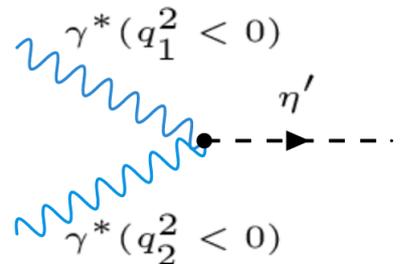


Рис. 2 — Диаграмма двухфотонного рождения  $\eta'$ -мезона

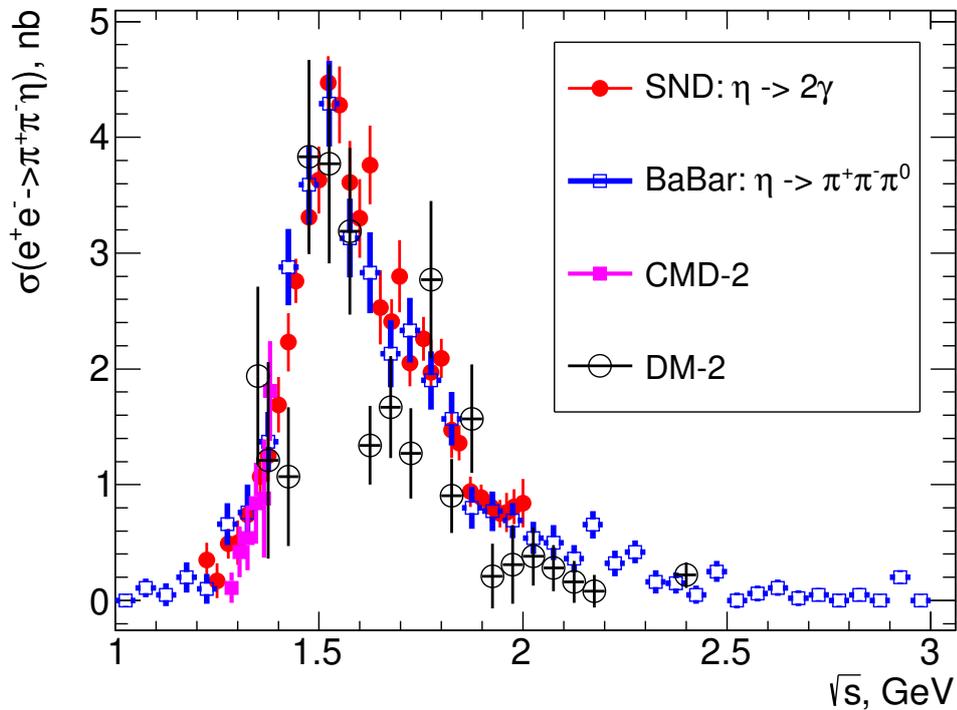
эксперимента *BABAR* и начального набора данных с детектором не предполагалось, что рассматриваемые в данной диссертации задачи будут изучаться.

История исследований реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  уходит далеко в прошлое с непрерывной тенденцией увеличения точности по мере возникновения все более прецизионных измерений. К таким экспериментам относятся исследования на детекторах DM1 [3], ND [4], DM2 [5], CMD-2 [6], SND [7, 8, 9], CMD-3 [10], где данное конечное состояние рождалось в прямых столкновениях  $e^+e^-$  пучков. С детектором *BABAR* искомая реакция изучалась методом радиационного возврата (ISR – initial state radiation) трижды: в каналах  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  (относительная вероятность распада  $B = 22.7\%$ ),  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  ( $B = 32.6\%$ ) и  $\eta \rightarrow 2\gamma$  ( $B = 39.3\%$ ) в работах [11, 12, 1] соответственно. Последняя работа с двухфотонной модой распада  $\eta$ -мезона и составляет часть настоящей диссертации. Также сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \rho\eta$  при энергиях в системе центра масс  $E_{\text{с.м.}} \equiv \sqrt{s} = 3.650, 3.686$  и  $3.773$  ГэВ было измерено с детектором BES [13], а при энергии  $\sqrt{s} = 10.58$  ГэВ с детектором Belle [14]. Сводные данные истории исследований процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  представлены в таблице 1 в хронологическом порядке, где представлены в том числе год публикации, диапазон энергии, детектируемая мода распада  $\eta$ -мезона и количество сигнальных событий. Жирным шрифтом в таблице выделено исследование, речь о котором пойдет ниже. Видно, что на момент публикации в данном анализе была наибольшая статистика. Сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ , измеренное в предыдущих экспериментах до 2018 года, представлено на рисунке 3. Статистическая точность этих измерений невысокая и не превышает 10%. Кроме того, на представленной зависимости сечения от энергии не прослеживается явный вклад промежуточного состояния  $\rho(1700)$ . Так в работе коллаборации СНД с модой распада  $\eta \rightarrow 2\gamma$  [9] определено произведение констант связи вершин  $\gamma^* \rightarrow \rho(1700)$  и  $\rho(1700) \rightarrow \rho\eta$ : оно составило  $g_{\rho(1700)} = 0.02^{+0.03}_{-0.01}$  ГэВ<sup>-1</sup>, что статистически не отличимо от нуля и требует уточнения.

Как описано выше, более десяти различных исследований было посвящено исследуемому процессу. Столь активное внимание к данной реакции можно связать с рядом мотивирующих аспектов. Во-первых, сечение процесса электрон-позитронной аннигиляции в  $\pi^+\pi^-\eta$  составляет около 5% от полного сечения  $e^+e^-$  в адроны при  $\sqrt{s} = 1.5$  ГэВ. Поэтому его прецизионное экспериментальное измерение позволит уточнить вычисление адронного вклада в поляризацию вакуума в диапазоне энергии 1.15–3.50 ГэВ [15]. Этот вклад нужно рассматри-

Таблица 1 — Сводные данные истории исследований процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ 

ссылка	название эксп.	год	$\sqrt{s}$ , ГэВ	мода распада $\eta$	N событий
[3]	DM1 at DCI	1982	1.4–2.18	$\eta \rightarrow all$	$\sim 200$
[4]	ND at VEPP-2M	1986	1.05–1.4	$\eta \rightarrow 2\gamma$	$\sim 15$
[5]	DM2 at DCI	1988	1.35–2.4	$\eta \rightarrow 2\gamma, 3\pi, 2\pi\gamma$	228
[6]	CMD-2 at VEPP-2M	2000	1.28–1.38	$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$\sim 100$
[11]	<i>BABAR</i> at PEP-II	2007	1–3	$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$\sim 1900$
[7]	SND at VEPP-2M	2010	1.08–1.38	$\eta \rightarrow 2\gamma$	$\sim 1600$
[9]	SND at VEPP-2000	2015	1.225–2	$\eta \rightarrow 2\gamma$	$\sim 5000$
[1]	<b><i>BABAR</i> at PEP-II</b>	<b>2018</b>	<b>1.15–3.5</b>	$\eta \rightarrow 2\gamma$	<b><math>\sim 8000</math></b>
[8]	SND at VEPP-2000	2018	1.075–2	$\eta \rightarrow 3\pi^0$	$\sim 2500$
[12]	<i>BABAR</i> at PEP-II	2018	1.075–3.025	$\eta \rightarrow 3\pi^0$	2102
[10]	CMD-3 at VEPP-2000	2019	1.1–2	$\eta \rightarrow 2\gamma$	13426

Рис. 3 — Сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ , измеренное в предыдущих экспериментах

вать при расчете аномального магнитного момента мюона  $a_\mu$  и значения бегущей константы электромагнитного взаимодействия на массе  $Z$ -бозона [16].

Второе важное обстоятельство связано с тем, что система  $\pi^+\pi^-\eta$  обладает положительной  $G$ -четностью и в сильных взаимодействиях может рождаться только через промежуточные состояния изовекторного типа (через  $\rho$ -подобные состояния). Это обуславливает ключевую роль искомого канала в определении параметров таких резонансов, как  $\rho(1450)$ ,  $\rho(1700)$  и более высоких возбужденных состояний. Нужно также отметить, что кроме вклада  $G$ -четных резонансов, имеет место электромагнитное смешивание с  $G$ -нечетным вкладом, например,  $\omega^{(\prime)} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \rho^{(\prime)} \rightarrow \rho\eta$  или  $\rho^{(\prime)} \rightarrow \rho\eta \rightarrow \gamma^*\eta \rightarrow \omega\eta \rightarrow \gamma^*\eta \rightarrow \rho\eta$ . Однако вклад такого смешивания не превышает несколько процентов, что видно уже из вероятности распада  $B(\omega \rightarrow 2\pi) = (1.53 \pm 0.06)\%$  [17].

Вторая часть диссертации посвящена измерению переходного формфактора (ПФФ) псевдоскалярного  $\eta'$ -мезона с использованием реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ , где оба рассеянных электрона<sup>1</sup> испускают пространственноподобные фотоны, которые конвертируют в  $\eta'$ -мезон (рисунок 2). Матричный элемент перехода  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  можно представить в виде

$$T = -i4\pi\alpha_{em}\epsilon_{\mu\nu\beta\gamma}\epsilon_1^\mu\epsilon_2^\nu q_1^\beta q_2^\gamma F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2), \quad (1)$$

где  $\alpha_{em}$  – электромагнитная постоянная тонкой структуры,  $\epsilon_{\mu\nu\beta\gamma}$  – полностью антисимметричный тензор Леви-Чевиты,  $\epsilon_{1,2}$  и  $q_{1,2}$  – вектора поляризации и четырех-импульсы пространственноподобных фотонов соответственно,  $Q_{1,2}^2 \equiv -q_{1,2}^2$ ,  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$  – переходный формфактор  $\eta'$ -мезона.

Существует множество экспериментальных данных для ПФФ в кинематической области, в которой один из фотонов почти реальный, а второй фотон виртуальный, то есть для  $F_{\eta'}(Q^2, 0)$ . Времениподобная область ( $Q^2 < 0$ ) изучалась в реакции однофотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \eta'\gamma$  [18] с детектором *BABAR* при  $Q^2 = -112$  ГэВ<sup>2</sup> и в реакции каскадного распада  $J/\psi \rightarrow \eta'\gamma \rightarrow \gamma e^+e^-\gamma$  [19] с детектором *BESIII* при  $Q^2 = -(0.8-0)$  ГэВ<sup>2</sup>. Пространственноподобная область ( $Q^2 > 0$ ) изучалась в реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta'e^+e^-$  в нескольких экспериментах [20, 21, 22, 23, 24, 25]. Наиболее точные измерения были проведены в экспериментах *L3* [24], *CLEO* [23] и затем *BABAR* [25] при  $0 < Q^2 < 10$  ГэВ<sup>2</sup>,  $1.5 < Q^2 < 30$  ГэВ<sup>2</sup> и  $4 < Q^2 < 40$  ГэВ<sup>2</sup> соответственно. Указанные измерения хорошо согласуются друг с другом. Они представлены на

<sup>1</sup>везде, где не оговорено обратное, под электроном подразумевается и электрон, и позитрон

рисунке 4 и аппроксимированы функцией  $|Q^2| \cdot F(0,0)/(Q^2/\Lambda_P^2 + 1)$  со свободным параметром  $\Lambda_P$ . Здесь значение  $F(0,0)$  зафиксировано шириной распада  $\eta'$ -мезона на два реальных фотона, что будет обсуждаться ниже. Аппроксимация приводит к величине  $\Lambda_P = 0.855 \pm 0.004$  ГэВ/с<sup>2</sup> и согласуется с данными на уровне  $\chi^2/ndf = 50/45$ . Данная функция приведена на рисунке 4, она суммарно описывает вклад легких векторных резонансов  $\rho(770)$ ,  $\omega(782)$ ,  $\phi(1020)$  в рамках модели векторной доминантности в пространственноподобной области и корректно описывает поведение формфактора при больших значениях  $Q^2$ , также как и КХД, предсказывающая асимптотическую зависимость  $F(Q^2, 0) \sim \frac{const}{Q^2}$  [26].

Настоящая работа посвящена измерению ПФФ  $\eta'$ -мезона  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$  при  $2 < Q_{1,2}^2 < 60$  ГэВ<sup>2</sup>, т.е. когда оба промежуточных фотона принадлежат пространственноподобной области. Формфакторы псевдоскалярных мезонов в этих условиях ранее не измерялись. В этой кинематической области существуют только теоретические предсказания. Ниже будет обсуждаться сравнение полученных данных по  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$  с предсказаниями модели векторной доминантности (МВД) и КХД.

Рассмотрение процесса  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  в рамках КХД на основе факторизационной теоремы должно быть разбито на два этапа. Первый "жесткий" этап

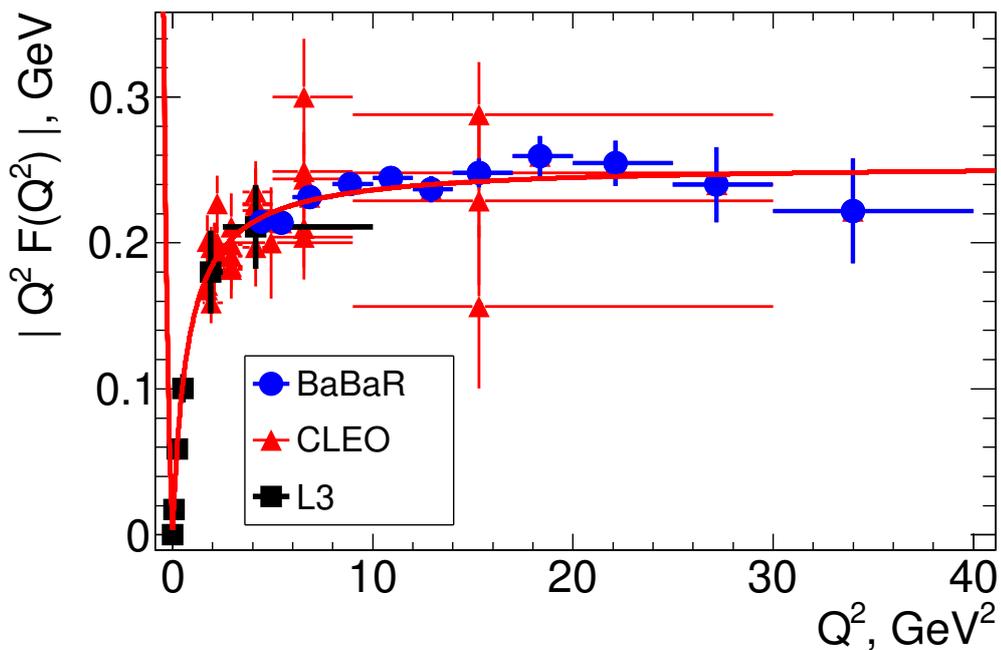


Рис. 4 — Переходный формфактор  $\eta'$ -мезона в зависимости от виртуальности фотона

поддается расчету на основе теории возмущений и состоит в конвертации пары фотонов в кварк-антикварковую пару. Второй "мягкий" этап описывает адронизацию кварков и их переход в конечное состояние, т.е.  $\eta'$ -мезон. "Мягкий" этап может быть охарактеризован функцией распределения кварков внутри мезона. Форма данной функции неизвестна, она содержит непертурбативную информацию и зависит от шкалы "жесткого" взаимодействия, что описывается уравнениями эволюции. Ключевой особенностью данной работы является то, что здесь доступна область диагонали  $Q_1^2 \approx Q_2^2 > 0$ , где формфактор очень слабо зависит от функции распределения, т.е. измерение ПФФ в данной кинематической области является проверкой теоремы о факторизации.

**Целью** данной работы являются:

1. измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  в диапазоне энергий  $E_{\text{с.м.}} = 1.15\text{--}3.50$  ГэВ;
2. измерение переходного формфактора  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'(958)$  при виртуальностях фотонов  $q_1^2, q_2^2 < 0$ .

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  в области энергии в системе центра масс от 1.15 до 3.5 ГэВ.
2. Произведена аппроксимация зависимости сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  от энергии в рамках МВД с учетом вкладов  $\rho$ -мезона и трех его возбужденных состояний. Определены параметры  $\rho(1450)$ - и  $\rho(1700)$ -мезонов: массы, ширины и произведения парциальных ширин распада в  $e^+e^-$  и вероятности распада в  $\pi^+\pi^-\eta$ .
3. С использованием гипотезы сохранения векторного тока проведено сравнение данных по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  с данными по распаду  $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\eta\nu_\tau$ .
4. Измерен переходной формфактор  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  в дважды виртуальной области ( $F(Q_1^2, Q_2^2)$ ). Для регистрации  $\eta'$ -мезона использован распад  $\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ .
5. Произведено сравнение  $F(Q_1^2, Q_2^2)$  с теоретическими предсказаниями.

**Научная новизна:**

1. измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  в диапазоне энергий  $E_{\text{с.м.}} = 1.15\text{--}3.50$  ГэВ с точностью лучше, чем в предыдущих экспериментах. В диапазоне  $E_{\text{с.м.}} = 3.00\text{--}3.50$  ГэВ сечение измерено впервые;

2. впервые измерен переходный формфактор псевдоскалярного мезона с помощью реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  в дважды таггированной моде.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на научных семинарах в ИЯФ СО РАН и СЛАК, а также на конференциях The 12th International Workshop on  $e^+e^-$  Collisions from Phi to Psi (PhiPsi 2019), The European Physical Society Conference on High Energy Physics (EPS-HEP 2019) и The 39th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2018).

**Личный вклад.** Изложенные в работе результаты получены автором лично либо при его определяющем вкладе.

**Объем и структура работы.** Работа состоит из введения, трех глав и заключения. Первая глава посвящена краткому изложению устройства детектора *BABAR*, вторая глава содержит описание анализа процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . В третьей главе рассказывается об измерении переходного формфактора  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$ . Полный объём диссертации составляет 111 страниц, включая 80 рисунков и 14 таблиц. Список литературы содержит 81 наименований.

## Глава 1. Эксперимент *BABAR*

### 1.1 Физические задачи эксперимента

Набор данных в ходе эксперимента с детектором *BABAR* на коллайдере PEP-II производился в период 1999-2008 годов в Стэнфордском центре линейных ускорителей (SLAC National Accelerator Center), США. В 2008 году эксперимент с детектором был закончен, и детектор в последующие годы был разобран, однако анализ данных продолжается до сих пор. Асимметричный электрон-позитронный коллайдер PEP-II работал при энергии 10.58 ГэВ в системе центра масс, что соответствует массе резонанса,  $\Upsilon(4S)$ , чуть большей, чем порог рождения пары мезонов  $B\bar{B}$ . Ввиду большого значения сечения образования пар  $B$ -мезонов ( $\sigma = 1.05$  nb) [27] при данной энергии и высокой светимости PEP-II такой эксперимент назывался  $B$ -фабрикой. Одной из основных физических задач исследований с детектором *BABAR* является измерение параметров матрицы Кабиббо-Кобаяси-Маскавы (ККМ) смешивания кварков. Некоторые из этих параметров могут быть определены путем измерения CP-асимметрии в распадах  $B$ -мезонов. Самый чистый тест CP-нарушения в  $B$ -мезонной системе в рамках Стандартной Модели состоит в изучении времени зависимого CP-нарушения в канале  $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ , где  $B^0$  ( $d\bar{b}$ ) и  $\bar{B}^0$  ( $\bar{d}b$ ) распадаются в одно и то же конечное состояние с разной временной зависимостью. В эксперименте *BABAR* (и в аналогичном эксперименте с детектором Belle) такое CP-нарушение впервые наблюдалось и измерено с высокой точностью. В исследованиях редких каналов распада  $B$ -мезонов выполняются поиски физики за пределами Стандартной Модели. Кроме реакций с  $b$ -кварками в конечном состоянии, в эксперименте *BABAR* также изучались реакции с очарованными кварками и  $\tau$ -лептонами, так как сечения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow c\bar{c})$  и  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-)$  одного порядка величины с  $\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b})$ . Например, с детектором *BABAR* было доказано смешивание  $D^0 - \bar{D}^0$  мезонов. В тау-лептонном спектре были выполнены тесты лептонной универсальности, поиски нарушения лептонного числа, измерение элемента ККМ матрицы  $|V_{us}|$ .

Как видно из вышеописанной мотивации экспериментов с детектором *BABAR*, исследования, связанные с измерением сечений электрон-позитронной

аннигиляции в адронные конечные состояния методом ISR, а также работы по двухфотонной физике изначально не планировались. Однако, эти направления исследований оказались исключительно актуальными. ISR методика позволила измерить эксклюзивные сечения нескольких десятков процессов рождения адронов в  $e^+e^-$  столкновениях. Также с помощью процессов с излучением ISR фотона были изучены многие промежуточные состояния, найдены новые резонансы, такие как  $Y(4260)$ . Самыми важными работами в области двухфотонной физики с детектором *BABAR* были измерения переходных формфакторов псевдоскалярных мезонов:  $\pi^0$ ,  $\eta(550)$ ,  $\eta'(958)$ ,  $\eta_c$ , что позволило сделать ряд важных выводов о предсказательной способности пКХД в области промежуточных энергий и об амплитудах распределений мезонов.

## 1.2 Асимметричный коллайдер PEP-II

Схематичный вид ускорительного комплекса с детектором *BABAR* представлен на рисунке 5. Комплекс включает электронную пушку, линейный ускоритель, источник позитронов,  $e^+e^-$  накопительные кольца (PEP-II).

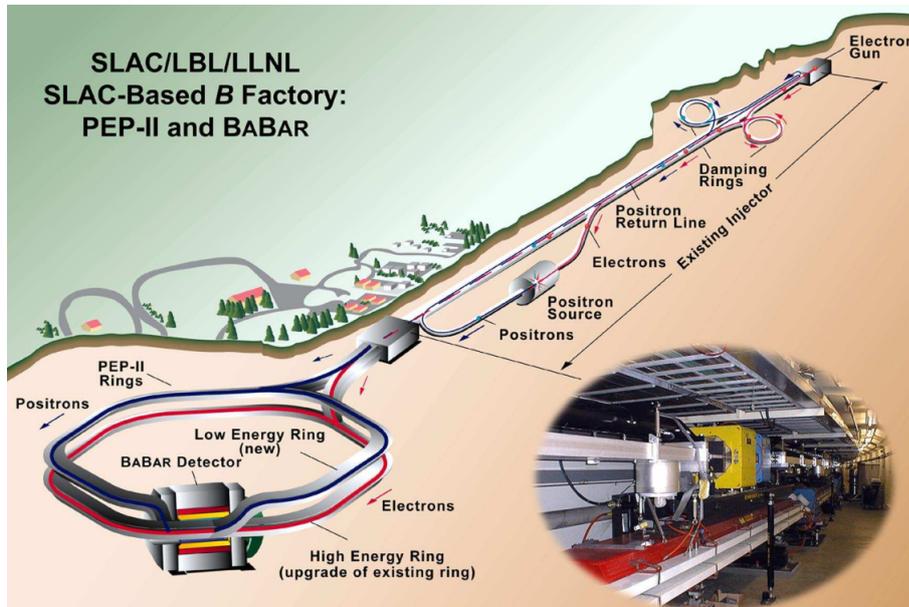


Рис. 5 — Схематичный вид ускорительного комплекса SLAC, включая линейный ускоритель, асимметричный коллайдер PEP-II с детектором

*BABAR* [28]

Электронная пушка производит электронные сгустки и инжектирует их в линейный ускоритель. Высокочастотный (ВЧ) резонатор синхронизированными импульсами ускоряют эти пучки до энергии около 1 ГэВ. Далее половина пучков инжектируется в демпфирующее кольцо, где потери энергии за счет синхротронного излучения, компенсируемые ВЧ резонатором, приводят к уменьшению эмитанса пучка. Далее пучок перенаправляется в линейный ускоритель и ускоряется до искомой энергии 8.9 ГэВ. Другая половина электронных сгустков ускоряется до 30 ГэВ и направляется на вольфрамовую мишень для генерации позитронов, которые затем возвращаются к началу линейного ускорителя. Подобно электронам, они предварительно ускоряются и демпфируются в отдельном кольце для охлаждения и накопления. Наконец, позитроны ускоряются в линейном ускорителе до энергии 3.1 ГэВ. После достижения своих номинальных энергий электронные и позитронные пучки инжектируются из линейного ускорителя в накопительные кольца РЕР-II, где они фокусируются магнитной системой, а потери на синхротронное излучение компенсируются ВЧ резонатором. *BABAR* детектор расположен в точке пересечения электронного и позитронного пучков.

Сбор данных на детекторе начался в октябре 1999 года и закончился в апреле 2008 года. Интегральная светимость  $468.6 \text{ фб}^{-1}$  набиралась в течении 6 продолжительных заходов (Runs) в пике и в непосредственной близости от резонанса  $Y(4S)$  (см. таблицу 2). Кроме того, данные набирались в районе резонансов  $Y(2S)$  и  $Y(3S)$ . Так что суммарная интегральная светимость *BABAR* составляет  $513.7 \text{ фб}^{-1}$ . В данной работе использовались только данные, набранные в области  $Y(4S)$ , где уровень резонансного фона ниже, чем на  $Y(2S)$  и  $Y(3S)$ . Интегральная по времени величина светимости определялась по событиям  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  с точностью около 0.5% [29].

Из-за разницы энергий между электронным и позитронным пучками, центр масс  $e^+e^-$  системы движется ( $\beta\gamma \sim 0.56$ ). Это делает возможным реконструкцию вершин распадов  $B$ -мезонов, рождающихся почти покоящимися в системе центра масс (с.ц.м.). Проектная светимость РЕР-II составляла  $3 \times 10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ . Однако в течение эксперимента пиковая светимость превысила проектную и составила около  $12 \times 10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ .

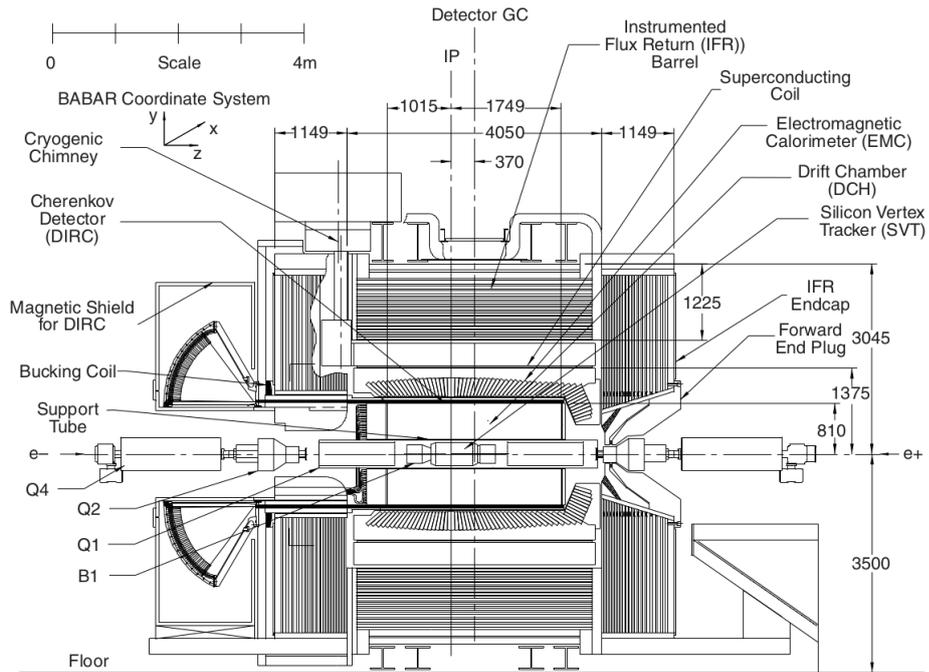
Таблица 2 — Объем интегральной светимости, набранной детектором *BABAR* в разные периоды эксперимента

Run	on-peak [ $\text{fb}^{-1}$ ]	off-peak [ $\text{fb}^{-1}$ ]
1	20.37	2.56
2	61.32	6.87
3	32.28	2.44
4	99.58	10.02
5	132.33	14.28
6	78.31	7.75

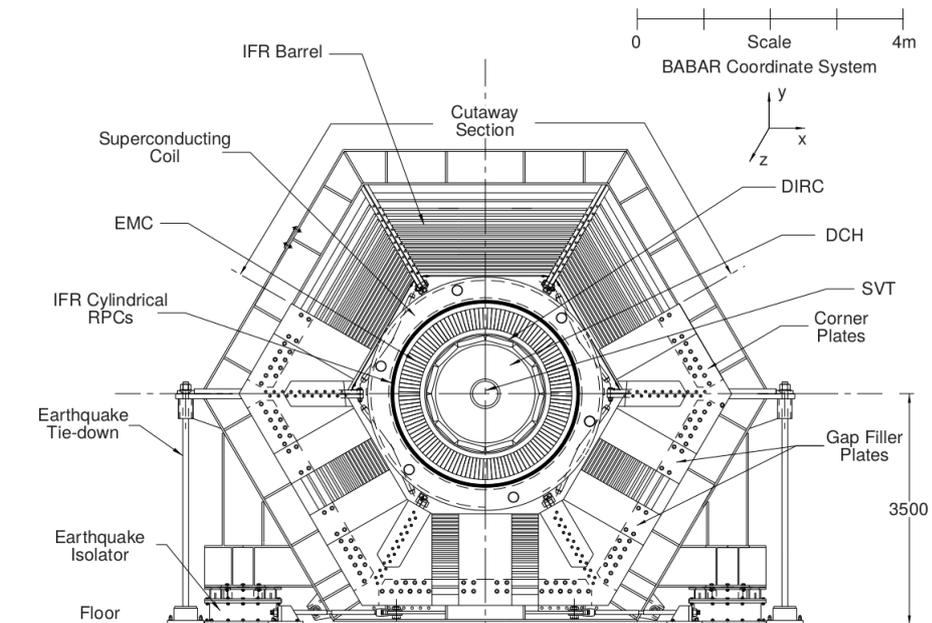
### 1.3 Детектор *BABAR*

Асимметрия в энергии пучков PEP-II отразилась на конструкции детектора *BABAR*. Устройство детектора описано во многих статьях, например, в [30, 31]. На рисунке 6 показано продольное и поперечное сечения детектора *BABAR*. Электронный пучок движется слева от детектора до момента встречи с противоположно направленным позитронным пучком. Геометрический центр детектора (GC) смещен относительно точки взаимодействия (IP) на 37 см в направлении высокоэнергетического электронного пучка, чтобы максимизировать геометрическую эффективность регистрации продуктов распада из движущейся системы  $B$ - и  $\bar{B}$ -мезонов.

Треки заряженных частиц детектируются с помощью пятислойной двухсторонней вершинной системы (SVT) и 40-слойной дрейфовой камеры (DCH). Обе системы находятся внутри сверхпроводящего соленоидального магнита с магнитным полем 1.5 Т. При реконструкции событий предполагается, что фотоны испущены из вершины, определенной по пересечению треков заряженных частиц в области взаимодействия пучков. Энергии и координаты фотонов регистрируются с помощью электромагнитного калориметра (EMC) на основе кристаллов CsI(Tl). Идентификация заряженных частиц (PID) основана на измерении ионизационных потерь ( $dE/dx$ ) в SVT и DCH, на детектировании черенковского излучения в системе DIRC и на основе данных по энергосделению в калориметре EMC. Кроме того, идентификация мюонов во многом базируется на восстановлении трека в мюонной системе, помещенной внутри



(a)



(б)

Рис. 6 — Поперечное сечение детектора *BABAR* в продольном (а) и поперечном (б) направлениях. Основными компонентами являются кремниевая вершинная система, дрейфовая камера, черенковский детектор, электромагнитный калориметр и ярмо магнитного возврата. Указаны место встречи пучков (IP) и геометрический центр детектора (GC). Квадрупольные и дипольные магниты обозначены как Q1/2/4 и B1 соответственно [30]

железного ярма, замыкающего магнитный поток соленоида. Для подавления эффектов многократного рассеяния треков и конверсии фотонов материал во внутренней области детектора минимизирован. На рисунке 7 показано количество материала в детекторе в радиационных длинах, которое пересекает частица до проникновения в каждую из подсистем детектора. Видно, что фотон, перпендикулярный оси пучков, пересекает около  $0.3 X_0$ , прежде чем попасть в калориметр.

Кремниевый вершинный детектор (SVT) предназначен, в первую очередь, для реконструкции вершин распада частиц, а также ионизационных потерь треков. SVT состоит из пяти цилиндрических слоев двухсторонних кремниевых микрополосковых (микростриповых) датчиков. Стрипы на внешней стороне каждого слоя параллельны направлению Z, что позволяет точно определять азимутальный угол трека. Внутренние стрипы перпендикулярны внешним и, таким образом, позволяют измерять продольную координату. Полярный угловой диапазон, охватываемый SVT, составляет  $20^\circ$ – $150^\circ$  в лабораторной системе отсчета, что соответствует примерно 90% телесного угла в с.ц.м. SVT монтирована в непосредственной близости от бериллиевой вакуумной трубы. Суммар-

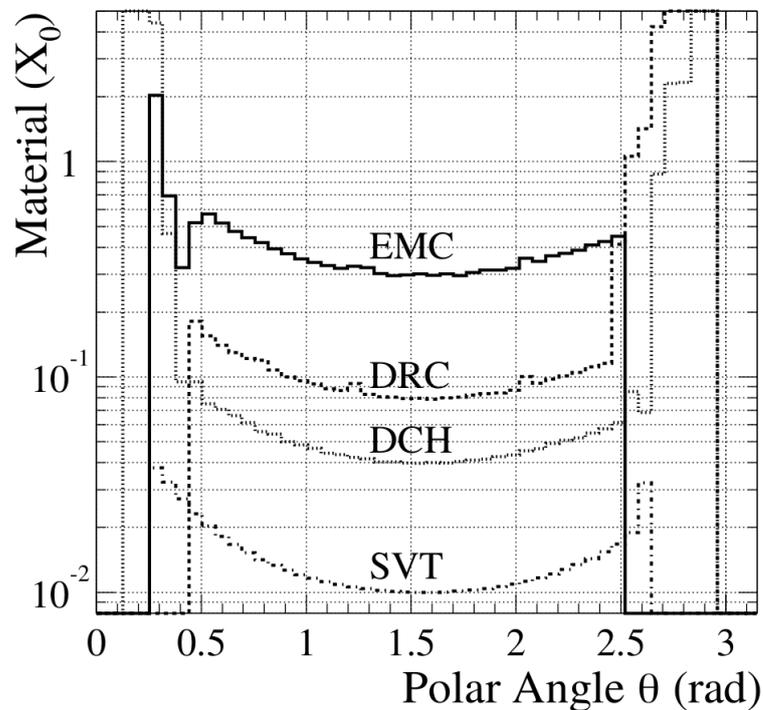


Рис. 7 — Количество радиационных длин в детекторе до попадания частицы в подсистему в зависимости от полярного угла [30]

ное пространственное разрешение реконструкции вершин составляет меньше чем 100 мкм.

Основное назначение многопроволочной дрейфовой камеры (DCH) состоит в точном измерении поперечного импульса треков заряженных частиц на основе определения кривизны траектории в магнитном поле 1.5 Тл, а также в измерении углов вылета в точке взаимодействия. Кроме того, измерение ионизационных потерь в камере ( $dE/dx$ ) требуется для идентификации различных типов частиц. Десять суперслоев состоят из четырех слоев каждый. Для улучшения точности определения продольной координаты пересечения слоев треками, проволочки в 24 слоях повернуты на небольшой угол относительно продольной оси  $z$ . Всего в 40 слоях содержится 7104 гексагональных дрейфовых ячеек. Каждая ячейка образована шестью полевыми алюминиевыми проволочками (катода) диаметром 120 мкм, покрытыми тонким слоем золота. В центре ячейки сигнальная проволочка (анодная) диаметром 10 мкм из смеси вольфрамовых соединений, также позолоченная. Суммарное разрешение камеры для поперечного импульса заряженной частицы  $pt$  составляет:

$$\frac{\sigma_{pt}}{pt} = (0.13 \pm 0.01) \cdot \frac{pt}{GeV/c} \oplus (0.45 \pm 0.03)\% \quad (1.1)$$

Разрешение по  $dE/dx$  в DCH составляет около 7% [30], что позволяет производить разделение пионов и каонов вплоть до импульсов  $p_{Lab} \sim 700$  МэВ/с, как показано на рисунке 8 (слева).

Черенковский детектор (DIRC) используется для идентификации различных типов частиц. В частности, он позволяет производить разделение  $K$  и  $\pi$  при импульсах  $p_{Lab} = 700 \div 2000$  МэВ/с. На рисунке 8 представлен измеренный черенковский угол как функция импульса ( $p_{Lab}$ ) для разных типов частиц. На детектор вокруг DCH установлено 144 черенковских радиатора параллелепипедной формы с шириной 35 мм, толщиной 17 мм и длиной 4.9 м. Радиаторы сделаны из кварца с показателем преломления  $n = 1.473$  и объединены в 12 кластеров так, что каждый кластер образует грань правильного многогранника. Заряженная частица, пролетающая сквозь радиатор со скоростью  $\beta = v/c \geq 1/n$ , излучает черенковский свет в область угла:

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{n\beta} \quad (1.2)$$

Испускаемый свет, испытав внутренние поверхностные отражения, проникает в объем с очищенной водой, где распространяется около 1.2 метра до фото-

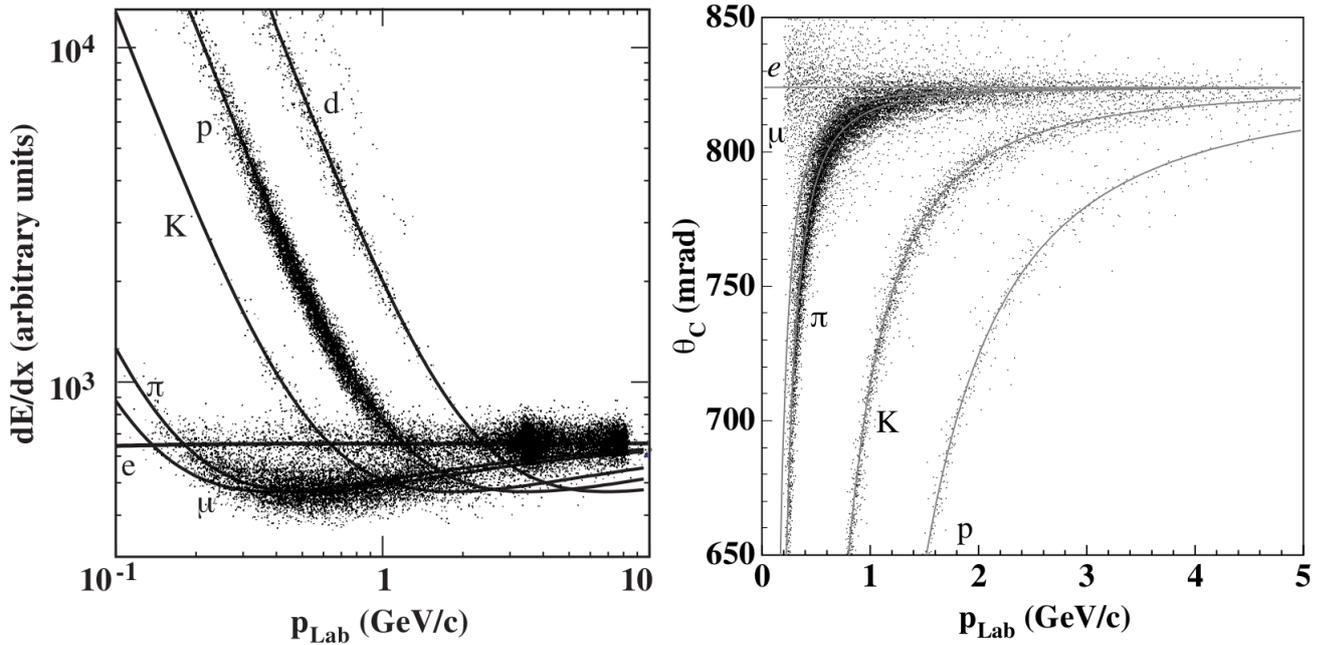


Рис. 8 — Слева: удельные ионизационные потери ( $dE/dx$ ) в DCH как функция импульса для разных типов заряженных частиц. Кривые изображают предсказания согласно формуле Бете-Блоха [31]. Справа: измеренный черенковский угол как функция импульса ( $p_{Lab}$ ) для разных типов частиц [32]

электронных умножителей. Измерение черенковского угла частицы позволяет определить ее скорость согласно формуле (1.2), что в совокупности с измерением импульса в SVT и DCH определяет массу частицы.

Электромагнитный калориметр (EMC) был разработан для измерения энергии, формы и положения электромагнитных ливней с высокой эффективностью в диапазоне энергий от 20 МэВ до 9 ГэВ. Кроме того, он также используется для измерения энерговыделения мюонов и адронов. EMC состоит из мелко сегментированного массива 6580 кристаллов йодида цезия, CsI(Tl), легированного таллием. Материал имеет короткую радиационную длину  $X_0 \approx 1.85$  см, а также небольшой радиус Мольера, описывающий масштаб поперечного расширения электромагнитного ливня, что позволяет достичь хорошего углового разрешения. EMC имеет цилиндрическую форму с внутренним радиусом 92 см и внешним 136 см, длиной 3 м. Торцевая часть калориметра расположена в направлении движения электронного пучка. Угловой диапазон, покрываемый калориметром, составляет  $16^\circ$ – $142^\circ$  в лабораторной системе. Длина кристаллов варьируется от 29.8 см ( $16.1 \cdot X_0$ ) при больших углах и до 32.6 см ( $17.6 \cdot X_0$ ) при малых углах в торцевой части. Два кремниевых фотодиода, установлен-

ные на задней стороне каждого кристалла, считывают сцинтилляционный свет. ЕМС обеспечивает хорошее энергетическое и угловое разрешение, которое может быть параметризовано как [30, 33]:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(2.32 \pm 0.30)}{(E/GeV)^{0.25}} \oplus (1.85 \pm 0.12)\% \quad (1.3)$$

$$\sigma_\theta \approx \sigma_\phi = \frac{(4.16 \pm 0.04)}{\sqrt{E/GeV}} \oplus (0.00 \pm 0.04) \text{ mrad}. \quad (1.4)$$

Железное ярмо (IFR - instrumented flux return) вокруг соленоидально-го магнита имеет два основных предназначения. Во-первых, ярмо замыкает магнитный поток сверхпроводящей катушки с полем 1.5 Тл. Во-вторых, ярмо используется как калориметр для идентификации мюонов, заряженных и нейтральных адронов. IFR состоит из цилиндрической (19 слоев) и торцевой (18 слоев) частей. В течение первого захода (RUN1) внутри каждого слоя были установлены газовые резистивные плоско-параллельные камеры (RPCs – resistive plate chambers), которые затем сменились стримерными трубками (LSTs – limited streamer tubes).

Триггеры и фоновые фильтры событий являются важными частями системы сбора данных с детектора *BABAR*. Триггер состоит из двух частей: триггер 1-го уровня (L1) аппаратный, триггер 3-го уровня (L3) программный. Система триггеров L1 содержит четыре подсистемы: триггер заряженных частиц (DCT), триггер нейтральных частиц (EMT), триггер космических частиц (IFT) и триггер глобального уровня (GLT). DCT и EMT получают информацию от подсистем DCH и ЕМС. Эта информация обрабатывается и передается в GLT, который сопоставляет угловую информацию кластеров и треков. GLT также использует информацию с IFT для независимого запуска космических событий. Сигналы L1 передаются в систему быстрого управления и синхронизации (FCTS). Частота срабатывания триггера L1 при светимости  $L=8 \cdot 10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  составляет около 2.5 кГц. Триггер L3 обеспечивает дальнейшую фильтрацию фоновых событий на основе более подробной информации с DCH и ЕМС, а также отбирает события для калибровки детектора и онлайн-мониторинга.

## Глава 2. Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$

### 2.1 Методика ISR

Фейнмановская диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$  показана на рисунке 9, где фотон испущен начальным состоянием  $e^+e^-$ , и  $\eta$ -мезон распадается на два фотона ( $B_{\eta \rightarrow 2\gamma} = (39.31 \pm 0.20)\%$ ). Промежуточный фотон в данной реакции необходим, так как адронная система может возникнуть из лептонной пары либо посредством электромагнитного взаимодействия, либо слабого. Однако вклад последнего сильно подавлен, как минимум, фактором  $s^2/M_Z^4$ , где  $M_Z$  – масса Z-бозона. Ввиду того, что  $E_{\text{с.м.}}$  в данном исследовании составляет менее 3.5 ГэВ, рождение адронной системы происходит посредством резонансов  $V$  с квантовыми числами фотона  $J^{PC} = 1^{--}$ . В рамках точного сохранения G-четности пара пионов образуется из распада векторного  $\rho$ -подобного резонанса, главным образом  $\rho(770)$ . В свою очередь  $\rho(770)$  и псевдоскалярный  $\eta$ -мезон рождаются в  $P$ -волне.

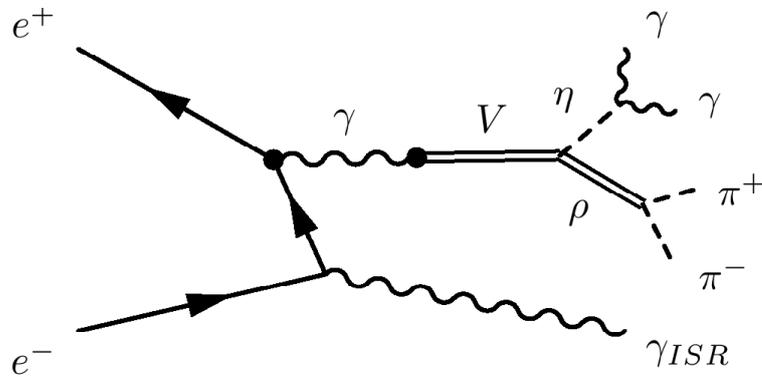


Рис. 9 — Фейнмановская диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-\gamma$

Анализ процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{адроны}$  с высокоэнергетичным ISR фотоном позволяет эффективно уменьшить инвариантную массу начальной электрон-позитронной пары и изучить процесс рождения адронов, в том числе измерить сечение в широком диапазоне энергий одновременно в одном эксперименте. Возможность использования ISR на В-фабриках была подробно изучена во многих статьях (например, [34]). Процесс испускания радиационного фотона описывается так называемой функцией-радиатор  $W(s_0, x, \theta)$ , которая точно

рассчитывается в рамках квантовой электродинамики в первом приближении (LO) и определяет связь между борновским сечением процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^-\pi^+$  и наблюдаемым сечением радиационного процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^-\pi^+\gamma$ :

$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \eta\pi^-\pi^+\gamma}(x, \theta_\gamma)}{dx d\cos\theta_\gamma} = W(s_0, x, \theta_\gamma) \cdot \sigma_{e^+e^- \rightarrow \eta\pi^-\pi^+}(\sqrt{s_0(1-x)}), \quad (2.1)$$

где  $x = \frac{2E_\gamma}{\sqrt{s_0}} = 1 - \frac{s}{s_0} = 1 - E_{\text{с.м.}}^2/s_0$  - часть энергии, уносимая радиационным фотоном (LO ISR),  $\sqrt{s_0} \approx 10.58$  ГэВ - полная энергия начальной электрон-позитронной пары,  $E_{\text{с.м.}} \equiv \sqrt{s_0(1-x)} \equiv m_{2\pi\eta} \equiv \sqrt{s}$  - инвариантная масса адронной системы, а  $\theta_\gamma$  и  $E_\gamma$  - полярный угол и энергия фотона в с.ц.м. С ростом энергии фотона функция  $W(s_0, x, \theta_\gamma)$  быстро уменьшается, однако имеет длинный "хвост", который "усиливается" растущим сечением адронной реакции  $\sigma(\sqrt{s_0(1-x)})$ , что приводит к достаточно большому значению наблюдаемого сечения в области  $E_{\text{с.м.}} = 0.3-5$  ГэВ. Распределение по полярному углу ISR фотона имеет острые пики в направлениях начальных электрона и позитрона, однако около 15% фотонов летят в область калориметра детектора и могут быть задетектированы. Область калориметра можно определить диапазоном углов  $\theta_0 < \theta_\gamma < 180^\circ - \theta_0$ , где  $\theta_0 \approx 20^\circ$ . Видимое сечение в левой части выражения (2.1) извлекается из эксперимента, что позволяет определить искомое борновское сечение в правой части при энергии  $E_{\text{с.м.}}$  следующим образом:

$$\sigma_{\pi^+\pi^-\eta}(E_{\text{с.м.}}) = \frac{(dN/dE_{\text{с.м.}})}{dL/dE_{\text{с.м.}} \cdot \varepsilon(E_{\text{с.м.}}) \cdot R}, \quad (2.2)$$

где  $(dN/dE_{\text{с.м.}})$  - число сигнальных событий в диапазоне энергий  $E_{\text{с.м.}} = (E_{\text{с.м.}} - dE_{\text{с.м.}}/2 \div E_{\text{с.м.}} + dE_{\text{с.м.}}/2)$ ;  $\varepsilon(E_{\text{с.м.}})$  - эффективность регистрации;  $R$  - радиационная поправка,  $dL/dE_{\text{с.м.}}$  - дифференциальная ISR светимость:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dE_{\text{с.м.}}} &= \frac{2E_{\text{с.м.}}}{s_0} L \cdot \int_{\cos\theta_0}^{\cos(\pi-\theta_0)} W(s_0, x, \theta_\gamma) d\cos\theta_\gamma = \\ &= \frac{2E_{\text{с.м.}}}{s_0} L \cdot \frac{\alpha_{em}}{\pi x} \left[ (2 - 2x + x^2) \ln \frac{1+C}{1-C} - x^2 C \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $L$  - интегральная набранная светимость, использованная в анализе,  $C = \cos\theta_0$ ,  $\alpha_{em}$  - постоянная тонкой структуры.

Радиационные поправки определены как отношение дифференциальных сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$  в приближениях LO к приближению NLO. Заложенное в моделировании требование  $m_{2\pi\eta\text{ISR}} > 8$  ГэВ/с<sup>2</sup> приводит к тому,

что сечение LO близко к значению NLO:  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma)_{LO} \approx \sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma)_{NLO}$ . На рисунке 10 показано распределение по квадрату инвариантной массы адронной системы и ISR фотона,  $q_{2\pi\eta\text{ISR}}^2$ , в различных диапазонах  $m_{2\pi\eta}$  для событий моделирования. Из рисунка видно, что спектр  $q_{2\pi\eta\text{ISR}}^2$ , а значит и спектр NLO фотонов, и радиационная поправка слабо зависят от значения  $m_{2\pi\eta}$ .

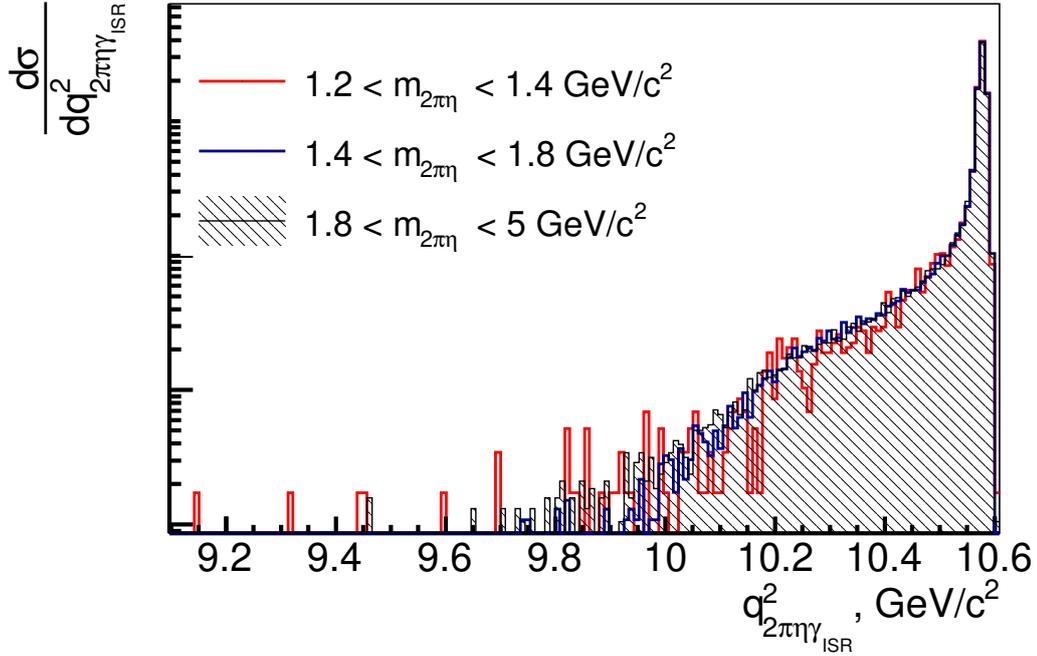


Рис. 10 — Распределение по инвариантной массе адронной системы и ISR фотона в различных диапазонах  $m_{2\pi\eta}$

## 2.2 Моделирование событий

Для изучения отклика детектора и определения эффективности экспериментальных отборов проводится моделирование сигнальных событий. Также выполняется моделирование фоновых процессов для определения их вкладов в итоговое число отобранных событий. Моделирование процессов производится методом Монте-Карло (МС). Используемые для анализа наборы МС моделирования представлены в таблице 3. Все события МС обрабатываются той же версией реконструкции, что и экспериментальные данные. Фоновые события

могут быть разделены на два типа: ISR и non-ISR. К последнему типу относятся процессы  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  и  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ . Моделирование ISR процессов осуществляется с помощью генератора AfkQed [35]. Для учета NLO излучения (в дополнении к LO ISR фотону) используется метод структурных функций [36]. В этом подходе один или два дополнительных фотона генерируются в направлении начальных электрона и позитрона. Учет излучения из конечного состояния (FSR – final state radiation) производится с помощью пакета PHOTOS [37]. LO ISR фотон на генераторном уровне в каждом событии излучается на большой угол в с.ц.м.:  $20^\circ < \theta < 160^\circ$ . Кроме того, требуется, чтобы инвариантная масса адронной системы и ISR фотона была больше  $8 \text{ ГэВ}/c^2$ . Последнее условие подавляет рождение событий с высокоэнергетическими NLO поправками, что приводит к тому, что радиационная поправка  $R$  к сечению изучаемого процесса близка к единице. Третья колонка в таблице соответствует видимому сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow X\gamma$  с ISR фотоном, испущенным на большой угол в область калориметра. Данные значения сечений используются для нормировки вкладов фоновых процессов и найдены с использованием экспериментально полученных сечений, как:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow X\gamma} = \int_0^{x_{thres.}} \int_{\cos(20^\circ)}^{\cos(160^\circ)} W(s_0, x, \theta_\gamma) \sigma_{e^+e^- \rightarrow X}(\sqrt{s_0(1-x)}) d\cos(\theta_\gamma) dx. \quad (2.4)$$

Таблица 3 — Количество моделированных событий, использованных в анализе процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$

процесс	$N_{gen}$	$\sigma$ , pb
$\pi^+\pi^-\eta\gamma$	855973	$0.172 \pm 0.015_{stat}$
$\pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$	4279929	$4.2 \pm 0.5$
$3\pi\eta\gamma$	426993	$0.20 \pm 0.02$
$K^+K^-\eta\gamma$	426992	$0.08 \pm 0.01$
$3\pi\gamma$	899996	$2.6 \pm 0.5$
$\pi^+\pi^-\gamma$	1844824	21.4
$\omega 2\pi^0\gamma$	672357	
$K^+K^-\gamma$	1332161	
$K^+K^-\pi^0\gamma$	1310662	
$q\bar{q}$	1282347	
$2\tau$	10104949	890

Здесь значения борновских сечений  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow X}(\sqrt{s_0(1-x)})$  взяты из существующих баз данных [38] и интегрирование проведено методом Симпсона.

События фоновых процессов  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  ( $q = u, d, s$  кварки) генерируются с помощью пакета JETSET [39] (нормировка этих событий будет обсуждена ниже в главе 2.3.1), а события  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$  с помощью KORALB [40]. Генерация событий ISR процессов выключена в JETSET, так как в генераторе некорректно воспроизводятся низкоэнергетичные адронные спектры. MC моделирование учитывает особенности состояния детектора и коллайдера при проведении эксперимента, а также добавляются фоновые фотоны из специальных "случайных" запусков детектора.

События сигнального процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$  моделируются в предположении промежуточного перехода  $\rho(1450) \rightarrow \rho(770)\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ . Генерированный спектр инвариантных масс адронов ( $m_{2\pi\eta}$ ) показан на рисунке 11. Отклик на каждое MC событие получен с помощью описания детектора в рамках пакета GEANT4 [41]. Главными фоновыми процессами типа ISR являются реакции  $e^+e^-$  аннигиляции в конечные состояния  $\pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^0\eta\gamma$ ,  $K^+K^-\eta\gamma$ .

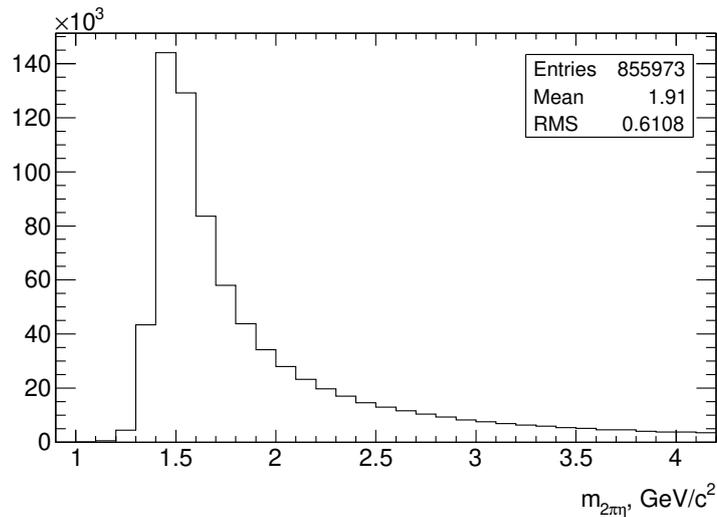


Рис. 11 — Сгенерированный спектр инвариантных масс  $m_{2\pi\eta}$  изучаемого процесса

### 2.3 Отбор сигнальных событий

Первое условие отбора сигнальных событий состоит в наличии реконструированного фотона с энергией выше 3 ГэВ в с.ц.м. и, как минимум, двух треков, а также, как минимум, двух дополнительных фотонов с инвариантной массой в диапазоне 0.45–0.70 ГэВ/ $c^2$  вблизи массы  $\eta$ -мезона. Необходимо, чтобы энергия каждого фотона была больше 100 МэВ, а полярный угол должен находиться в диапазоне  $17.2^\circ$ – $120^\circ$ . Сравнение моделированных и экспериментальных спектров минимальной энергии кандидатов в фотоны из распада  $\eta$ -мезона показано на рисунке 12. Открытая гистограмма соответствует эксперименту, заштрихованная – моделированному сигналу. Пик от фотонов малой энергии в данных связан в значительной степени с основным фоновым процессом  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$ . Стрелка на данном рисунке демонстрирует применённое условие отбора. Если в событии реконструировано несколько фотонов, ISR фотоном предполагается тот, который обладает наибольшей энергией. Большинство событий характеризуется наличием дополнительных мягких фотонов ввиду машинного фона и/или взаимодействия с веществом детектора и/или FSR и/или NLO ISR.

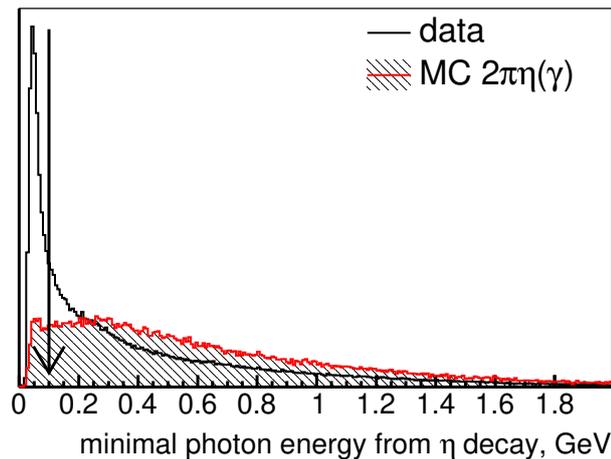


Рис. 12 — Сравнение спектров энергий кандидатов в фотоны из распада  $\eta$ -мезона, где выбран фотон с меньшей энергией в с.ц.м.

Требуется, чтобы реконструированные треки заряженных частиц экстраполировались вблизи номинальной точки взаимодействия, а именно, в область 3 см в  $Z$ -направлении и 0.25 см в поперечной к пучкам плоскости. Вершина пе-

ресеечения треков предполагается также точкой вылета фотонов, что позволяет более корректно определять их направление. Требуется, чтобы два найденных кандидата в сигнальные треки не были одновременно идентифицированы как каоны или мюоны. В случае, если в событии реконструировано более двух треков, выбирается та пара противоположно заряженных треков, которые наиболее близки к точке взаимодействия.

Отобранные кандидаты подвергаются кинематической реконструкции с четырьмя условиями, отражающими законы сохранения энергии-импульса:

$$P_{e^+} + P_{e^-} = P_{\pi^+} + P_{\pi^-} + P_{\gamma_1} + P_{\gamma_2} + P_{\gamma_{ISR}},$$

где символ  $P$  соответствует четырехимпульсу частицы. В каждом событии перебираются все пары фотонов и треков для поиска комбинации с минимальным значением  $\chi_{4C}^2$ . Данная комбинация кандидатов используется для последующего анализа.

Структура и уровень фона значительно зависят от массы системы  $\pi^+\pi^-\eta$ , поэтому обозначим для последующего анализа две Области, заметно отличающиеся по числу сигнальных событий и уровню фона:  $1.15 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.0$  ГэВ/ $c^2$  (I) и  $2.0 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.5$  ГэВ/ $c^2$  (II). Для идентификации сигнальных событий в Области I требуется условие  $\chi_{4C}^2 < 25$ , в то время как на события из Области II накладывается более жесткое требование  $\chi_{4C}^2 < 15$ . Распределения по  $\chi_{4C}^2$  будет показано ниже с учетом дополнительных условий отбора.

Для событий из Области II используются дополнительные условия отбора сигнальных событий. На рисунке 13 показан спектр инвариантной массы ISR фотона и заряженного пиона  $m_{\pi^\pm\gamma_{ISR}}$ . Для событий из Области II требуется, чтобы значения  $m_{\pi^\pm\gamma_{ISR}}$  было больше 1 ГэВ/ $c^2$ . Из рисунка видно, что в Области I доминирует фон типа ISR, в то время как в Области II – фон типа non-ISR. Заметно, что non-ISR фон некорректно моделируется в области  $m_{\pi^\pm\gamma_{ISR}} < 2$  ГэВ/ $c^2$ , поэтому нормировка этого фона будет обсуждаться ниже. Также нужно отметить, что доминирующим источником non-ISR фона является процесс  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  согласно предсказанию моделирования.

Энергетический спектр кандидатов в фотоны из распада  $\eta$ -мезона показан на рисунке 14. Для событий из Области II требуется, чтобы энергия каждого такого фотона была больше 0.2 ГэВ.

На рисунке 15 инвариантная масса двух отобранных пионов  $m_{2\pi}$  показана для Области I (слева) и Области II (справа). Видно, что моделирование не

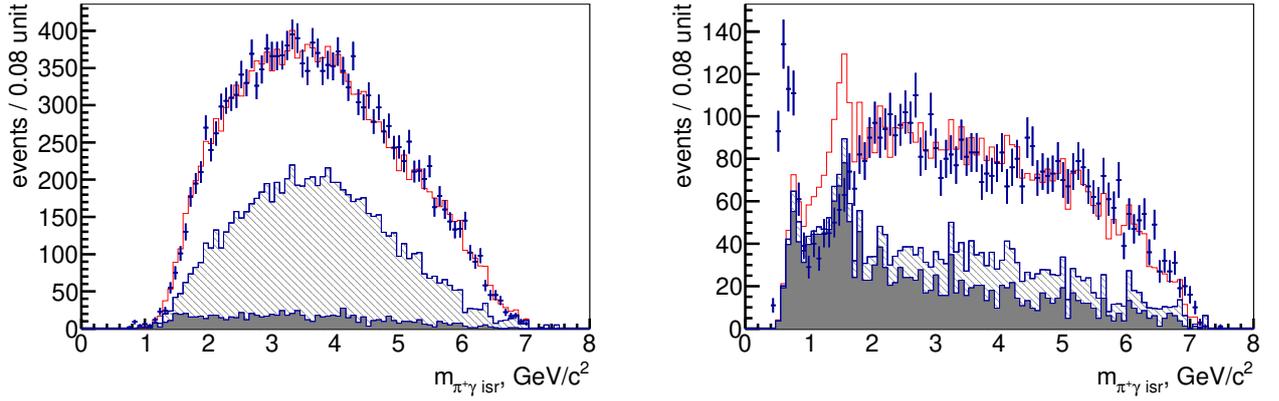


Рис. 13 — Инвариантная масса ISR фотона и заряженного пиона (точки с ошибками) для событий из Области I (слева) и Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

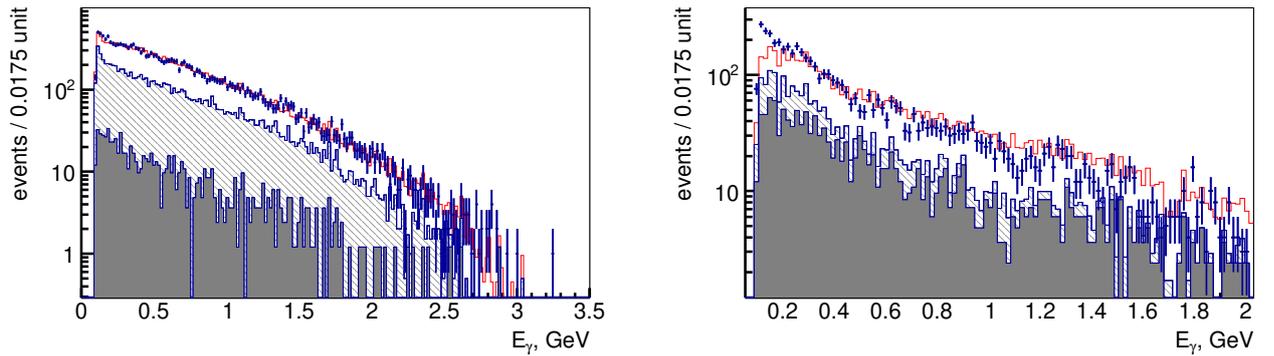


Рис. 14 — Энергетический спектр кандидатов в фотоны из распада  $\eta$ -мезона (точки с ошибками) для событий из Области I (слева) и Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

воспроизводит экспериментальный спектр корректно. Для дальнейшего анализа требуется, чтобы  $m_{2\pi}$  было больше  $0.4 \text{ ГэВ}/c^2$ , как показано стрелками на рисунке. Согласно моделированию сигнального процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$  данное условие отбора снижает эффективность регистрации на  $0.6\%$ . Сравнение спектров  $m_{2\pi}$  в эксперименте и в моделировании будет приведено ниже. Распределение по модулю косинуса угла между импульсом фотона в системе покоя  $\eta$ -мезона и импульсом  $\eta$ -мезона в лабораторной системе отсчета показано на

рисунке 16. Из него следует, что по данному параметру нельзя сделать эффективный отбор сигнальных событий.

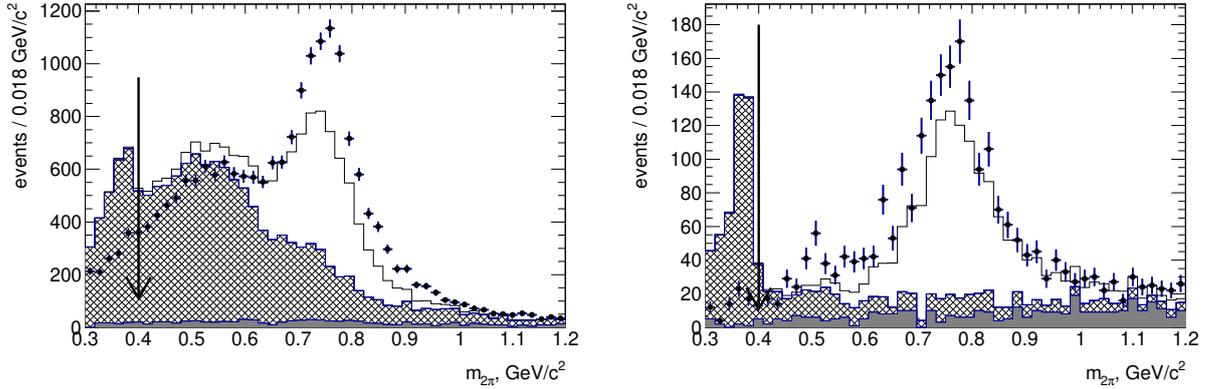


Рис. 15 — Инвариантная масса двух отобранных пионов  $m_{2\pi}$  (точки с ошибками) для событий из Области I (слева) и Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

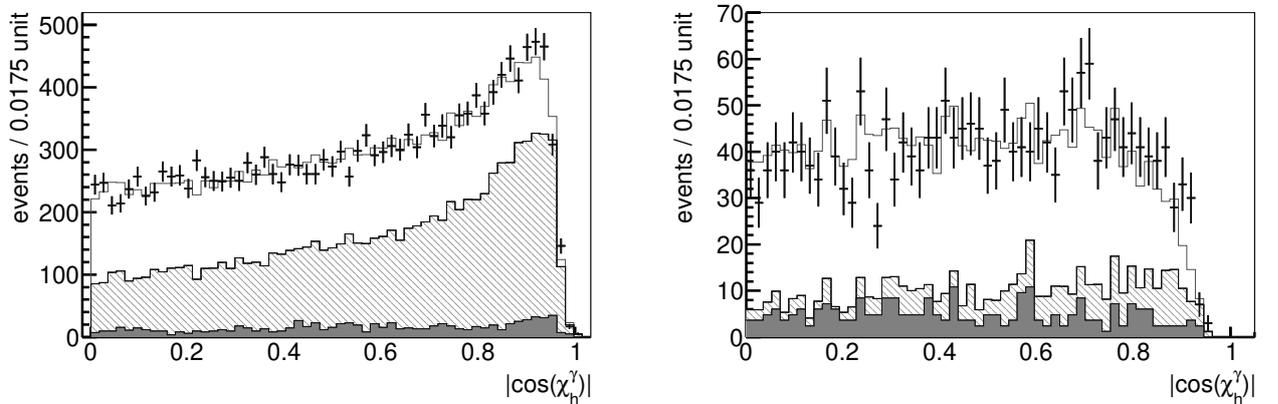


Рис. 16 — Распределение по модулю косинуса угла между импульсом фотона в системе покоя  $\eta$ -мезона и импульсом  $\eta$ -мезона в лабораторной системе (точки с ошибками) для событий из Области I (слева) и Области II (справа).

Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

Распределение по  $\chi_{4C}^2$  для Области I и Области II представлено на рисунке 17 после дополнительных отборов, обсуждавшихся выше. Как сказано выше, для отбора сигнальных событий в Области I требуется  $\chi_{4C}^2 < 25$ , а в Области

$\Pi - \chi_{4C}^2 < 15$ . Точки с ошибками на рисунке соответствуют экспериментальным данным, в то время как гистограмма отображает совокупно моделированные вклады фона типа non-ISR (наклонно заштрихованная гистограмма), фона типа ISR (закрашенная гистограмма) и сигнальных событий (открытая гистограмма). Суммарная моделированная гистограмма нормирована на первые семь бинов экспериментального спектра. Рисунок 17 демонстрирует, что в Области II при больших значениях  $\chi_{4C}^2$  моделирование недооценивает уровень событий, однако при малых значениях  $\chi_{4C}^2$  относительно хорошо описывает экспериментальный спектр.

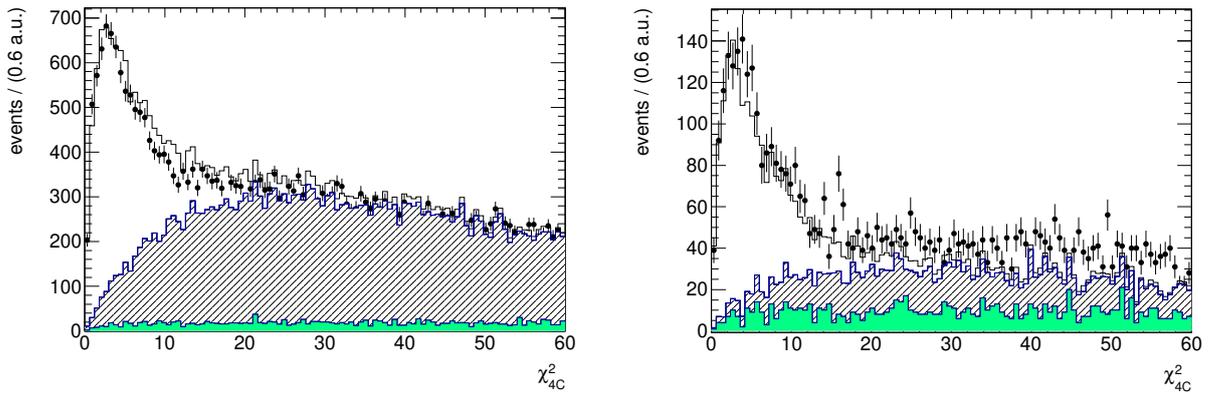


Рис. 17 — Спектр  $\chi_{4C}^2$  для событий в Области I (слева) и для событий в Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

Уровень фона после примененных условий продолжает быть высоким. Доминирующим источником оставшегося фона является процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$ , отличительная особенность которого — наличие в событии нейтральных пионов и фотонов от их распада. Для идентификации данного фонового процесса в отобранных событиях производится поиск пары фотонов (энергия каждого больше 100 МэВ) с инвариантной массой, ближайшей к массе нейтрального пиона. На рисунке 18 представлено распределение по данному параметру, который обозначим как  $m_{2\gamma}^{\pi^0}$ . Пик в области массы  $\pi^0$ -мезона обусловлен, в основном, вкладам фоновых фотонов от распада  $\pi^0$ , несколько штук которых содержится примерно в каждом втором событии. В нашем процессе не должно быть  $\pi^0$ -мезонов, поэтому для Областей I и II требуется, чтобы  $m_{2\gamma}^{\pi^0} > 0.16$  ГэВ/ $c^2$ . Для дальнейшего описания назовем данное требование "золотым отбором". Распределение по  $m_{2\gamma}^{\pi^0}$  для моделированных сигнальных событий показано

на рисунке 19, где события в области  $m_{\pi^0}$  связаны с наличием в моделировании дополнительных фотонов. К ним могут относиться фотоны от других каналов распада  $\eta$ -мезона, NLO ISR или FSR фотоны, а также фотоны от "случайных" запусков детектора. Примененный отбор, на который указывает стрелка на рисунке 19, уменьшает эффективность реконструкции на 13% и 8% в Области I и II соответственно.

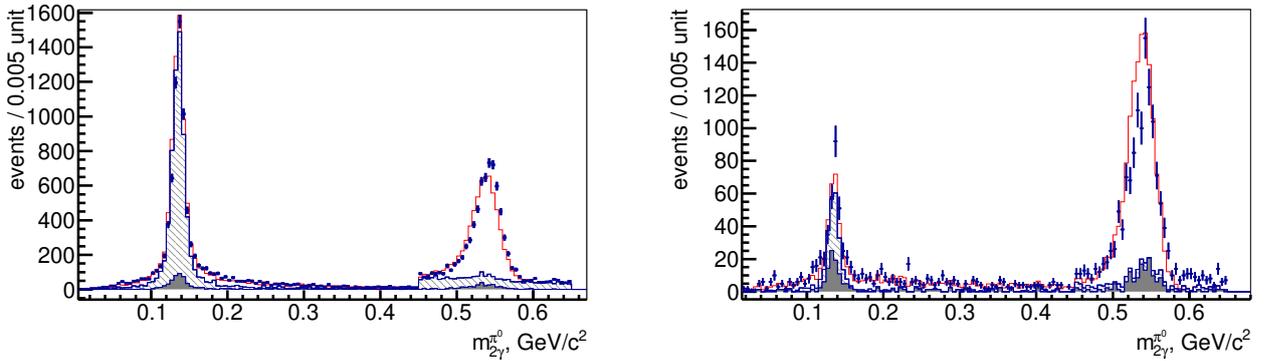


Рис. 18 — Распределение по параметру  $m_{2\gamma}^{\pi^0}$  для событий в Области I (слева) и для событий в Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

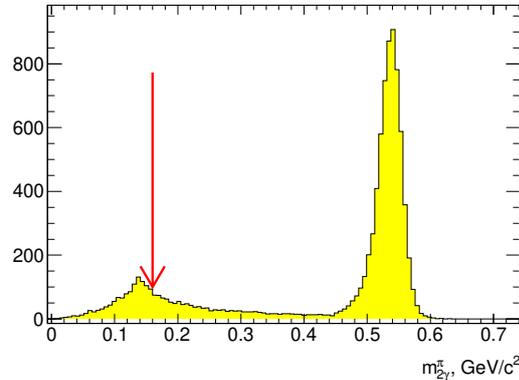


Рис. 19 — Распределение по параметру  $m_{2\gamma}^{\pi^0}$  для моделированных сигнальных событий, прошедших все вышеуказанные условия отбора. Стрелка демонстрирует примененный "золотой отбор"

В результате перечисленных выше отборов найдено 11469 экспериментальных событий. Распределение по двухфотонной инвариантной массе кандидатов в  $\eta$ -мезон для этих событий показано на рисунке 20. Точки с ошибками демонстрируют экспериментальный спектр, открытая гистограмма показывает

моделированные сигнальные события. Вклад моделированного фона показан закрашенной и заштрихованной гистограммами. Из рисунка видно, что в Области II вклад фона по-прежнему достаточно велик и состоит преимущественно из событий  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , которые не удастся подавить отборами и должны быть вычтены из кандидатов в сигнальные события, используя моделирование, после соответствующей нормировки.

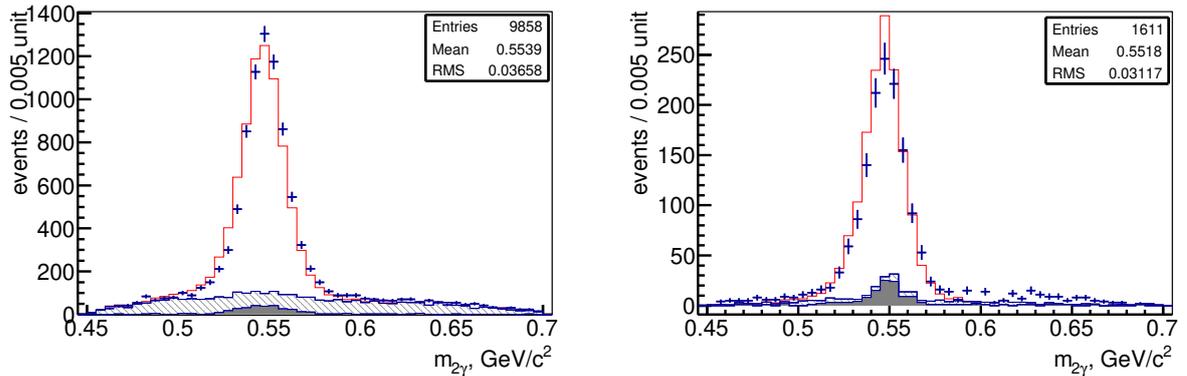


Рис. 20 — Двухфотонная инвариантная масса после кинематической 4С реконструкции для событий в Области I (слева) и для событий в Области II (справа). Открытая гистограмма демонстрирует сумму моделированных сигнала и фона. Наклонно заштрихованная гистограмма соответствует фону типа ISR, закрашенная — фону типа non-ISR

### 2.3.1 Нормировка фона $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$

Генератор JETSET лишь с ограниченной точностью (10–50%) воспроизводит процессы адронизации пары кварков  $q\bar{q}$  в конкретное адронное состояние, что обуславливает необходимость дополнительной калибровки данного источника фона.

Источник фона от реакции  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  следует разделить на два вида:

1)  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  — события данного класса характеризуются пикованностью двухфотонной инвариантной массы в области  $m_\eta$  ("peaking");

2) События реакций  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-n\pi^0$ ,  $\rho^+\rho^-n\pi^0$ ,  $K^+K^-n\pi^0$  и другие, где  $n$  — целое число. События второго типа не содержат  $\eta$ -мезон и распределены по  $m_{\gamma\gamma}$  непикованным образом в области  $m_\eta$  ("non-peaking"). Причина того, что

события  $q\bar{q}$  идентифицируются как сигнальные, состоит в том, что фотон из распада высокоэнергетического  $\pi^0$  имитирует ISR фотон. Распределение на рисунке 21 демонстрирует распределение по инвариантной массе ISR фотона со всеми другими фотонами в событиях  $m_{\gamma\gamma_{ISR}}$ . Спектр слева характеризует события моделирования  $q\bar{q}$ , в то время как справа показаны экспериментальные события. Для увеличения статистической точности в данных спектрах используются "мягкие отборы", то есть  $\chi^2_{4C} < 100$  и не используется "золотой отбор". Пик от вклада  $\pi^0$ -мезона отчетливо виден на данных спектрах. Он демонстрирует присутствие событий типа non-ISR. Спектры  $m_{\gamma\gamma_{ISR}}$  аппроксимируются суммой распределения Гаусса и полинома второй степени. Параметры функции Гаусса при аппроксимации эксперимента фиксируются на значениях из аппроксимации моделирования. Нормировочный фактор к моделированию  $q\bar{q}$  определяется как отношение числа событий под распределением Гаусса в эксперименте к соответствующему значению в моделировании. На рисунке 22 показана зависимость нормировочного фактора в зависимости от значения  $m_{2\pi\eta}$ . Представленное поведение позволяет предположить, что нормировка моделирования  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  не зависит от  $m_{2\pi\eta}$  и равна  $0.70 \pm 0.05$ .

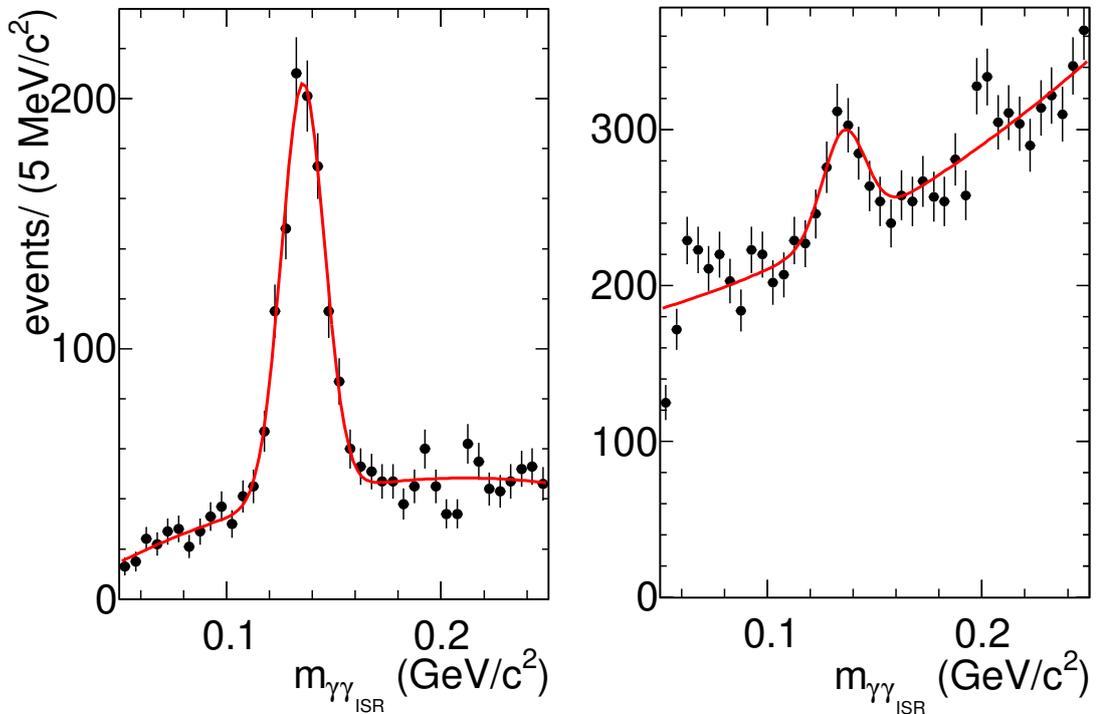


Рис. 21 — Распределение по инвариантной массе ISR фотона и всех других фотонов по отдельности для событий моделирования  $q\bar{q}$  (слева) и эксперимента (справа)

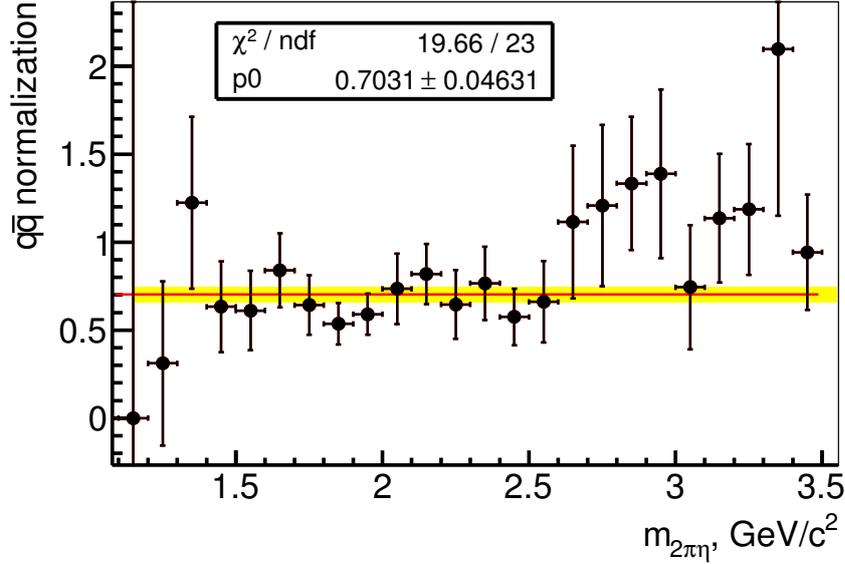


Рис. 22 — Нормировочный фактор к моделированию  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  в зависимости от  $m_{2\pi\eta}$

Рисунок 23 (слева) демонстрирует долю фона типа "peaking" non-ISR относительно полного уровня фона типа non-ISR согласно моделированию JETSET в случае "мягких отборов" (слева) и всех отборов (справа). Видно, что требование на  $\chi_{4C}^2$  и "золотой отбор" приводят к тому, что фон от процесса  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\eta$  является доминирующим в категории фонов типа non-ISR. Точки с ошибками на рисунке справа аппроксимированы полиномом (красная линия). Итоговый спектр инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  для фоновых событий моделирования процесса  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\eta$ , прошедших все условия отбора, представлен на рисунке 24 и будет вычтен из соответствующего экспериментального распределения. Систематические неопределенности, связанные с вычитанием фона, будут обсуждены в Главе 2.4.

## 2.4 Вычитание фона

Спектр инвариантной массы системы  $\pi^+\pi^-\eta$  разделен на интервалы (бины), ширина которых равна 25 МэВ/с<sup>2</sup> при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2$  ГэВ/с<sup>2</sup> и увеличивается до 50 (100) МэВ/с<sup>2</sup> при  $2.0 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.1$  ( $3.1 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.5$ ) ГэВ/с<sup>2</sup> ввиду уменьшения статистики сигнальных событий.

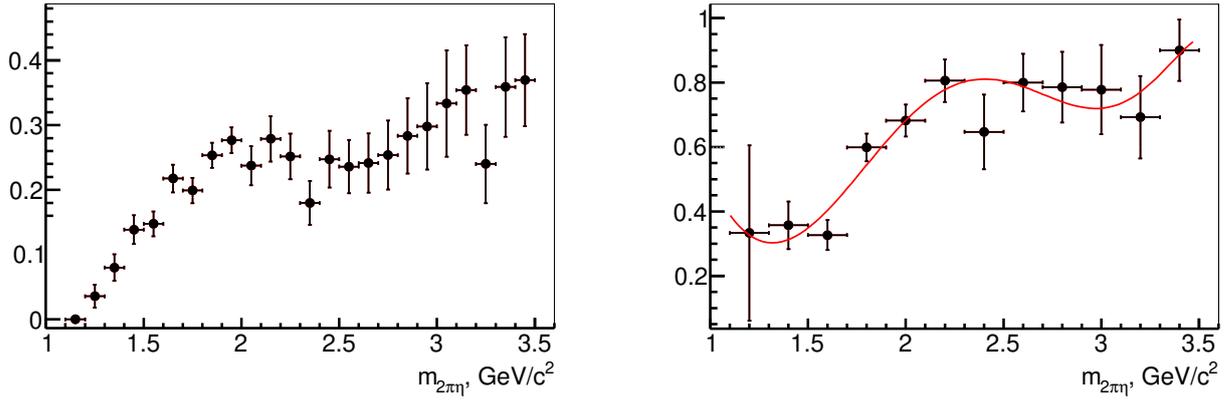


Рис. 23 — Доля фона типа "peaking" non-ISR относительно полного уровня фона типа non-ISR согласно моделированию JETSET в случае "мягких отборов" (слева) и всех отборов (справа)

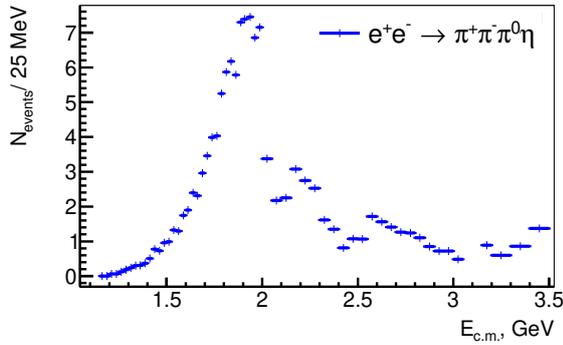


Рис. 24 — Спектр инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  для фоновых событий  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\eta$  после нормирования (см. текст)

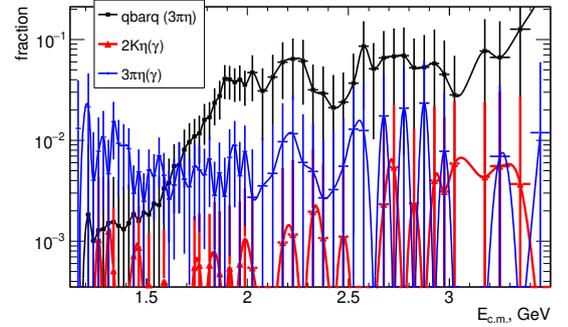


Рис. 25 — Уровень пикованного фона (от  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$ ,  $K^+K^-\eta\gamma$  и  $\pi^+\pi^-\pi^0\eta\gamma$ ) относительно полного числа кандидатов в сигнальные события

Пикованный фон ("peaking") разделен на два класса:

- 1) Обсуждавшийся выше из реакции  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\eta$  (см. рисунок 24);
- 2) Похожие на сигнал ISR процессы  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta\gamma$  с  $\eta$ -мезоном в конечном состоянии.

Относительная величина данных источников в соответствии с их нормировкой представлена на рисунке 25, из которого видно, что первый вид фона доминирует при  $1.7 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.5$  ГэВ/с<sup>2</sup>, а второй вид — при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.7$  ГэВ/с<sup>2</sup>. Фоновые события типа "peaking" вычитаются из спектра массы двухфотонной инвариантной массы в каждом интервале по инвариантной массе  $\pi^+\pi^-\eta$ .

Во всех представленных выше условиях отбора требуется, чтобы кандидаты в фотоны из распада  $\eta$ -мезона имели инвариантную массу в области 0.45–0.70 ГэВ/ $c^2$ . Итоговое определение числа сигнальных событий производится путем аппроксимации спектра  $m_{2\gamma}$  методом максимизации функции правдоподобия. Сигнальные события должны быть пикованными в области массы  $\eta$ -мезона, в то время как фон типа "peaking" вычитается из спектра  $m_{2\gamma}$  до аппроксимации. В качестве функции аппроксимации используется сумма сигнальных и фоновых профилей. Профиль сигнальных событий описывается суммой двух нормальных распределений, параметры которых определены из МС моделирования. Профиль фона в Области I фиксируется из моделирования ISR процессов (главным образом,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$ ) и предполагается равномерным в Области II. Примеры аппроксимации показаны на рисунках 26, 27, 28, 29, 30, 31 для двенадцати диапазонов инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$ , где точки с ошибками соответствуют экспериментальным данным, сплошная линия – результат аппроксимации, пунктирная кривая – вклад фона.

Рисунок 32 демонстрирует количество идентифицированных сигнальных событий (круглые точки) в зависимости от значения  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$ . Количество фоновых событий, определенных путем аппроксимации двухфотонной массы, показано квадратиками, в то время как кружки соответствуют вычтенному фону типа "peaking". Резкое изменение числа событий при массе  $E_{c.m.} = 2$  ГэВ связано с более жесткими отборами событий в Области II (см. выше). В области инвариантных масс  $m_{\pi^+\pi^-\eta} > 3.5$  ГэВ/ $c^2$  отношение количества сигнальных событий к фоновым слишком низкое и потому аппроксимация не проводилась. Например, в бине  $3.5 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.6$  ГэВ/ $c^2$ , представленном на рисунке 33, число собы-

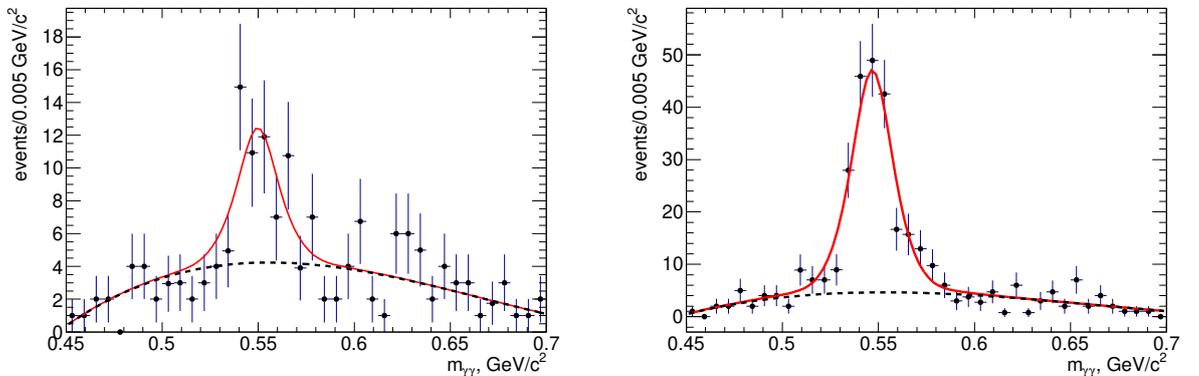


Рис. 26 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.3\text{--}1.325$  ГэВ/ $c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.4\text{--}1.425$  ГэВ/ $c^2$  (справа)

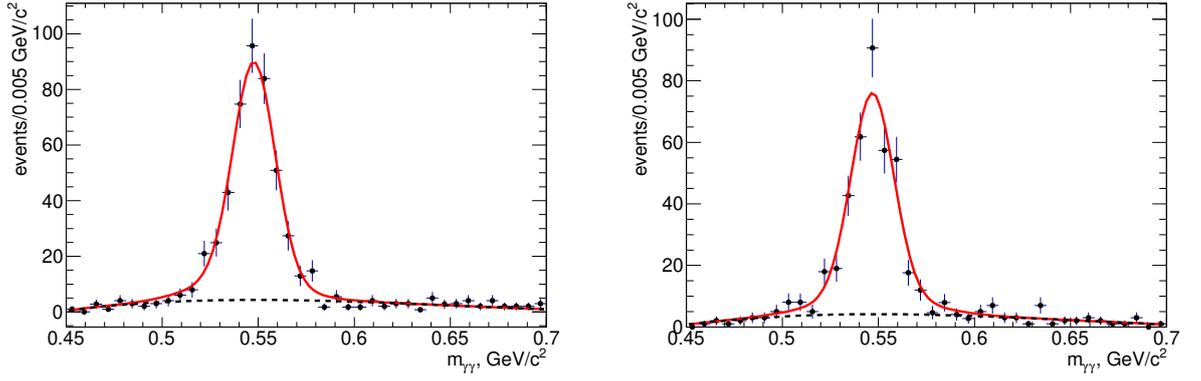


Рис. 27 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.5-1.525 \text{ ГэВ}/c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.6-1.625 \text{ ГэВ}/c^2$  (справа)

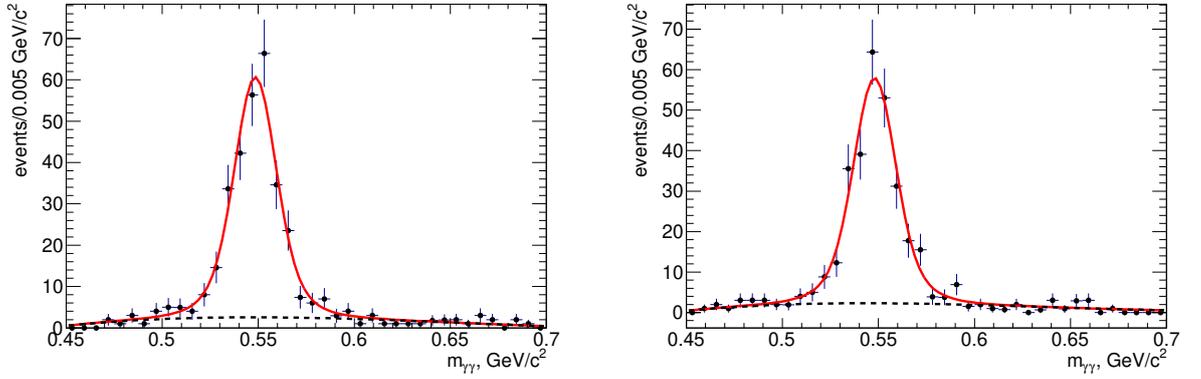


Рис. 28 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.7-1.725 \text{ ГэВ}/c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.8-1.825 \text{ ГэВ}/c^2$  (справа)

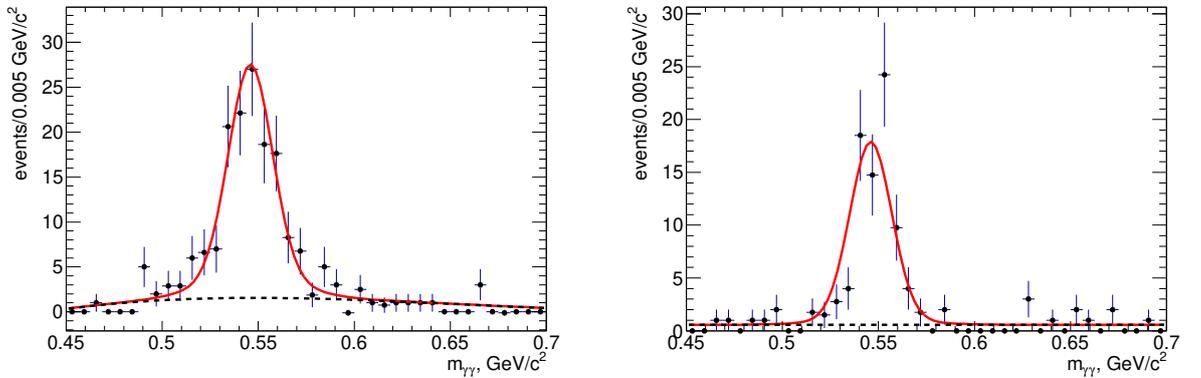


Рис. 29 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 1.9-1.925 \text{ ГэВ}/c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 2.1-2.15 \text{ ГэВ}/c^2$  (справа)

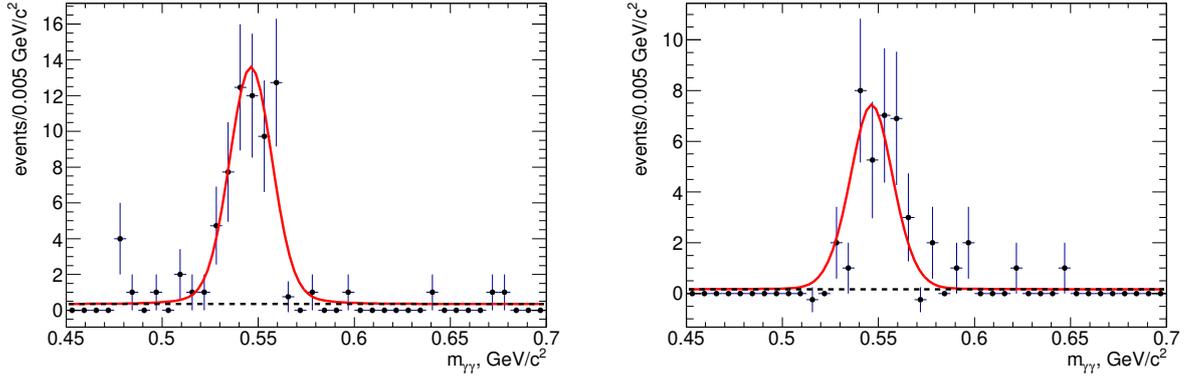


Рис. 30 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 2.4\text{--}2.45 \text{ ГэВ}/c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 2.8\text{--}2.85 \text{ ГэВ}/c^2$  (справа)

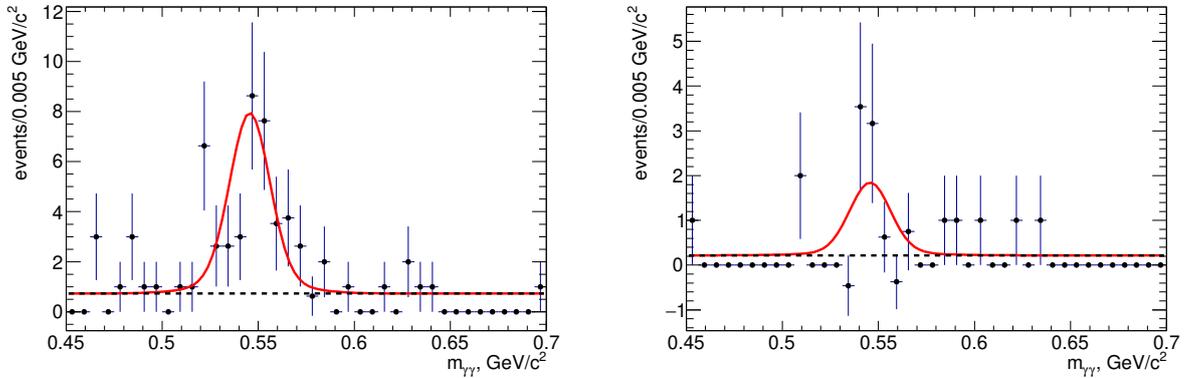


Рис. 31 — Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы при  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 3.1\text{--}3.2 \text{ ГэВ}/c^2$  (слева),  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = 3.4\text{--}3.5 \text{ ГэВ}/c^2$  (справа)

тий определено как  $4.6 \pm 2.7$ , при этом уровень оцененного пикованного фона составляет около 50%.

В итоге, спектр сигнальных событий определялся независимо в каждом бине путем вычитания обоих видов фона ("peaking" и "non-peaking"). Всего найдено  $8065.2 \pm 100.5$  сигнальных событий, количество фона типа "peaking" и "non-peaking" равно 239 и 3164 соответственно.

Для оценки систематической неопределенности, связанной с выбором профиля фона, процедура аппроксимации двухфотонных спектров повторяется, но вместо фиксированного из моделирования профиля используется полином второй степени с тремя свободными параметрами. Полученная разница числа сигнальных событий представлена на рисунке 34 для различных значений инвариантных масс  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$ . Среднее отклонение этой разницы от нуля, как показывает рисунок, используется в качестве оценки систематической неопределенности.

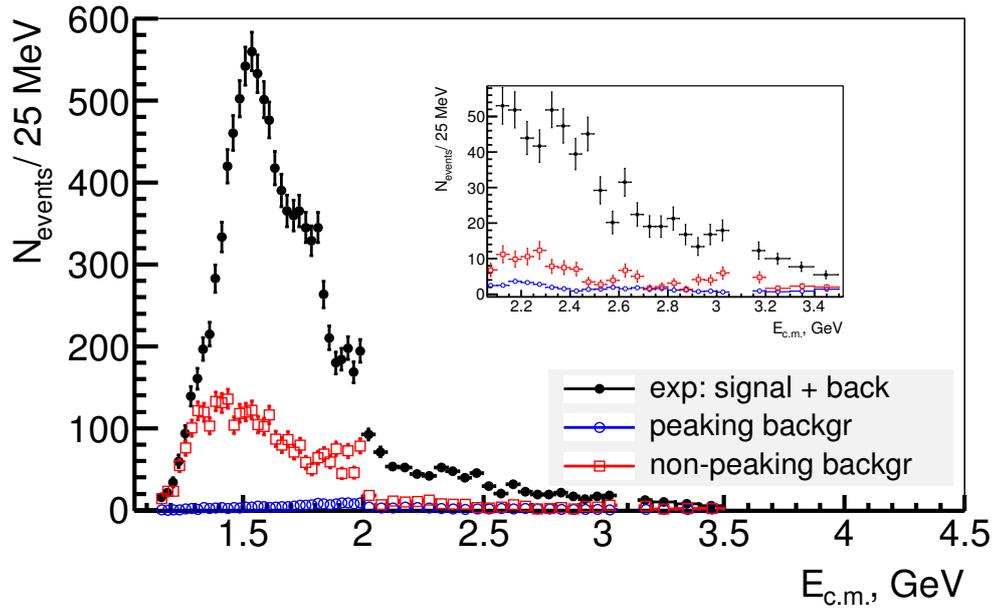


Рис. 32 — Распределение по инвариантной массе  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$  кандидатов в сигнальные события (круглые точки), уровень фона из аппроксимации  $m_{\gamma\gamma}$  типа "non-peaking" (квадратики) и вклад фона типа "peaking" (открытые круги)

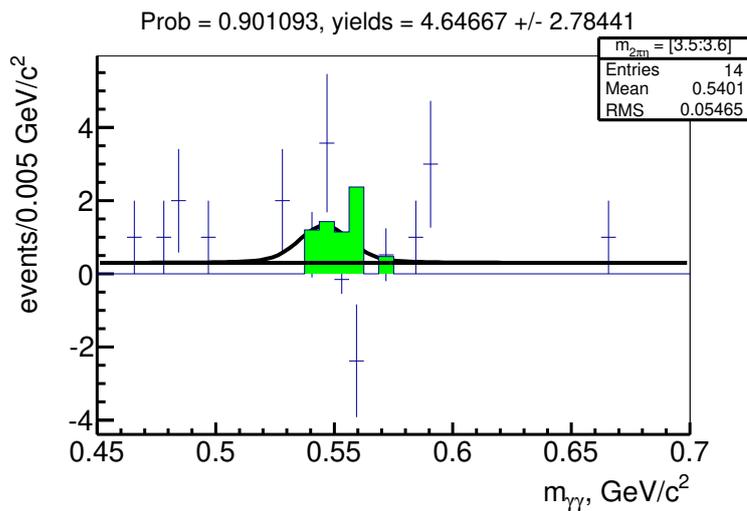


Рис. 33 — Спектр двухфотонной инвариантной массы при  $3.5 < m_{2\pi\eta} < 3.6$  ГэВ/ $c^2$  после вычитания фона типа "peaking". Последний показан закрашенной гистограммой

Также неопределенность в подсчете числа сигнальных событий может быть связана с фоном типа "peaking", доминирующий вклад в который вносит процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  (см. рисунок 25). Вычитание фона данного типа основано на моделировании JETSET, нормирование которого описано в Главе 2.3.1. Как показано на рисунке 23 (справа), доля данного процесса относительно всех финальных состояний реакции  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  растет с 35% до 80% в изучаемой области  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$ . Если предположить, что значение этой доли известно с 50% точностью, то можно оценить систематическую неопределенность, связанную с этим фоном. Рисунок 35 демонстрирует отношение 50%-ной части событий  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  относительно полученного числа сигнальных событий. Эти неопределенности представлены в таблице 4 в строке "Вычитание фона" наряду с систематическими неопределенностями от других источников, обсуждаемых ниже.

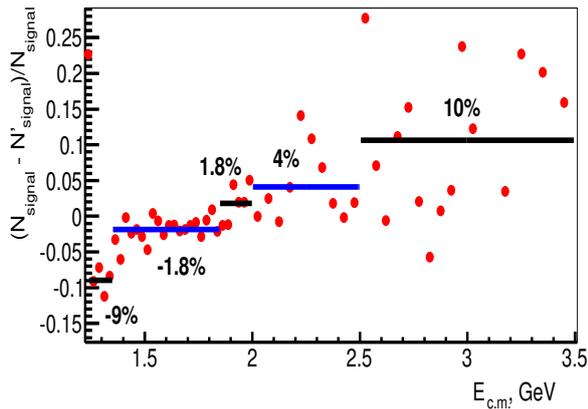


Рис. 34 — Относительная разница числа сигнальных событий при использовании стандартной процедуры вычитания фона ( $N_{signal}$ ) и квадратичного полинома в качестве профиля фона ( $N'_{signal}$ )

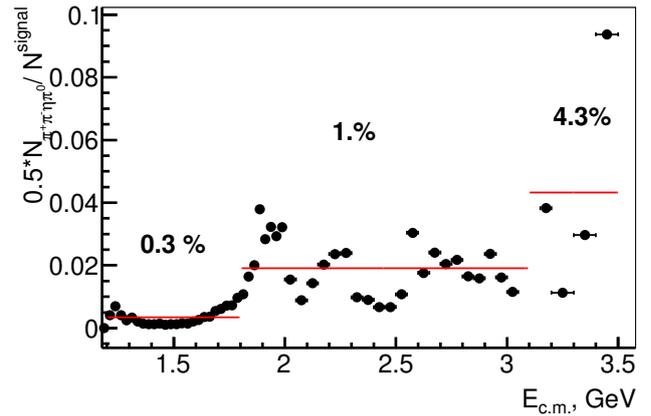


Рис. 35 — Отношение 50% фоновых событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  к числу сигнальных событий

Таблица 4 — Систематические неопределенности и поправки к эффективности регистрации

Источник	Поправка, %	Систематическая неопредел., %
Условие отбора		2.5
Вычитание фона		
$m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.35$		9
$1.35 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.80$		2
$1.80 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.50$		5
$2.50 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.10$		10.5
$3.10 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.50$		11
реконструкция $\eta$ -мезона	-2	1.0
реконструкция треков	-1.1	1.0
реконструкция ISR фотона	-1.1	1.0
триггеры и фильтры	-1.5	1.6
радиационная поправка		1.0
светимость		0.5
Итого		
$m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.35$	-5.7	10
$1.35 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.80$	-5.7	4.5
$1.80 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.50$	-5.7	6.5
$2.50 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.10$	-5.7	11
$3.10 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.50$	-5.7	12

## 2.5 Эффективность регистрации и систематические неопределенности

Эффективность регистрации исследуемого процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon_{MC} \prod_i (1 + \delta_i), \quad (2.5)$$

где  $\varepsilon_{MC}$  – эффективность регистрации, определенная методом MC моделирования как отношение спектра инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  после условий отбора и отклика детектора к генерированному спектру. Эффективность регистрации

$\varepsilon_{MC}$  как функция  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$  показана на рисунке 36. Поправки  $\delta_i$  ответственны за учет отличий эксперимента от моделирования в эффективности как реконструкции частиц, так и различных условий отбора: отбор по  $\chi_{4C}^2$ , реконструкция  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  и пионных треков, реконструкция ISR фотона, и другие примененные ограничения. Ниже обсуждаются факторы, влияющие на эффективности и с ними связанные неопределенности.

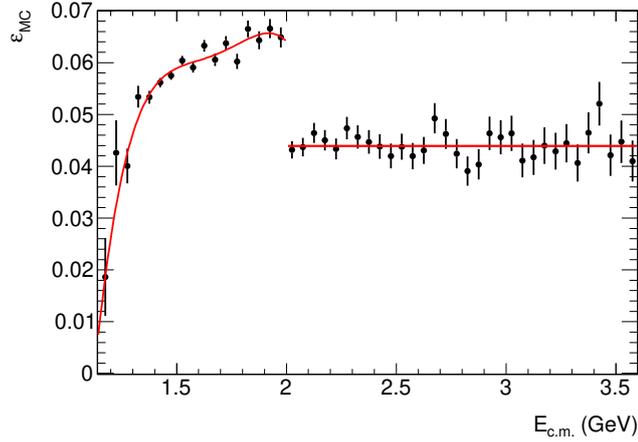


Рис. 36 — Эффективность регистрации  $\varepsilon_{MC}$  как функция  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$

### 2.5.1 Отбор по $\chi_{4C}^2$

Спектр  $\chi_{4C}^2$  в моделировании не воспроизводит в точности экспериментальные данные. Причиной этому служат, как минимум, разное разрешение детектора, а также отсутствие в моделировании NLO ISR фотонов на большой угол ( $\gg 1/\gamma_{e^\pm}$ ), что приводит к более длинному "хвосту" в экспериментальном распределении  $\chi_{4C}^2$  по сравнению с моделированием. Чтобы отследить данный эффект, для событий с  $1.4 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.8$  ГэВ/с<sup>2</sup> проверялось насколько изменится число сигнальных событий при изменении отбора с  $\chi_{4C}^2 < 25$  до  $\chi_{4C}^2 < 300$ . Аппроксимация двухфотонной инвариантной массы в разных диапазонах  $\chi_{4C}^2$  представлена на рисунке 37, где процедура фитирования идентична

той, что описана выше. Это позволило определить следующую поправку:

$$1 + \delta_{\chi^2 < 25} = \frac{N^{data}(\chi^2 < 25)}{N^{data}(25 < \chi^2 < 300) + N^{data}(\chi^2 < 25)} \cdot \frac{N^{MC}(25 < \chi^2 < 300) + N^{MC}(\chi^2 < 25)}{N^{MC}(\chi^2 < 25)}. \quad (2.6)$$

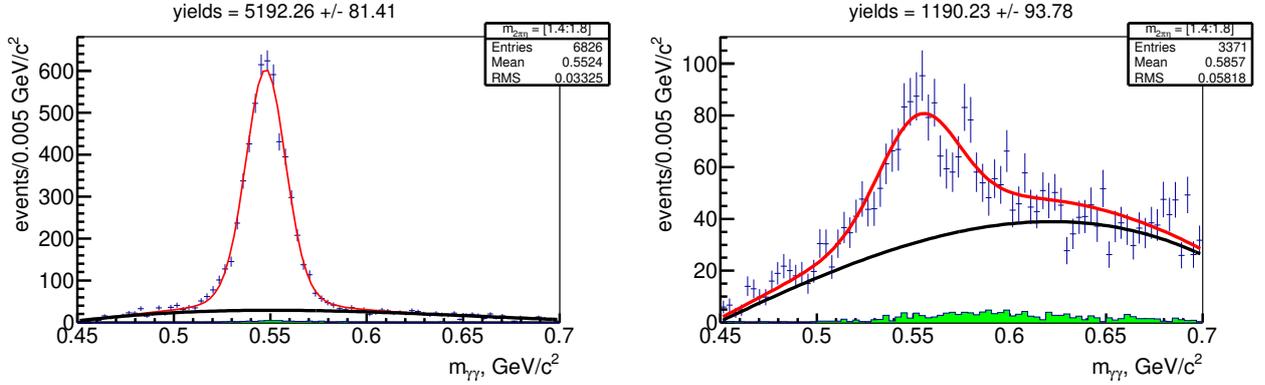


Рис. 37 — Аппроксимация экспериментального спектра двухфотонной инвариантной массы при  $1.4 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.8$  ГэВ/с<sup>2</sup> с условием требований  $\chi^2_{4C} < 25$  (слева) и  $25 < \chi^2_{4C} < 300$  (справа). Черная линия отражает описанный спектр фона типа "non-peaking", закрашенная гистограмма - вычитенный фон типа "peaking"

В результате получается следующее значение для поправки:  $\delta_{\chi^2 < 25} = 0.4 \pm 1.5\%$  ( $\delta_{\chi^2 < 15} = 0.6 \pm 1.3\%$ ), совместимое с нулем. В качестве верхней оценки систематической неопределенности, связанной с профилем  $\chi^2_{4C}$ , используется 1.5%.

### 2.5.2 Вклад условий отбора

Вклад остальных отборов в неопределенность эффективности регистрации выясняется путем их варьирования. При идентификации сигнальных событий поочередно выключаются условия того, что событие не идентифицировано как событие  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ , что кандидаты в пионы не реконструированы одновременно как пионы или мюоны. Также удалялся "золотой отбор" ( $m_{\pi^0}^0 > 0.16$  ГэВ/с<sup>2</sup>) и менялось требование на энергию фотонов из распада кандидата в  $\eta$ -мезон ( $E_{\gamma 1, \gamma 2} > 100$  МэВ) на более мягкое требование ( $E_{\gamma 1, \gamma 2} > 20$  МэВ). Относительная разница числа сигнальных событий  $\Delta = 1 - \frac{N^{data} \cdot N^{MC}_{loose}}{N^{data} \cdot N^{MC}}$  для бинов в

области  $m_{2\pi\eta} < 2 \text{ ГэВ}/c^2$  для вышеперечисленных изменений представлена на рисунках 38 и 39. Положение среднего значения данных гистограмм используется в качестве оценки соответствующей систематической неопределенности, что отражено в таблице 5. Суммарная неопределенность эффективности регистрации в связи с условиями отбора составляет 2.5%. Разброс в гистограммах обусловлен статистической флуктуацией числа сигнальных и фоновых событий.

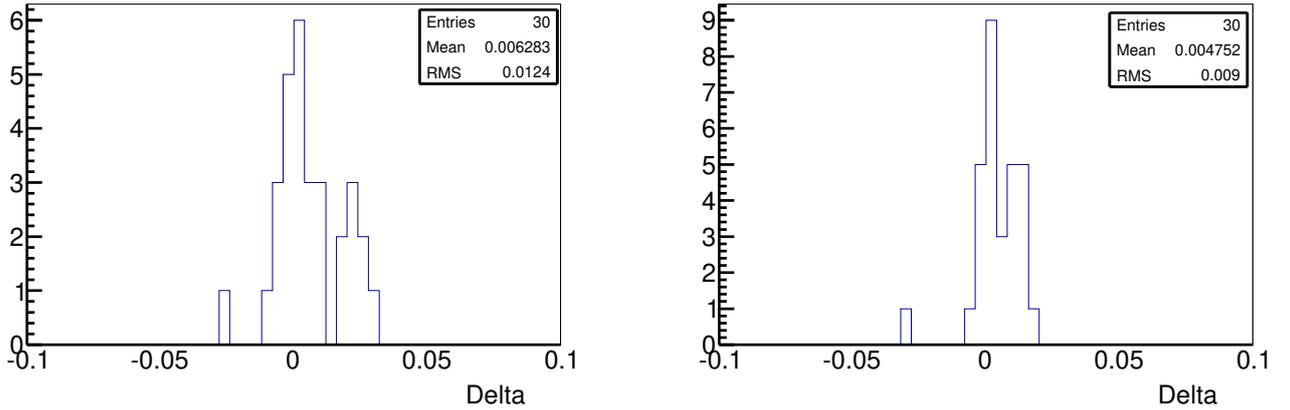


Рис. 38 — Относительная разница числа сигнальных событий при отсутствии требования того, что треки не идентифицированы как электроны (слева) или как мюоны или каоны (справа)

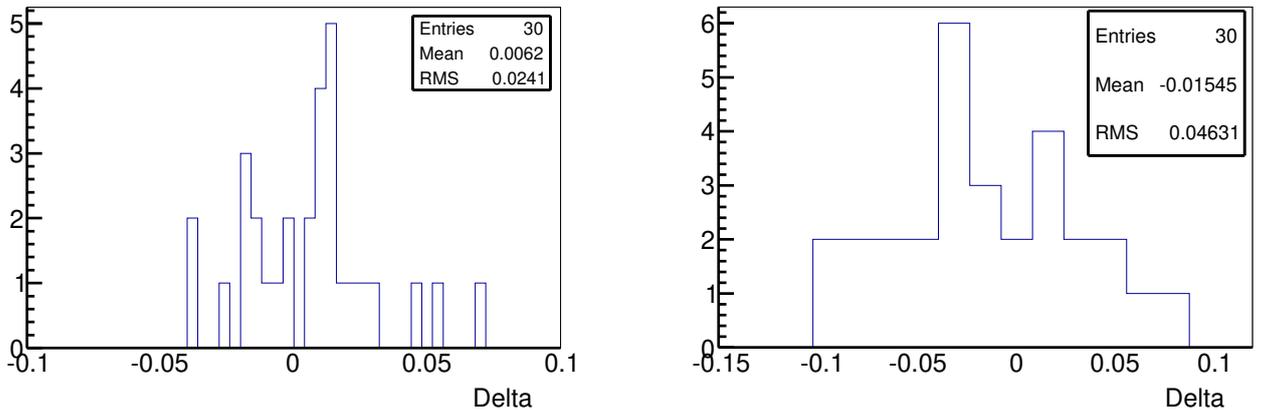


Рис. 39 — Относительная разница числа сигнальных событий при отсутствии требования на энергию фотонов из распада кандидата в  $\eta$ -мезон (слева) или "золотого отбора" (справа)

Таблица 5 — Список систематических неопределенностей в связи с примененными условиями отбора

Условие отбора	систем. неопределенность, %
$\chi_{4C}^2 < 25(15)$	1.5
$\text{radbhabha} == 0$	0.6
kaon and muon veto	0.4
Энергия фотонов из распада $\eta$ -мезона $> 0.1(0.2)$ ГэВ	0.6
$m_{2\gamma}^{\pi^0} > 0.16$ ГэВ/ $c^2$	1.5
Квадратичная сумма	2.5

### 2.5.3 Триггеры и фильтры

Как было отмечено выше, события, использованные в отборе сигнальных спектров, удовлетворяют перекрывающимся требованиям триггеров и фильтров. Событие может быть восстановлено в детекторе, если оно привело к формированию положительного решения в аппаратном триггере первого уровня и в программном триггере. Предыдущие исследования с большей статистикой, например, изучение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\gamma$  [42], показали, что суммарная эффективность триггеров для адронных событий с несколькими треками и фотонами близка к 100% и хорошо моделируется.

Чтобы событие попало в отобранный набор, оно должно пройти сквозь программные фильтры. Часть событий пропускалось без наложения фильтров, что позволило определить их эффективность:  $\epsilon_{bgr.filt.}^{MC} = 0.986 \pm 0.007$  и  $\epsilon_{bgr.filt.}^{data} = 0.971 \pm 0.013$  в моделировании и в эксперименте соответственно. С помощью приведенных значений можно найти поправку к моделированию. Она равна  $1 + \delta_{bgr.filt.} = 0.985 \pm 0.015$ .

### 2.5.4 Эффективность реконструкции ISR фотона

Изучение эффективности реконструкции высокоэнергетических фотонов ( $> 3$  ГэВ) не производилось в рамках данной работы. Это сделано в анализе

процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ , где угол и импульс фотона восстанавливаются на основе параметров задетектированных мюонов [43]. Поправка к эффективности составляет по величине  $\sim 1\%$  и зависит от полярного угла. Поправка как функция угла свертывается со спектром полярного угла ISR фотона в отобранных сигнальных событиях  $2\pi\eta\gamma$ . В результате получается следующее значение для поправки  $\delta_{\gamma_{ISR}} = -(1.1 \pm 1.0)\%$ .

### 2.5.5 Эффективность реконструкции треков

Поправка к моделированию на эффективность реконструкции треков не изучалась в рамках данной работы, а определялась, исходя из результатов изучения процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-\gamma$  [43]. В этом исследовании данное конечное состояние фиксировалось в детекторе на основе идентификации трех треков заряженных пионов и  $\gamma_{ISR}$ . Направление и импульс четвертого трека предсказывался с помощью кинематической реконструкции с одним требованием, что масса улетевшего четвертого трека равна массе заряженного пиона,  $m_\pi$ . Также изучалась неэффективность трека в зависимости от поперечного импульса в интервале  $p_t = 0.1\text{--}3.0$  ГэВ/с, полярного угла и степени его перекрытия другими треками.

Эффект перекрытия заряженных треков в ISR процессах играет важную роль в связи с тем, что адронная система движется с большой скоростью в направлении, противоположном высокоэнергетическому ISR фотону в с.ц.м. В области импульсов выше 0.5 ГэВ/с неэффективность реконструкции треков составляет менее 3% и уменьшается с увеличением импульса. Однако при малых импульсах неэффективность значительно выше и составляет около 15% при  $p_t = 0.1$  ГэВ/с.

Разница эффективностей реконструкции заряженных пионов в эксперименте и моделировании составляет  $\epsilon_{data}^{\pi^\pm} - \epsilon_{MC}^{\pi^\pm} = \Delta\epsilon^{\pi^\pm} = -(0.75 \pm 0.05_{stat} \pm 0.34_{syst})\%$ . Значительной зависимости  $\Delta\epsilon^{\pi^\pm}$  от импульса и полярного угла обнаружено не было. Примерно половина этой разницы обусловлена перекрытием треков противоположного знака (эффект перекрытия треков одного знака был выявлен гораздо меньшим). Без учета эффекта перекрытия определена разница эффективностей реконструкции одиночных треков  $\epsilon'_{data} - \epsilon'_{MC} = \Delta\epsilon' =$

$-(0.38 \pm 0.05_{stat} \pm 0.39_{syst})\%$ , то есть неэффективность реконструкции трека ввиду его перекрытия с другими определяется как разность  $\Delta\epsilon^{\pi^\pm} - \Delta\epsilon'$  для событий  $2\pi^+2\pi^-\gamma$  или  $0.5 \cdot (\Delta\epsilon^{\pi^\pm} - \Delta\epsilon')$  для событий  $\pi^+\pi^-\eta\gamma$ . Суммарно поправка на эффективность реконструкции треков составляет:  $\delta_{tracks} = \frac{\epsilon_{exp}}{\epsilon_{mc}} - 1 \approx 2 \cdot (\Delta\epsilon' + 0.5 \cdot (\Delta\epsilon^{\pi^\pm} - \Delta\epsilon')) = -(1.1 \pm 0.5)\%$ . При подсчете сечения исследуемого процесса приведенная неопределенность  $0.5\%$  увеличена в два раза, чтобы учесть возможную зависимость поправки от количества треков.

## 2.6 Эффективность реконструкции $\pi^0, \eta \rightarrow 2\gamma$

Неэффективность реконструкции фотонов обусловлена, главным образом, пассивным материалом между кристаллами в калориметре, а также конверсией фотонов во внутренних подсистемах детектора. Уровень неэффективности в эксперименте должен быть сравнен с неэффективностью в моделировании. Известно, что MC моделирование не описывает полноценно слияние электромагнитных ливней в калориметре детектора от фотонов из распада  $\eta$ -мезона, поэтому вероятность регистрации  $\eta$ -мезона в данных и в моделировании может отличаться. Нужно отметить, что MC моделирование и экспериментальные данные содержат значительный вклад от низкоэнергетических фотонов, связанных с расщеплением электромагнитных ливней в калориметре, с дополнительным излучением заряженных пионов (FSR), с дополнительными ISR фотонами, с излучением пучкового фона и др. В этом анализе предполагается, что поправка к вероятности регистрации  $\eta$ -мезона равна соответствующей поправке к  $\pi^0$ -мезону при той же скорости движения.

Эффективность реконструкции нейтрального пиона изучается с помощью процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega(782)\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ . Так же как и в случае  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$  моделирование конечного состояния  $3\pi\gamma$  произведено с помощью генератора AfkQed [35]. Генерация NLO ISR фотонов осуществляется методом структурных функций [36]. А дополнительное излучение фотонов частицами в конечном состоянии моделируется, используя пакет PHOTOS [37]. Рождение состояния  $3\pi\gamma$  описывается в генераторе через промежуточные состояния  $V \rightarrow \rho(770)\pi$ , где под  $V$  подразумевается  $\omega(782)$ ,  $\phi(1020)$ ,  $\omega'(1420)$  и др. Смоделированная

статистика примерно в 8 раз превышает экспериментальное число сигнальных событий.

Если использовать только параметры задетектированного ISR фотона и заряженных пионов, система  $3\pi\gamma$  может быть идентифицирована без регистрации  $\pi^0$ -мезона, т.е. без использования информации с калориметра. Рассматриваются события с двумя противоположно заряженными центральными треками, с одним ISR фотоном с энергией более 3 ГэВ и произвольным количеством других фотонов с минимальной энергией 0.03 ГэВ.

Для подавления вклада фоновых процессов с каонами и мюонами требуется, чтобы кандидаты в заряженные пионы не были идентифицированы как каоны или мюоны. Кроме того, для подавления процессов с электронами необходимо, чтобы энерговыделение, соответствующее кандидату, было меньше 80% от его импульса. Также требуется, чтобы пространственный угол между треками кандидатов в пионы был больше  $1.1^\circ$  и суммарное энерговыделение всех фотонов в калориметре, за исключением ISR фотона, было больше, чем 30% от недостающей энергии  $\pi^0$ .

Для каждого кандидата в сигнальные события, составленного из двух треков и ISR фотона, выполняется кинематическая реконструкция с одним условием (1C), что улетевшая масса равна массе  $\pi^0$ . Спектр  $\chi^2_{1C}$  представлен слева на рисунке 40 для экспериментальных данных черным цветом. Гистограмма красного цвета демонстрирует сумму всех моделированных спектров сигнальных и фоновых событий. Вклад от конечного состояния  $\pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$  показан зеленым цветом,  $2\pi\gamma$  – розовым,  $q\bar{q}$  – голубым. Все моделированные спектры взвешены в соответствии с их сечениями, представленными в таблице 3. Суммарный спектр моделирования нормирован на первые два бина экспериментального распределения. Из рисунка видно, что при значениях  $\chi^2_{1C} > 7$  существующий фон описывается не полностью. Для последующего отбора тестовых событий требуется  $\chi^2_{1C} < 2$ . В результате применения вышеназванных условий составляется список кандидатов в  $\pi^0$  с предсказанными кинематическими параметрами.

Последующая проверка физического наличия зарегистрированных фотонов из распада  $\pi^0$ -мезона позволяет независимо определить эффективность его регистрации в эксперименте и в моделировании. Для этого перебираются все пары фотонов с инвариантной массой в диапазоне 100–160 МэВ/ $c^2$ . Для этой пары фотонов, двух заряженных треков и ISR фотона выполняется кинематическая реконструкция с пятью кинематическими требованиями (5C), учитывающими

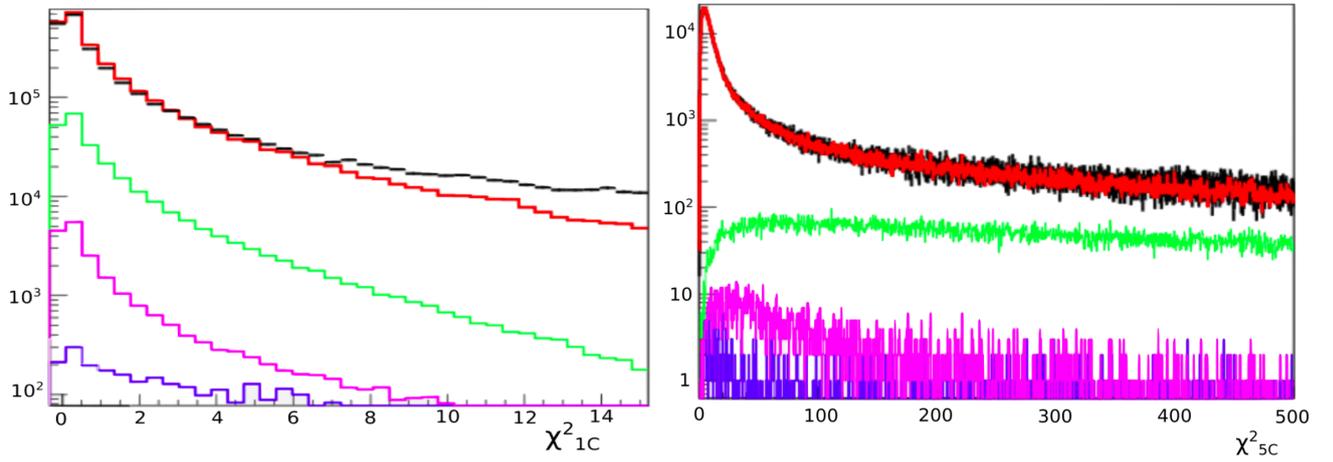


Рис. 40 — Спектр  $\chi^2_{1C}$  (слева) и  $\chi^2_{5C}$  (справа). Черным цветом показаны экспериментальные спектры, красным цветом – сумма моделированных сигнальных и фоновых событий

четыре закона сохранения энергии и импульса и пятое: инвариантная масса фотонов равна массе  $\pi^0$ . Для определения числа кандидатов с зарегистрированным  $\pi^0$ -мезоном используется комбинация с минимальным значением  $\chi^2_{5C}$ . Экспериментальный спектр последнего представлен на рисунке 40 справа черным цветом. Сумма всех моделированных вкладов показана гистограммой красного цвета и нормирована на первые десять бинов экспериментального распределения. Если в событии  $\chi^2_{5C} > 500$ , то нейтральный пион считается потерянным.

Для определения числа тестовых событий без  $\pi^0$  и событий, когда  $\pi^0$  задетектирован, используется спектр трехпионной инвариантной массы  $m_{3\pi}$  в диапазоне 0.65–0.95 ГэВ/с<sup>2</sup> (рисунок 41). В спектре доминирует сигнал от  $\omega$ -мезона с небольшим уровнем фона, показанным заштрихованной гистограммой. В качестве функции для аппроксимации спектра  $m_{3\pi}$  используется сумма профилей сигнала и фона. Первый профиль фиксируется из моделирования, в котором используются табличные значения параметров  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов и учтен эффект интерференции. Форма фона состоит из профиля основной фоновой реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\gamma$  плюс линейная функция со свободными параметрами. Рисунок слева демонстрирует аппроксимацию экспериментального спектра  $m_{3\pi}$  без требования на регистрацию  $\pi^0$ , в то время как рисунок справа относится к событиям, в которых найден кандидат в  $\pi^0$ . Точки с ошибками соответствуют экспериментальным данным, открытая гистограмма отражает результат аппроксимации. Вклад фона показан закрашенной гистограммой.

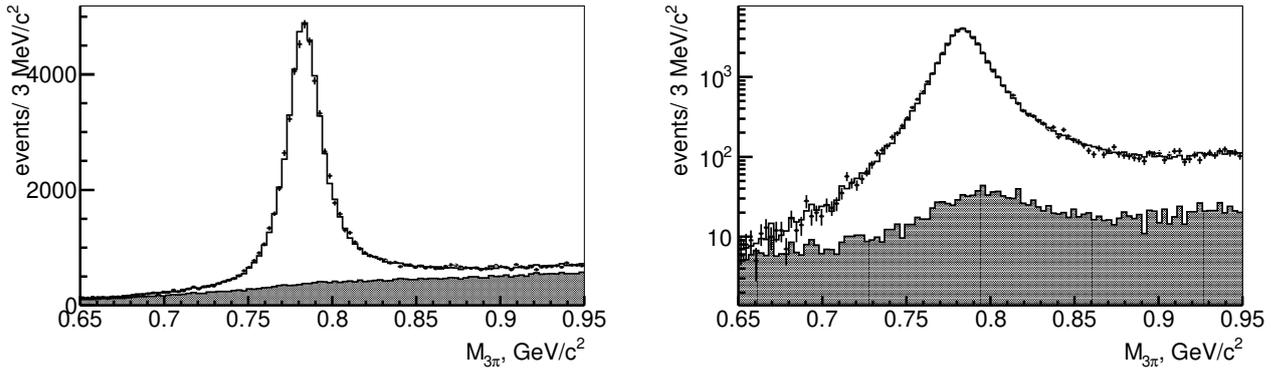


Рис. 41 — Аппроксимация спектра трехпионной инвариантной массы для экспериментальных событий, реконструированных без требования на регистрацию  $\pi^0$  (слева), и для событий, в которых был найден кандидат в  $\pi^0$  (справа)

Отношение эффективностей реконструкции  $\pi^0$  в эксперименте и моделировании показано на рисунке 42 в зависимости от верхней границы требования на величину  $\chi_{5C}^2$ . Поведение в области  $\chi_{5C}^2 < 100$  определяется не вполне корректным моделированием разрешения отклика детектора, в то время как в области больших значений  $\chi_{5C}^2$  отличие связано с присутствием оставшегося фона. Нужно отметить, что точки с ошибками на рисунке сильно коррелированы. Конечная поправка к эффективности получена путем аппроксимации приведенного графика линейной функцией и ее экстраполяцией в ноль, где вклад фона также стремится к нулю.

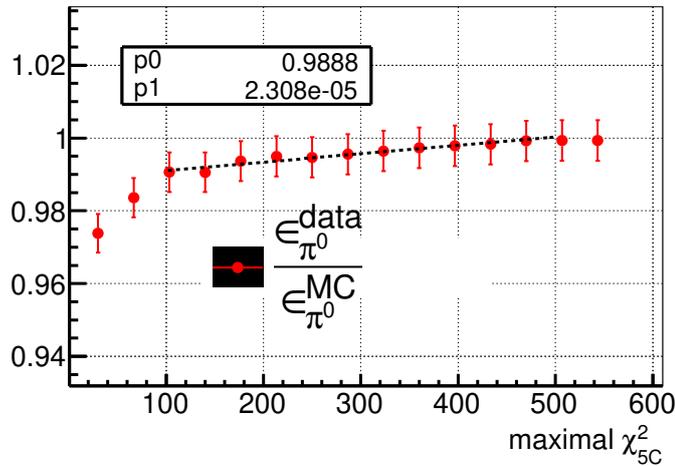


Рис. 42 — Отношение эффективностей  $\epsilon_{\pi^0}^{data} / \epsilon_{\pi^0}^{MC}$  в зависимости от требования на максимальное значение  $\chi_{5C}^2$

Эффективность регистрации  $\pi^0$  и поправка к моделированию ( $\epsilon_{data}/\epsilon_{MC} - 1$ ) в зависимости от импульса и полярного угла  $\pi^0$  показана на рисунках 43 и 44 соответственно. Красные точки отражают моделирование, синие точки соответствуют эксперименту. Поправка, усредненная по импульсу, равна  $\epsilon_{data}/\epsilon_{MC} - 1 = -(2 \pm 0.5)\%$ . Предполагается, что поправка не зависит от скорости мезона и может быть также применена к случаю  $\eta$ -мезона. В результате вариаций условий отбора определена систематическая неопределенность данной поправки, квадратичная сумма которой со статистической ошибкой приводит к ответу  $\epsilon_{data}/\epsilon_{MC} - 1 = -(2 \pm 1)\%$ .

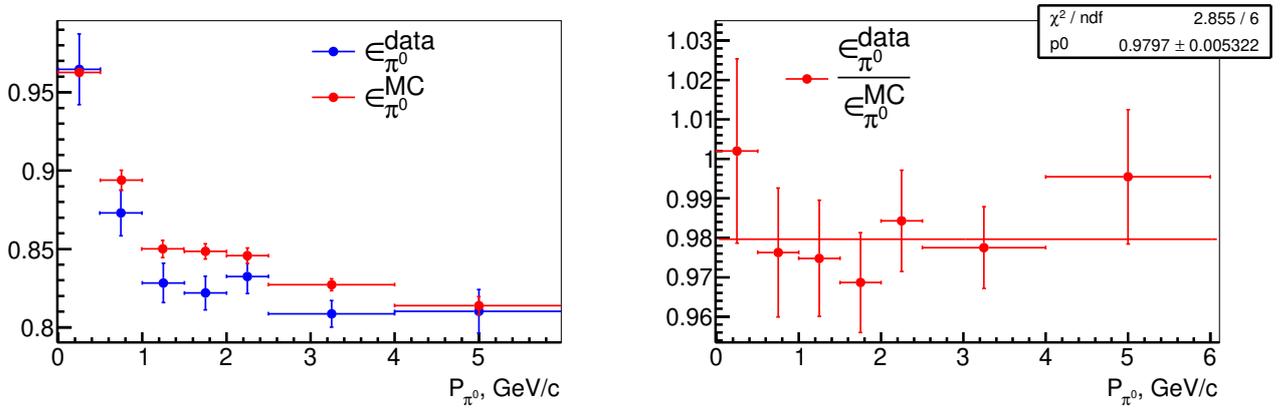


Рис. 43 — Эффективность реконструкции  $\pi^0$ -мезона в зависимости от импульса (слева); Отношение эффективностей  $\epsilon_{\pi^0}^{data}/\epsilon_{\pi^0}^{MC}$  в зависимости от импульса  $\pi^0$  (справа)

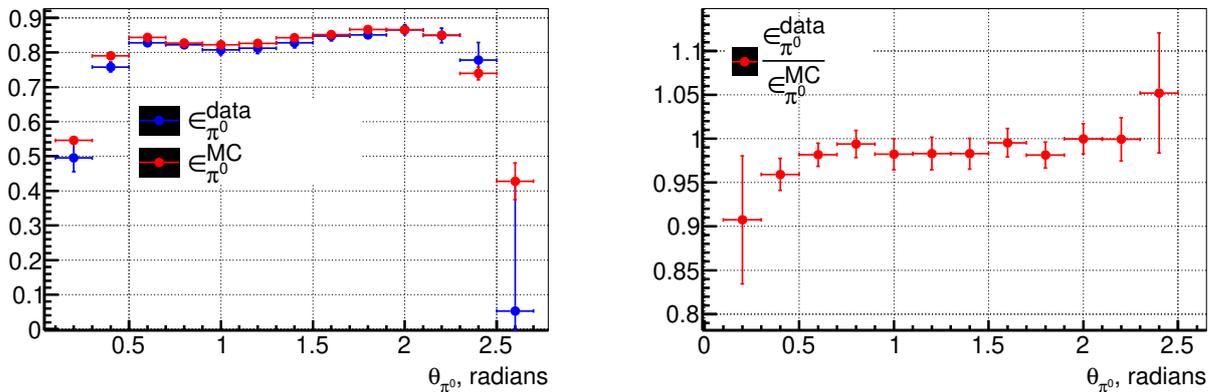


Рис. 44 — Эффективность реконструкции  $\pi^0$ -мезона в зависимости от его полярного угла в с.ц.м. для данных и моделирования (слева); Отношение эффективностей  $\epsilon_{\pi^0}^{data}/\epsilon_{\pi^0}^{MC}$  в зависимости от угла  $\pi^0$  (справа)

Определенная выше поправка на эффективность реконструкции нейтрального пиона может быть сравнена с другим ее измерением, выполненным моими коллегами, в исследовании процессов  $\tau \rightarrow X\nu$  и  $\tau \rightarrow X\pi^0\nu$  [31], где в качестве частицы  $X$  предполагается пион, каон или мюон. Отношение вероятностей данных распадов известно с высокой точностью. Поэтому, измерив количества событий первой и второй реакций, можно определить эффективность регистрации  $\pi^0$  ( $\epsilon_{\pi^0}$ ), если предположить следующее отношение между эффективностями реконструкции:  $\epsilon_{\tau \rightarrow X\pi^0\nu} = \epsilon_{\tau \rightarrow X\nu} \cdot \epsilon_{\pi^0}$ . Определенная таким образом поправка к моделированию ( $\epsilon_{data}/\epsilon_{MC} - 1$ ) составляет  $-(5 \pm 1)\%$  при  $p_{\pi^0} = 0.5$  ГэВ/с и растет почти линейно до  $+(1 \pm 1)\%$  при  $p_{\pi^0} = 5$  ГэВ/с. Эти значения не противоречат тем, что изображены справа на рисунке 43, и подтверждают, что в моделировании эффективность реконструкции нейтральных пионов завышена.

## 2.7 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ и учет конечного разрешения детектора

Используя экспериментальные значения числа событий  $dN$  в интервале энергий  $dE_{c.m.}$ , показанные на рисунке 32, вычисление сечения исследуемого процесса можно выполнить по формуле (2.2), модифицированной следующим образом:

$$\sigma_{\pi^+\pi^-\eta}(E_{c.m.}) = \frac{(dN/dE_{c.m.})_{corr}}{dL/dE_{c.m.} \cdot \epsilon(E_{c.m.}) \cdot R}. \quad (2.7)$$

Модификация состоит в рассмотрении эффекта разрешения детектора, и  $(dN/dE_{c.m.})_{corr}$  – число сигнальных событий после учета разрешения детектора, а также  $\epsilon(E_{c.m.})$  – эффективность регистрации с учетом всех поправок, обсужденных выше.

Спектр сигнальных событий в зависимости от  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$  искажается из-за конечного разрешения детектора при реконструкции параметров заряженных пионов, реконструкции  $\eta$ -мезона и ISR фотона. Кроме того, искажения могут быть обусловлены излучением NLO ISR и/или FSR, которые присутствуют в данных и моделировании, но не учитываются при кинематической реконструкции. Эти эффекты изучаются в моделировании, и спектр разницы между реконструированными и сгенерированными значениями инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  представ-



С помощью метода поиска обратных матриц Gauss-Jordan [44], реализованного в ROOT, для  $A$  найдена обратная матрица:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1.223 & -0.124 & 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \cdots \\ -0.124 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \cdots \\ 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \cdots \\ 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 & 0 & 0 & 0 \cdots \\ 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 & 0 & 0 \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 & 0 \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 & 0 \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 & 0.007 \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 & -0.125 \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & -0.125 & 1.236 \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Обратная матрица может быть использована для определения истинного числа сигнальных событий в бине с номером  $i$ :

$$dN_{corr}(i) = \sum A^{-1}(i,j) \cdot dN(j) \quad (2.8)$$

Таблица 6 демонстрирует сравнение числа событий  $dN$  и  $dN_{corr}$  до и после поправок на разрешение. Ввиду отсутствия узких резонансов в сечении изучаемой реакции  $dN$  и  $dN_{corr}$  отличаются незначительно по сравнению со статистическими ошибками, однако учет разрешения приводит к корреляции числа событий в бинах. Максимальная поправка составляет -8% для бина  $1.8875 < E_{c.m.} < 1.900$  МэВ из-за резкого изменения сечения в этой области энергий.

Полученные значения сечения изучаемой реакции в диапазоне  $E_{c.m.} = 1.15\text{--}3.5$  ГэВ приведены в таблице 7 и показаны на рисунке 46. В диапазоне энергий 1.5–2.0 ГэВ профиль сечения носит "лестничный" вид, что связано с интерференцией промежуточных состояний  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$ ,  $\rho(1700)$  и вышележащих резонансов. Полученные результаты в целом согласуются с другими измерениями и обладают лучшей точностью. Более детальное сравнение с другими экспериментами будет обсуждено ниже. Представленные статистические ошибки – диагональные. Недиагональные элементы могут быть определены таким образом:

$$\begin{aligned} cov^{i,j} &= \overline{(N_{corr}^i - \overline{N_{corr}^i})(N_{corr}^j - \overline{N_{corr}^j})} = \overline{N_{corr}^i N_{corr}^j} - \overline{N_{corr}^i} \overline{N_{corr}^j} = \\ &= \sum_{l,k} A_{il}^{-1} A_{jk}^{-1} (\overline{N_k N_l} - \overline{N_k} \overline{N_l}) = \sum_l A_{il}^{-1} A_{jl}^{-1} \sigma_l^2, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где в последнем переходе используется равенство  $\overline{N_k N_l} - \overline{N_k} \overline{N_l} = 0$ , если  $k = l$ .

Спектр двухпионной инвариантной массы для экспериментальных и моделированных сигнальных событий показан на рисунке 47 в диапазоне масс

Таблица 6 — Измеренное  $dN$  и поправленное на разрешение детектора  $dN_{corr}$  число сигнальных событий

$\sqrt{s}$ , ГэВ	$dN$	$dN_{corr}$
1.2 - 1.225	$7.8978 \pm 4.38387$	$9.66185 \pm 3.47885$
1.225 - 1.25	$4.53053 \pm 5.30536$	$2.98849 \pm 2.69964$
1.25 - 1.275	$14.8622 \pm 6.79058$	$13.5715 \pm 4.83424$
1.275 - 1.3	$36.2814 \pm 8.71999$	$38.9448 \pm 7.50258$
1.3 - 1.325	$36.651 \pm 9.19583$	$32.5989 \pm 7.59965$
1.325 - 1.35	$72.1239 \pm 11.1078$	$72.3387 \pm 10.6097$
1.35 - 1.375	$108.049 \pm 12.7077$	$107.91 \pm 12.9867$
1.375 - 1.4	$146.01 \pm 14.6023$	$144.614 \pm 15.1029$
1.4 - 1.425	$198.56 \pm 16.6054$	$195.313 \pm 17.6166$
1.425 - 1.45	$280.682 \pm 19.1505$	$281.718 \pm 20.9253$
1.45 - 1.475	$352.526 \pm 20.5847$	$357.284 \pm 23.4407$
1.475 - 1.5	$381.287 \pm 21.5836$	$380.06 \pm 24.3956$
1.5 - 1.525	$417.16 \pm 22.5415$	$419.147 \pm 25.5091$
1.525 - 1.55	$433.908 \pm 22.9518$	$436.768 \pm 26.0136$
1.55 - 1.575	$422.52 \pm 22.6286$	$424.203 \pm 25.673$
1.575 - 1.6	$393.642 \pm 21.6575$	$394.462 \pm 24.7828$
1.6 - 1.625	$356.661 \pm 21.0982$	$355.979 \pm 23.5946$
1.625 - 1.65	$326.003 \pm 19.8504$	$324.77 \pm 22.5595$
1.65 - 1.675	$305.957 \pm 19.1473$	$307.642 \pm 21.847$
1.675 - 1.7	$274.048 \pm 18.5332$	$269.271 \pm 20.6963$
1.7 - 1.725	$283.435 \pm 18.5898$	$285.238 \pm 21.0266$
1.725 - 1.75	$279.514 \pm 18.5731$	$278.887 \pm 20.8872$
1.75 - 1.775	$279.714 \pm 18.1042$	$280.701 \pm 20.8901$
1.775 - 1.8	$272.06 \pm 18.0145$	$270.437 \pm 20.6084$
1.8 - 1.825	$272.843 \pm 18.2127$	$282.765 \pm 20.6018$
1.825 - 1.85	$187.573 \pm 15.4288$	$182.233 \pm 17.1286$
1.85 - 1.875	$144.286 \pm 13.6053$	$145.73 \pm 15.0035$
1.875 - 1.9	$96.264 \pm 11.9321$	$86.764 \pm 12.3097$
1.9 - 1.925	$130.144 \pm 13.0889$	$136.237 \pm 14.2244$
1.925 - 1.95	$115.352 \pm 12.6216$	$113.36 \pm 13.4253$
1.95 - 1.975	$114.597 \pm 11.9057$	$115.766 \pm 13.368$
1.975 - 2	$106.813 \pm 12.2944$	$102.386 \pm 12.8134$

Таблица 7 — Таблица результатов: диапазон масс  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$ , количество сигнальных событий в данном диапазоне ( $dN_{\text{corr}}/dm$ ), эффективность регистрации ( $\varepsilon$ ), дифференциальная ISR светимость ( $dL/dm$ ), сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  ( $\sigma$ ). Указаны только диагональные статистические ошибки

$E_{\text{c.m.}}, \text{GeV}$	$dN_{\text{corr}}/dm$	$\varepsilon, \%$	$dL/\text{nb}^{-1}$	$\sigma/\text{nb}$	$E_{\text{c.m.}}, \text{GeV}$	$dN_{\text{corr}}/dm$	$\varepsilon, \%$	$dL/\text{nb}^{-1}$	$\sigma/\text{nb}$
1.150 - 1.175	<1 (90%CL)	1.36	1439	<0.05 (90%CL)	1.875 - 1.900	86 ± 12	6.17	2430	0.575 ± 0.081
1.175 - 1.20	<1 (90%CL)	2.12	1468	< 0.03 (90%CL)	1.900 - 1.925	136 ± 14	6.19	2468	0.888 ± 0.092
1.20 - 1.225	9 ± 3	2.77	1497	0.231 ± 0.083	1.925 - 1.950	113 ± 13	6.18	2506	0.728 ± 0.086
1.225 - 1.250	2 ± 2	3.33	1528	0.058 ± 0.052	1.950 - 1.975	115 ± 13	6.15	2545	0.736 ± 0.085
1.250 - 1.275	13 ± 4	3.79	1558	0.228 ± 0.081	1.975 - 2.00	102 ± 12	6.08	2583	0.648 ± 0.081
1.275 - 1.300	38 ± 7	4.18	1589	0.583 ± 0.112	2.00 - 2.05	138 ± 12	4.14	5283	0.632 ± 0.057
1.300 - 1.325	32 ± 7	4.51	1621	0.444 ± 0.103	2.05 - 2.10	122 ± 11	4.14	5439	0.544 ± 0.050
1.325 - 1.350	72 ± 10	4.77	1652	0.914 ± 0.134	2.10 - 2.15	78 ± 9	4.14	5596	0.337 ± 0.039
1.350 - 1.375	107 ± 12	4.98	1685	1.280 ± 0.154	2.15 - 2.20	76 ± 9	4.14	5754	0.317 ± 0.038
1.375 - 1.40	144 ± 15	5.15	1717	1.628 ± 0.170	2.20 - 2.25	58 ± 8	4.14	5914	0.236 ± 0.033
1.400 - 1.425	195 ± 17	5.28	1750	2.103 ± 0.189	2.25 - 2.30	52 ± 7	4.14	6074	0.209 ± 0.031
1.425 - 1.450	281 ± 20	5.38	1783	2.920 ± 0.216	2.30 - 2.35	82 ± 9	4.14	6236	0.317 ± 0.036
1.450 - 1.475	357 ± 23	5.46	1817	3.582 ± 0.235	2.35 - 2.40	74 ± 9	4.14	6399	0.281 ± 0.033
1.475 - 1.500	380 ± 24	5.53	1851	3.699 ± 0.237	2.40 - 2.45	60 ± 8	4.14	6564	0.223 ± 0.030
1.500 - 1.525	419 ± 25	5.57	1885	3.970 ± 0.241	2.45 - 2.50	80 ± 9	4.14	6729	0.287 ± 0.032
1.525 - 1.550	436 ± 26	5.61	1920	4.035 ± 0.240	2.50 - 2.55	49 ± 7	4.14	6896	0.173 ± 0.026
1.550 - 1.575	424 ± 25	5.65	1955	3.826 ± 0.231	2.55 - 2.60	28 ± 5	4.14	7065	0.096 ± 0.019
1.575 - 1.600	394 ± 24	5.68	1990	3.476 ± 0.218	2.60 - 2.65	44 ± 7	4.14	7235	0.147 ± 0.023
1.600 - 1.625	355 ± 23	5.71	2025	3.065 ± 0.203	2.65 - 2.70	29 ± 5	4.14	7407	0.095 ± 0.018
1.625 - 1.650	324 ± 22	5.74	2061	2.732 ± 0.189	2.70 - 2.75	30 ± 5	4.14	7581	0.097 ± 0.018
1.650 - 1.675	307 ± 21	5.78	2097	2.528 ± 0.179	2.75 - 2.80	28 ± 5	4.14	7756	0.088 ± 0.017
1.675 - 1.700	269 ± 20	5.82	2133	2.161 ± 0.166	2.80 - 2.85	33 ± 6	4.14	7933	0.101 ± 0.018
1.700 - 1.725	285 ± 21	5.86	2170	2.233 ± 0.164	2.85 - 2.90	26 ± 5	4.14	8113	0.079 ± 0.015
1.725 - 1.750	278 ± 20	5.91	2206	2.130 ± 0.159	2.90 - 2.95	15 ± 4	4.14	8294	0.044 ± 0.012
1.750 - 1.775	280 ± 20	5.96	2243	2.091 ± 0.155	2.95 - 3.00	22 ± 5	4.14	8478	0.063 ± 0.014
1.775 - 1.800	270 ± 20	6.01	2280	1.965 ± 0.149	3.00 - 3.05	20 ± 5	4.14	8665	0.058 ± 0.014
1.800 - 1.825	282 ± 20	6.06	2317	2.005 ± 0.146	3.15 - 3.20	11 ± 4	4.14	9241	0.030 ± 0.010
1.825 - 1.850	182 ± 17	6.11	2355	1.262 ± 0.118	3.20 - 3.30	26 ± 5	4.14	19077	0.033 ± 0.007
1.850 - 1.875	145 ± 15	6.15	2392	0.987 ± 0.101	3.30 - 3.40	14 ± 4	4.14	19893	0.017 ± 0.005
1.875 - 1.900	86 ± 12	6.17	2430	0.575 ± 0.081	3.40 - 3.50	7 ± 3	4.14	20737	0.008 ± 0.003

$1.4 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.0$  ГэВ/ $c^2$ , где уровень фона наименьший. В каждом бине вычитание фона производилось также, как описано в Главе 2.4, путем аппроксимации двухфотонных спектров. Ранее было сказано, что в моделировании заложена модель промежуточного состояния  $\eta\rho(770)$ . Рисунок показывает, что экспериментальный спектр несколько сдвинут в область больших масс, что можно объяснить вкладом, например, промежуточного состояния  $\eta\rho(1450)$ , которое интерферирует с доминирующей амплитудой  $\eta\rho(770)$  (см. следующую Главу). Подобный эффект также наблюдался в более ранних работах с детекторами *BABAR* [11] и *СНД* [9]. Однако в последней работе с детектором *КМД-3* [10], в которой анализируется около 13 тысяч сигнальных событий  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ , сдвиг не был обнаружен. Для выяснения природы расхождения в эксперименте

и в моделировании профилей двухпионных спектров нужно произвести амплитудный анализ на гораздо большей статистике (50–100 тыс. событий).

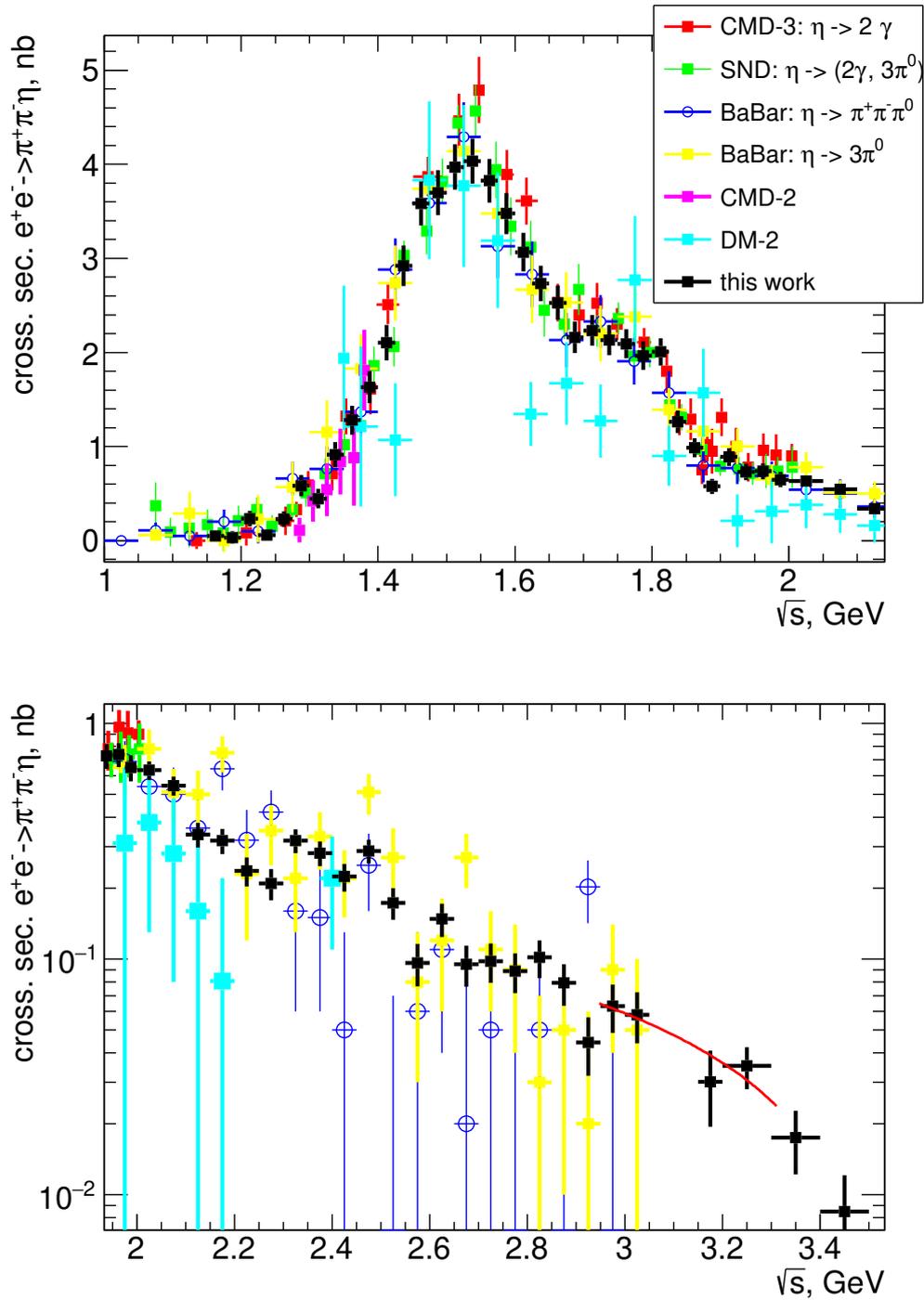


Рис. 46 — Борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  как функция  $E_{\text{с.м.}}$  для  
Области I (сверху) и Области II (снизу)

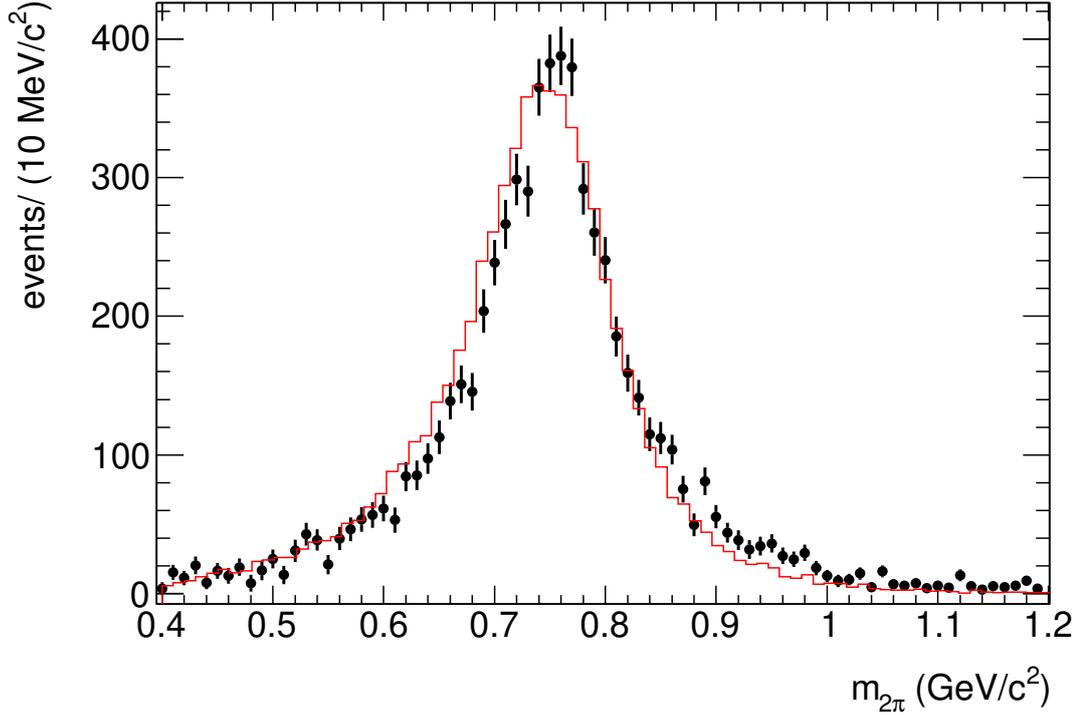


Рис. 47 — Двухпионная инвариантная масса для экспериментальных событий (точки с ошибками) и моделирования сигнала (гистограмма) для диапазона масс  $1.4 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.0$  ГэВ/c<sup>2</sup>

### 2.7.1 Модельная неопределенность в вычислении эффективности

Для оценки того, насколько меняется эффективность регистрации в связи с отличием спектров  $m_{2\pi}$  на рисунке 47 в эксперименте и в моделировании, производится следующее вычисление:

$$\delta_{model} = 1 - \frac{\int \epsilon^{reg}(m_{2\pi}) p^{data}(m_{2\pi}) dm_{2\pi}}{\int \epsilon^{reg}(m_{2\pi}) p^{MC}(m_{2\pi}) dm_{2\pi}} = 0.0040 \pm 0.0001, \quad (2.10)$$

где  $\epsilon^{reg}(m_{2\pi})$  — эффективность регистрации как функция массы  $m_{2\pi}$ ;  $p^{MC(data)}(m_{2\pi})$  — профиль спектра  $m_{2\pi}$  в моделировании (эксперименте), как представлено на рисунке 47. Из (2.10) видно, что модельной неопределенностью в определении сечения можно пренебречь.

Продемонстрировать, что отличие спектров двухпионных масс может быть связано с интерференцией  $\rho$ -подобных промежуточных резонансных состояний, можно путем включения в моделирование амплитуды  $\rho' \rightarrow \rho'(1450)\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ . Полная амплитуда  $\rho' \rightarrow \rho^{(\prime)}\eta \rightarrow \pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\eta(p_3)$  может быть парамет-

ризована как:

$$T_\mu = g(s) \cdot \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \cdot p_1^\nu p_2^\alpha p_3^\beta \cdot F_\rho(m_{2\pi}^2), \quad (2.11)$$

где  $g(s)$  – произведение констант связи,  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  – антисимметричный тензор Леви-Чивиты. Формфактор  $F_\rho(m_{2\pi}^2)$  с учетом  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$  может быть представлен в виде:

$$F_\rho(m_{2\pi}^2) = \frac{m_\rho^2}{D_\rho(m_{2\pi}^2)} + \frac{c_1 \cdot m_{\rho'}^2}{D_{\rho'}(m_{2\pi}^2)}, \quad (2.12)$$

где  $D_{\rho^{(\prime)}}(m_{2\pi}^2) = m_{2\pi}^2 - m_{\rho^{(\prime)}}^2 + i\sqrt{m_{2\pi}^2}\Gamma_{\rho^{(\prime)}}(m_{2\pi}^2)$  – обратный пропагатор векторного мезона. Рисунок 48 демонстрирует спектр двухпионной инвариантной массы для случаев  $c_1 = 0$  и  $c_1 = 2$  в выражении (2.12). Спектры на данном рисунке получены на генераторном уровне, однако на качественном уровне ясно, что сдвиг на рисунке 47 может быть объяснен дополнительным вкладом промежуточного состояния  $\eta\rho(1450)$ .

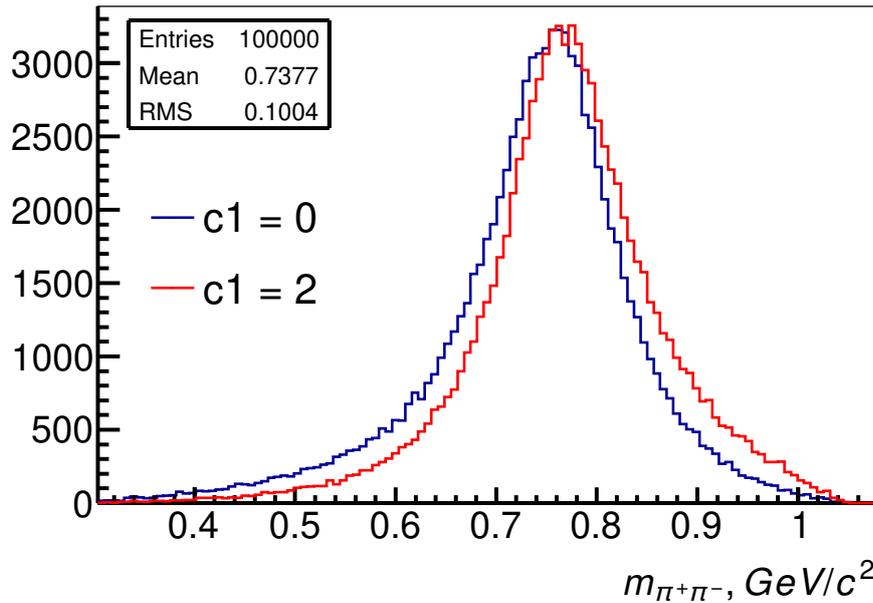


Рис. 48 – Спектр двухпионной инвариантной массы при  $c_1 = 0$  и  $c_1 = 2$  в выражении (2.12), отвечающим случаям, когда в модели участвует только  $\eta\rho(770)$ , и когда также добавлен вклад возбуждённого векторного состояния

$$\eta\rho'(1450)$$

Рисунок 49 демонстрирует распределение по косинусу полярного угла  $\eta$ -мезона в системе покоя  $\pi^+\pi^-\eta$ ,  $\theta_\eta$ , для экспериментальных данных (точки с ошибками) и моделирования (гистограмма). Видно, что моделирование хорошо воспроизводит экспериментальный спектр. Линия показывает аппроксима-

цию данных суммой константы и квадратичной функции  $N \cdot (1 + (0.92 \pm 0.09) \cdot \cos^2(\theta_\eta))$ . Результат согласуется с ожидаемым распределением на генераторном уровне  $N \cdot (1 + \cos^2(\theta_\eta))$  из-за того, что отклик детектора почти не искажает спектр полярного угла  $\eta$ -мезона.

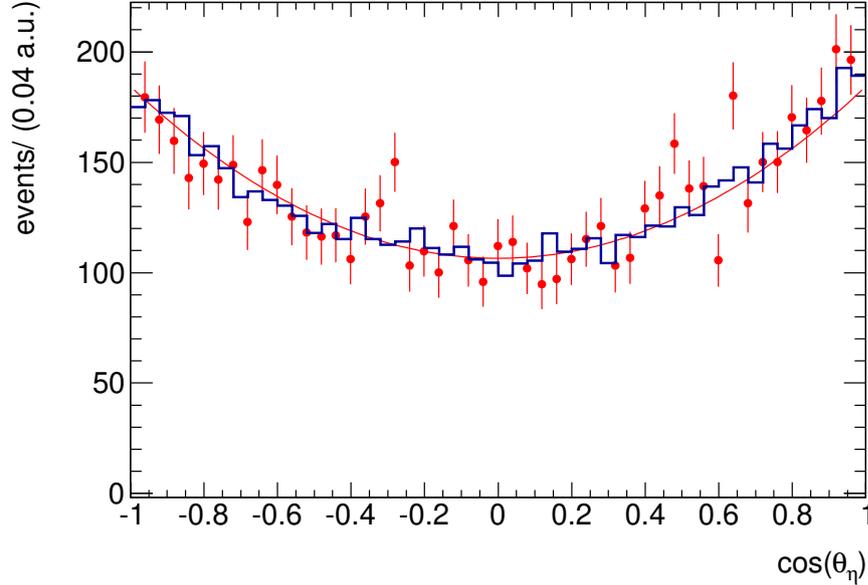


Рис. 49 — Распределение по  $\cos \theta_\eta$  для экспериментальных событий (точки с ошибками) и моделирования сигнала (гистограмма) для диапазона масс  $1.4 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 2.0$  ГэВ/ $c^2$

### 2.7.2 Систематические неопределенности сечения

Систематические неопределенности в вычислении сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  складываются из возможных неточностей, связанных с условиями отбора, перечисленных в таблице 5, неопределенностей в эффективности регистрации, представленных в таблице 4, и неопределенности в вычитании фона, обсуждаемой в главе 2.4. Суммарная поправка к значению эффективности из моделирования составляет -5.7%.

Неопределенность в определении светимости составляет 0.5%, что, главным образом, связано с отличием отклика детектора на события  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  в эксперименте и в моделировании. Суммарная неопределенность в сечении оценивается как квадратичная сумма всех источников и составляет 4.5% в области

инвариантных масс  $1.35 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.8$  ГэВ/ $c^2$ . Для этой области получена наилучшая статистическая точность. В других областях инвариантной массы ошибка больше ввиду большей неопределенности в вычитании фона.

## 2.8 Аппроксимация энергетической зависимости сечения

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta.$$

Энергетическое поведение сечения изучаемого процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  можно описать суммой вкладов промежуточных изовекторных резонансов  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$ ,  $\rho(1700)$ ,  $\rho'''$  и др. с переходом в конечное состояние  $\eta\rho(770) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . В рамках модели векторной доминантности (МВД) полученное экспериментальное сечение описывается формулами [45]:

$$\sigma^{model}(s) = \frac{4\alpha_{em}^2}{3} \frac{1}{s\sqrt{s}} |F(s)|^2 G(s), \quad (2.13)$$

$$G(s) = \int_{4m_\pi^2}^{(\sqrt{s}-m_\eta)^2} dq^2 \frac{\sqrt{q^2} \Gamma_\rho(q^2) p_\eta^3(s, q^2)}{(q^2 - m_\rho^2)^2 + (\sqrt{q^2} \Gamma_\rho(q^2))^2},$$

$$p_\eta^2 = \frac{(s - m_\eta^2 - q^2)^2 - 4m_\eta^2 q^2}{4s}, \quad \Gamma_\rho(q^2) = \Gamma_\rho(m_\rho^2) \frac{m_\rho^2}{q^2} \left( \frac{p_\pi^2(q^2)}{p_\pi^2(m_\rho^2)} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad p_\pi^2(q^2) = q^2/4 - m_\pi^2,$$

где  $\sqrt{s} = E_{c.m.}$ ,  $q$  – импульс системы  $\pi^+\pi^-$ , и

$$F(s) = \sum_V \frac{m_V^2 g_V e^{i\phi_V}}{s - m_V^2 + i\sqrt{s} \Gamma_V(s)}, \quad (2.14)$$

где  $V = \rho(770)$ ,  $\rho(1450)$ ,  $\rho(1700)$ ,  $\rho'''$ . В 2.14 используются комплексные множители  $g_V e^{i\phi_V}$ , которые являются комбинацией констант связи  $g_{V\rho\eta}$  и  $g_{V\gamma}$ , описывающих переходы  $V \rightarrow \rho\eta$  и  $V \rightarrow \gamma^*$  соответственно.

Формулы 2.13, 2.14 используются для аппроксимации энергетического поведения искомого сечения и определения параметров промежуточных резонансов. Для определения значений искоемых параметров минимизируется следующая функция  $\chi^2$ :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\sigma_i(s) - \sigma^{model}(s))^2}{d\sigma_i(s)^2}, \quad (2.15)$$

где суммирование производится по экспериментальным точкам и  $d\sigma_i(s)$  - статистическая ошибка в измеренном сечении  $\sigma_i(s)$ . Свободными параметрами являются все величины  $g_V$ , а также массы и ширины возбужденных  $\rho$ -подобных состояний. Масса и ширина  $\rho(770)$  зафиксирована из таблиц PDG [17]. Фаза  $\phi_{\rho(770)}$  зафиксирована на нуле. Ожидается, что константы связи ( $g_{V\rho\eta}$ ,  $g_{V\gamma}$ ) не обладают значительной мнимой частью [9], поэтому фазы  $\phi_V$  для возбужденных  $\rho$ -мезонов фиксируются при 0 или  $\pi$ . Формулы 2.13, 2.14 используются для аппроксимации экспериментальных данных с учетом композиции (Модели) двух, трех и четырех промежуточных состояний.

В Модели №1 аппроксимируются данные в диапазоне  $E_{c.m.} = 1.2\text{--}1.70$  ГэВ с учетом двух резонансов:  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ . Выбор фазы  $\phi_{\rho(1450)} = 0$  не позволяет описать данные. Модель с противоположной фазой  $\phi_{\rho(1450)} = \pi$  (см. рисунок 50, длинный пунктир) не описывает экспериментальное поведение сечения при энергиях больше 1.7 ГэВ, где, по всей видимости, значительный вклад имеют вышележащие резонансы. Полученные параметры представлены в таблице 8, где приведены только статистические ошибки.

В Моделях №2 и №3 учитывается также вклад резонанса  $\rho(1700)$  с фазами  $\phi_{\rho(1700)} = \pi$  и  $\phi_{\rho(1700)} = 0$  соответственно. Аппроксимации сечения с данными моделями выполнены в диапазоне  $E_{c.m.} = 1.2\text{--}1.90$  ГэВ. Видно, что обе модели неплохо описывают данные в диапазоне энергий до 1.90 ГэВ. Однако Модель №3 имеет меньшее значение  $\chi^2$  ( $P(\chi^2) = 0.58$  вместо 0.03 для Модели №2). При энергиях выше 1.90 ГэВ кривые аппроксимации лежат ниже экспериментальных данных. Модель №4 отличается тем, что фаза  $\phi_{\rho(1700)}$  являлась свободным

Таблица 8 — Константы связи, параметры резонансов и  $\chi^2/ndf$ , полученные из аппроксимации энергитического поведения сечения реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$

Параметр	Модели №1	Модели №2	Модели №3	Модели №4	Модели №5	Модели №6
$g_{\rho(770)}$ , ГэВ <sup>-1</sup>	$1.1 \pm 0.3$	$2.3 \pm 0.3$	$1.8 \pm 0.3$	$1.4 \pm 0.3$	$1.7 \pm 0.3$	$1.8 \pm 0.3$
$g_{\rho(1450)}$ , ГэВ <sup>-1</sup>	$0.49 \pm 0.02$	$0.36 \pm 0.05$	$0.44 \pm 0.02$	$0.44 \pm 0.02$	$0.46 \pm 0.03$	$0.47 \pm 0.03$
$g_{\rho(1700)}$ , ГэВ <sup>-1</sup>	—	$0.044 \pm 0.019$	$0.080 \pm 0.012$	$0.025 \pm 0.017$	$0.016 \pm 0.007$	$0.016 \pm 0.007$
$g_{\rho'''} $ , ГэВ <sup>-1</sup>	—	—	—	—	$0.094 \pm 0.016$	$0.10 \pm 0.02$
$m_{\rho(1450)}$ , ГэВ/c <sup>2</sup>	$1.487 \pm 0.016$	$1.54 \pm 0.01$	$1.50 \pm 0.01$	$1.49 \pm 0.01$	$1.49 \pm 0.01$	$1.49 \pm 0.01$
$m_{\rho(1700)}$ , ГэВ/c <sup>2</sup>	—	$1.76 \pm 0.01$	$1.83 \pm 0.01$	$1.82 \pm 0.01$	$1.83 \pm 0.01$	$1.827 \pm 0.006$
$m_{\rho'''} $ , ГэВ/c <sup>2</sup>	—	—	—	—	$2.03 \pm 0.04$	$2.00 \pm 0.04$
$\Gamma_{\rho(1450)}$ , ГэВ	$0.33 \pm 0.02$	$0.31 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.02$	$0.31 \pm 0.02$	$0.29 \pm 0.02$	$0.29 \pm 0.02$
$\Gamma_{\rho(1700)}$ , ГэВ	—	$0.16 \pm 0.04$	$0.17 \pm 0.02$	$0.12 \pm 0.04$	$0.08 \pm 0.02$	$0.08 \pm 0.02$
$\Gamma_{\rho'''} $ , ГэВ	—	—	—	—	$0.42 \pm 0.09$	$0.45 \pm 0.10$
$\phi_V$	0, $\pi$	0, $\pi$ , $\pi$	0, $\pi$ , 0	0, $\pi$ , $(-1.1 \pm 0.4)$	0, $\pi$ , 0, 0	0, $\pi$ , 0, 0
$\chi^2/ndf$	14/16	35/21	19/21	18/20	28/26	48/50

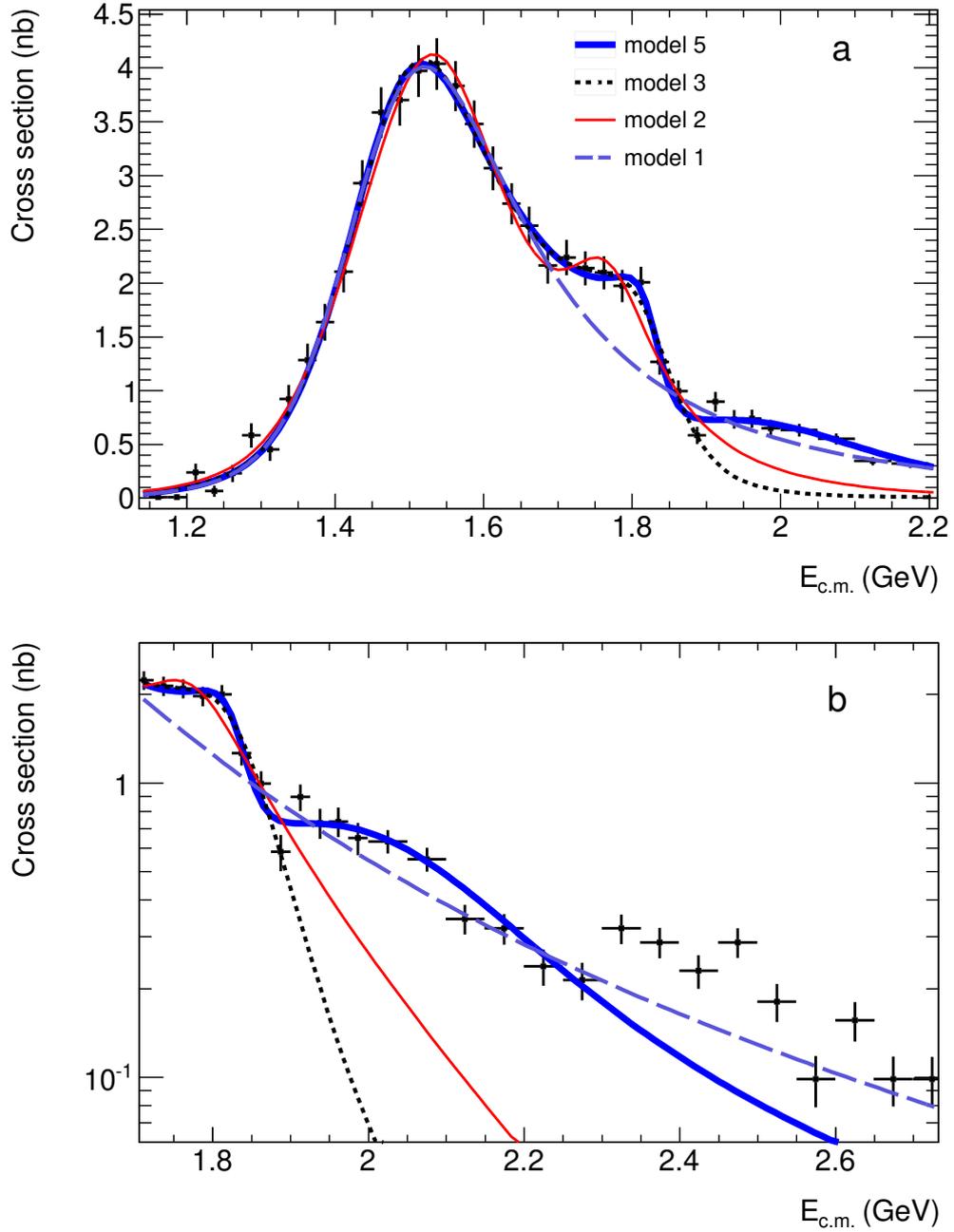


Рис. 50 — Измеренное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ , аппроксимированное различными комбинациями промежуточных резонансов (см. текст)

параметром. Полученное значение фазы  $\phi_{\rho(1700)} = -(1.1 \pm 0.4)$  радиан ближе к нулю, чем к  $\pi$ .

Модель №5 рассматривает также вклад следующего возбужденного состояния, условно обозначенного как  $\rho'''$ . Диапазон аппроксимации при этом увеличен до 2.2 ГэВ. Результат показан на рисунке 50 жирной линией синего цвета, а также в таблице 8. Полученные масса  $m_{\rho'''} = 2.03 \pm 0.05$  ГэВ и ширина  $\Gamma_{\rho'''} = 0.42 \pm 0.09$  ГэВ не позволяют однозначно связать вклад  $\rho'''$  с состоя-

ниями  $\rho(1900)$  и  $\rho(2150)$ , приведенными в таблицах PDG [17]. PDG значения массы и ширины  $\rho(1900)$  находятся в диапазонах 1.870–1.910 ГэВ<sup>2</sup> и 0.109–0.410 ГэВ соответственно, в то время как масса и ширина  $\rho(2150)$  варьируются в областях 1.990–2.254 ГэВ<sup>2</sup> и 0.010–0.160 ГэВ соответственно. По всей видимости, рассмотренный четвертый резонанс отражает сумму вкладов состояний  $\rho(1900)$  и  $\rho(2150)$ . Видно, что модель с четырьмя промежуточными резонансами описывает экспериментальные данные сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  вплоть до  $E_{\text{с.м.}} = 2.3$  ГэВ.

Аппроксимация с Моделью №6 основан на комбинации данных, полученных в данной работе и в предыдущем исследовании *BABAR* в другой моде распада  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  [11]. Однако, как видно из таблицы 8, точность определения параметров не улучшается при включении в аппроксимацию предыдущих данных.

Нужно отметить, что при минимизации функции  $\chi^2$  (2.15) могли быть пропущены дополнительные минимумы. Во избежание этого начальные значения параметров варьируются случайным образом и отбирается именно тот минимум, который соответствует наименьшему значению  $\chi^2$ . Также для демонстрации положений локальных минимумов аппроксимация с Моделью №5 повторяется при фиксированных значениях фаз  $\phi_{\rho(1450)}$  и  $\phi_{\rho(1700)}$ . Значения  $\chi^2$  в зависимости от фиксированных фаз показаны на рисунке 51. Видно, что минимум  $\chi^2$  находится в окрестностях  $\phi_{\rho(1450)} = \pi$  и  $\phi_{\rho(1700)} = 0$ .

Скачок в сечении в районе 1.9 ГэВ на рисунке 50 (две точки, наиболее отклонившиеся модели), возможно, связан с пороговым эффектом ввиду открытия канала рождения пары нуклонов. Подобный эффект также наблюдается в других процессах, например,  $e^+e^- \rightarrow 3(\pi^+\pi^-)$ ,  $2(\pi^+\pi^-\pi^0)$  и  $K^+K^-\pi^+\pi^-$  [46, 47, 48]. Скачок в сечении в области 2.3 ГэВ, возможно, связан с деструктивной интерференцией вышеобсуждавшихся резонансов с дополнительным изовекторным состоянием, которое не учитывается в настоящей работе. Параметры настоящего состояния составляют  $M_R = 2232 \pm 12$  МэВ/с<sup>2</sup> и  $\Gamma_R = 133 \pm 15$  МэВ и получены в работе [49] на основе изучения характера поведения сечений  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ .

Аппроксимация сечения также была произведена в несколько другой параметризации, а именно: параметр  $g_V$  заменен на произведение электронной

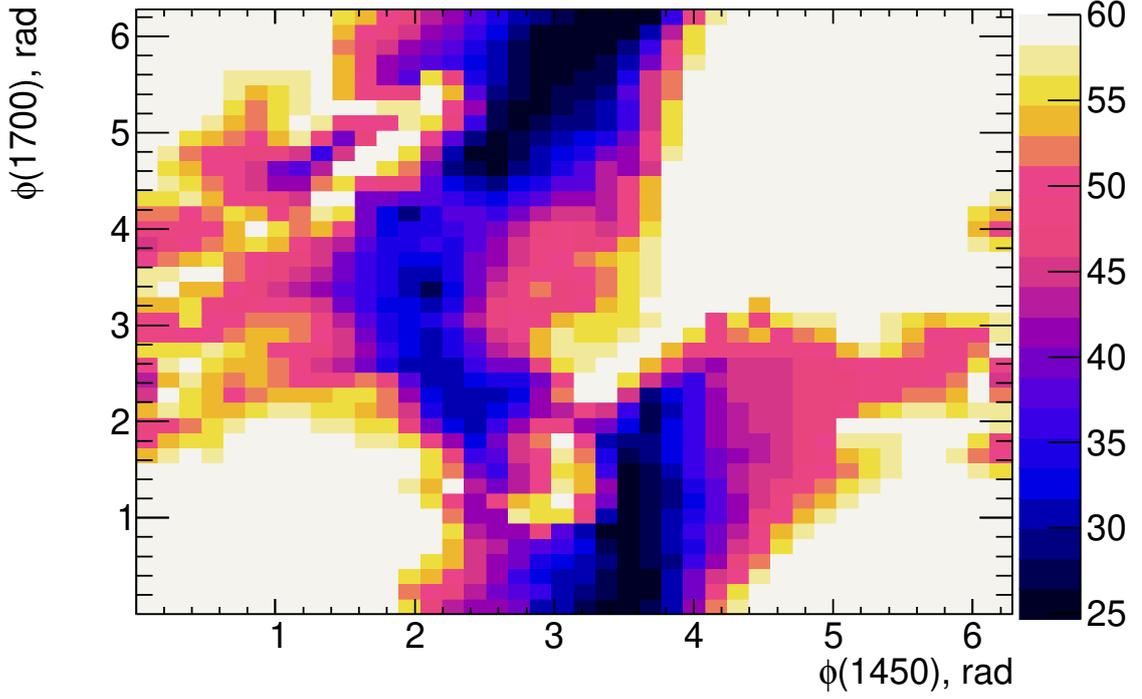


Рис. 51 — Значения  $\chi^2$  аппроксимаций, выполненных при фиксированных значениях фаз  $\phi_{\rho(1450)}$  и  $\phi_{\rho(1700)}$

ширины и вероятности распада в измеряемую моду:

$$\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)B(V \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) = \frac{\alpha_{em}^2 |g_V|^2 m_V}{9\pi \Gamma_V} G(m_V^2). \quad (2.16)$$

Из аппроксимации с Моделью №3 получены следующие значения:

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho(1450) \rightarrow e^+e^-)B(\rho(1450) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \\ &210 \pm 24_{stat} \pm 10_{syst} \text{ eV} \\ \Gamma(\rho(1700) \rightarrow e^+e^-)B(\rho(1700) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \\ &84 \pm 26_{stat} \pm 4_{syst} \text{ eV}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

где наряду со статистической указана и систематическая неопределенность. Модельная неопределенность приведенных выше параметров обусловлена, главным образом, сильным перекрытием резонансов. Если аппроксимацию производить на основе Модели №5, то получатся следующие величины:

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho(1450) \rightarrow e^+e^-)B(\rho(1450) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \\ &203 \pm 26_{stat} \pm 10_{syst} \text{ eV} \\ \Gamma(\rho(1700) \rightarrow e^+e^-)B(\rho(1700) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \\ &6.8 \pm 5.1_{stat} \pm 0.4_{syst} \text{ eV}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Видно, что отличие моделей для  $\rho(1450)$  составляет около 4%, в то время как модельная неопределенность для  $\rho(1700)$  близка к 100%. Однако нужно отметить, что Модель №5 менее наивная, чем Модель №3, хотя она также не учитывает вклады более высокоэнергетических резонансов, которые необходимо принимать во внимание, чтобы уменьшить модельную неопределенность. Но это выходит за рамки настоящей диссертации.

Примечательно также, что полученное значение  $g_\rho = 1.7 \pm 0.3 \text{ ГэВ}^{-1}$  для Модели №5 согласуется с оценкой в рамках МВД, основанной на измерении парциальной ширины распада  $\rho(770) \rightarrow \eta\gamma$ ,  $g_\rho = 1.57 \pm 0.07 \text{ ГэВ}^{-1}$  (см. PDG [9]).

Сечение  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  в диапазоне энергий  $E_{\text{с.м.}} = 3.0\text{--}3.5 \text{ ГэВ}$ , показанное на рисунке 46 (снизу), измерено в этой работе впервые. Диапазон энергий 3.05–3.15 ГэВ вблизи  $J/\psi$ -резонанса исключен из аппроксимации и будет рассмотрен ниже. Для определения уровня нерезонансного сечения в области  $J/\psi$  две экспериментальные точки сечения ниже  $J/\psi$  и две точки выше аппроксимируются линейной функцией, как показано красной линией на рисунке 46 (снизу). В результате при  $E_{\text{с.м.}} = 3.1 \text{ ГэВ}$  получено значение нерезонансного сечения

$$\sigma_{NR} = 0.047 \pm 0.008_{\text{stat}} \pm 0.005_{\text{syst}} \text{ nb}. \quad (2.19)$$

Рассмотрим также вопрос о влиянии детекторного разрешения в восстановлении значения  $m_{2\pi\eta}$  на результат аппроксимации сечения. Дело в том, что функция  $\chi^2$  (2.15), используемая для минимизации, учитывает лишь диагональные значения матрицы ошибок сечения (2.9), но не учитывает всю матрицу. Альтернативный способ основан на замене аппроксимации борновского сечения аппроксимацией видимого: в выражении (2.2) при вычислении сечения вместо  $(dN/dm)_{\text{corr}}$  берутся значения  $dN/dm$ , указанные в таблице 6. При этом видимое сечение флуктуирует независимо в каждой бине  $m_{2\pi\eta}$ , из-за чего в этом варианте не возникает недиагональных элементов в функции минимизации. Однако, здесь вместо функции  $\sigma^{\text{model}}(s)$  (2.13) нужно использовать ее свертку с разрешением  $\int ds' \sigma^{\text{model}}(s') \cdot p(s-s')$ , где  $p(s-s')$  – функция отклика детектора, показанная на рисунке 45 и нормированная на единицу. В данном случае оба способа приводят к практически идентичным значениям параметров модели. Кроме того, разница сечений  $\sigma^{\text{model}}(s)$ , полученных первым и вторым способом, показана на рисунке 52 и составляет меньше чем 0.02 нб, т.е. незначительна.

Сравнение полученных в данной работе значений сечения с результатами других, наиболее точных, экспериментов показано на рисунках 53. На рисун-

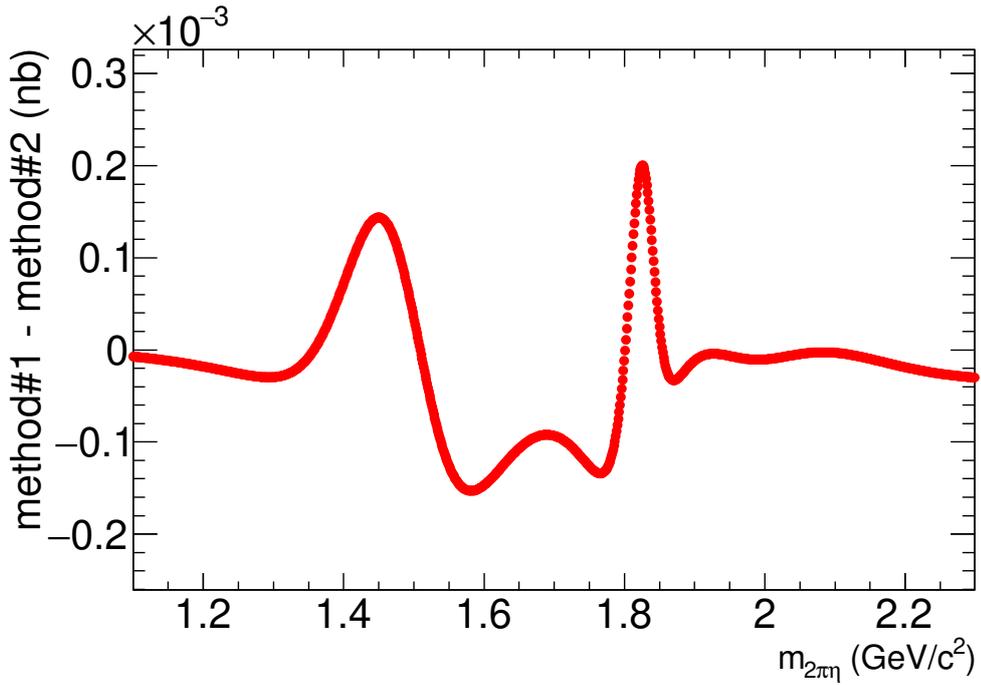


Рис. 52 — Разница моделей ( $\sigma^{model}(s)$ ), полученных при аппроксимации сечений, полученных при помощи  $(dN/dm)_{corr}$  и  $dN/dm$

ках показана относительная разница экспериментальных значений сечений и результата аппроксимации  $\sigma^{model}(s)$ , полученного в Модели №5. Область, закрашенная розовым цветом, показывает величину систематической неопределенности, приведенной в таблице 4. Верхние рисунки демонстрируют сравнение с новосибирскими измерениями на детекторах КМД-3 (слева) и СНД (справа). Заметно небольшое отклонение данных КМД-3 и СНД в области  $\sqrt{s} = 1.55$  ГэВ, а также данных КМД-3 в области выше 1.85 ГэВ. Систематическая неопределенность измерений КМД-3 и СНД в области 1.55 ГэВ составляет 6%, поэтому расхождение не противоречит заявленным систематическим неопределенностям. Нижние рисунки 53 показывают сравнение с измерениями на детекторе *BABAR* в разных модах распада  $\eta$ -мезона. Видно хорошее согласие всех измерений *BABAR*.

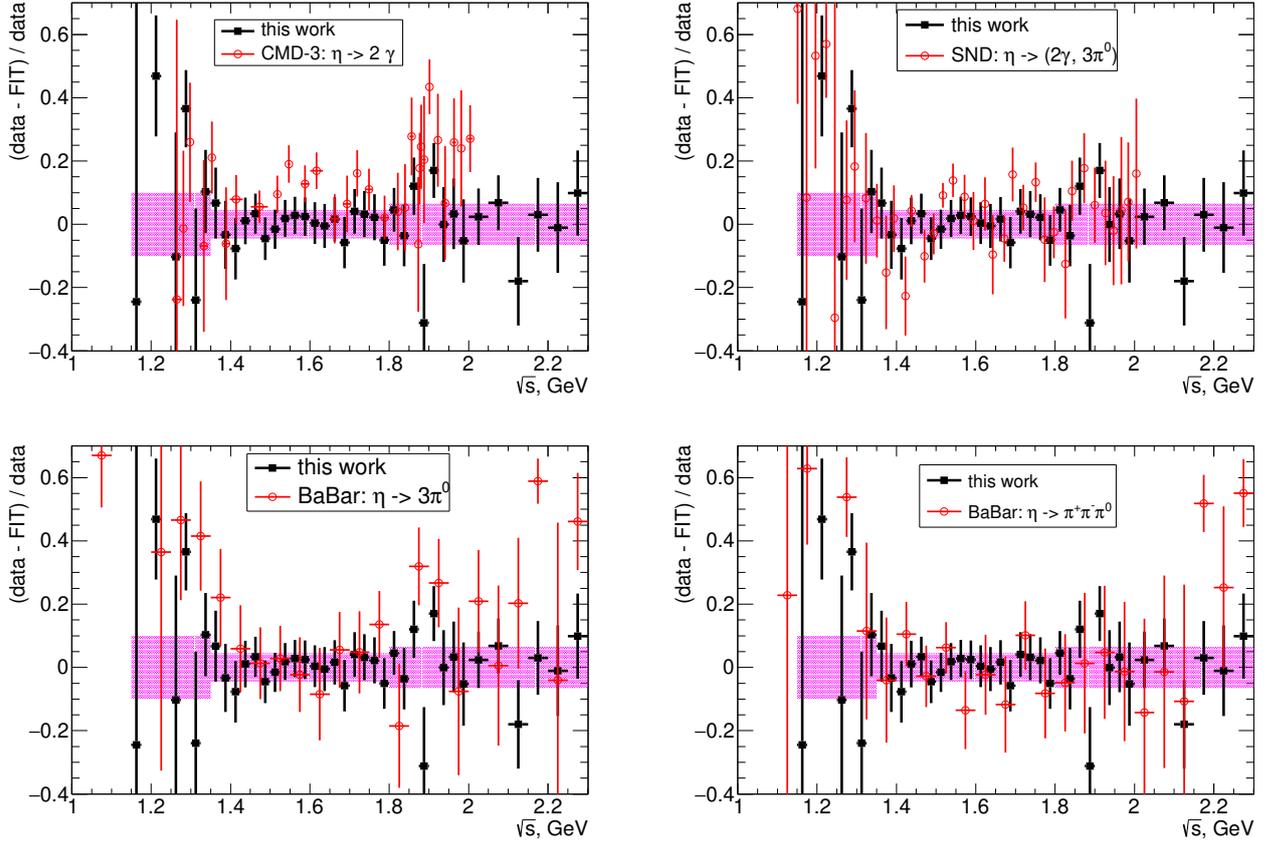


Рис. 53 — Сравнение полученной модели  $\sigma_{\pi^+\pi^-\eta}^{model}(s)$  с различными экспериментальными данными

## 2.9 Проверка гипотезы о сохранении векторного тока

Гипотеза о сохранении векторно тока (CVC) и изоспиновая симметрия позволяют связать сечение изучаемой реакции  $e^+e^- \rightarrow \rho^{0(\prime)} \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  с вероятностью распада  $\tau^\pm$ -лептона  $\tau^\pm \rightarrow \rho^{\pm(\prime)}\nu_\tau \rightarrow \pi^\pm\pi^0\eta\nu_\tau$  [50]. Относительная вероятность распада  $\tau$ -лептона может быть выражена через сечение  $e^+e^-$  аннигиляции как:

$$\frac{B(\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\eta\nu_\tau)}{B(\tau^\pm \rightarrow e^\pm\bar{\nu}_e\nu_\tau)} = \int_{(2m_\pi+m_\eta)^2}^{m_\tau^2} dq^2 \cdot \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta}^{I=1}(q^2) \frac{3|V_{ud}|^2 S_{EW}}{2\pi\alpha_{em}^2} \frac{q^2}{m_\tau^2} \left(1 - \frac{q^2}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + 2\frac{q^2}{m_\tau^2}\right), \quad (2.20)$$

где  $q^2$  – инвариантная масса системы  $\pi^\pm\pi^0\eta$ ;  $|V_{ud}|$  – соответствующий элемент СКМ матрицы;  $S_{EW} = 1.0194$  – фактор, учитывающий электрослабые радиа-

ционные поправки. Для вычислений используются следующие табличные значения [17]:  $m_\tau = 1.77682$  ГэВ/ $c^2$ ,  $B(\tau^\pm \rightarrow e^\pm \bar{\nu}_e \nu_\tau) = 17.83\%$ ,  $V_{ud} = 0.9742$ .

При интегрировании выражения (2.20) используется Модель №5 с четырьмя резонансами для  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta}(q^2)$ , о которых говорилось в главе 2.8. В результате численного вычисления получаются следующие результаты для разных областей интегрирования:

$$\begin{aligned}
 B_{m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.15}^{\tau^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} &= 0.00083\%, \\
 B_{1.15 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 1.35}^{\tau^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} &= (0.0147 \pm 0.0015 \pm 0.0015)\%, \\
 B_{1.35 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < m_\tau}^{\tau^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} &= (0.1460 \pm 0.00245 \pm 0.0065)\%, \\
 B(\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \eta \nu_\tau) &= (0.1616 \pm 0.0026_{stat} \pm \\
 &0.0080_{syst} \pm 0.0011_{model})\% = (0.162 \pm 0.009)\%,
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

где первая неопределенность – статистическая, вторая – систематическая, подсчитанная в соответствии с таблицей 4. Третья, модельная неопределенность оценивается по изменению результатов при использовании различных моделей зависимости сечения от  $q^2$  (см. главу 2.8).

Расчет SVC предсказания вероятности распада  $\tau$ -лептона на основе предыдущего исследования с детектором *BABAR* в моде  $\pi^+\pi^-\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$  [11] приводит к следующему результату:  $B(\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \eta \nu_\tau) = (0.1695 \pm 0.0085_{stat} \pm 0.0136_{syst})\%$ , где часть систематической неопределенности идентична той, что представлена в выражении (2.21) для нового измерения. Учитываются неопределенности в светимости, в эффективности реконструкции треков и фотонов, радиационных поправках, и триггере, которые в сумме составляют 3%. Другие источники систематики из-за вычитания фона и аппроксимации спектров, статистически независимых в старом и новом измерениях, могут быть усреднены. Если объединить оба результата, то получится:  $B(\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \eta \nu_\tau) = (0.163 \pm 0.008)\%$ . На рисунке 54 приведено сравнение этого значения с другими SVC предсказаниями [9],[10]. Маркер "previous" соответствует предсказанию [51] на основе данных до 2000 г. Среднее значение всех предсказаний равно  $\bar{B} = (0.1593 \pm 0.0055)\%$ .

Наиболее точное прямое измерение выполнено с детектором Belle [52]:  $B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \eta \nu_\tau) = (0.135 \pm 0.003 \pm 0.007)\%$ . Это значение меньше  $\bar{B}$  на 2.7 стандартных отклонения. Кроме того, прямое измерение менее точно, чем усредненное SVC предсказание. Сравнение всех прямых измерений с предсказаниями

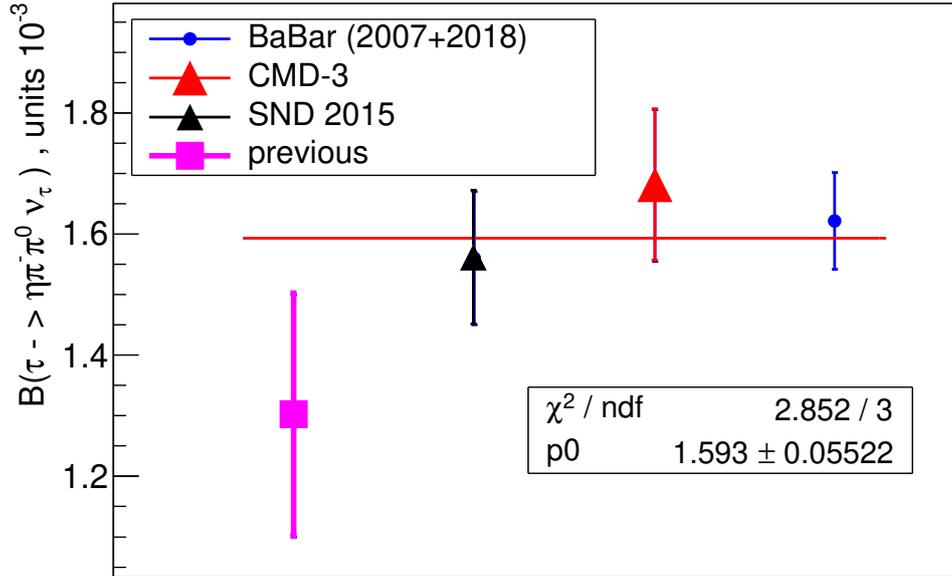


Рис. 54 — Сравнение CVC предсказаний для  $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \eta \nu_\tau$  на основе различных измерений сечения  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$

представлено на рисунке 55. Видно, что на текущий момент точность прямых измерений и CVC предсказаний недостаточна для наблюдения их различия, которое может быть обусловлено, например, эффектами нарушения изоспиновой симметрии.

## 2.10 Вклад в аномальный магнитный момент мюона $a_\mu$

Используя полученные результаты по измерению сечения процесса  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$ , можно определить вклад данной реакции в расчет величины адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона  $a_\mu$ . Данный вклад определяется при  $m_{\pi^+ \pi^- \eta} < 1.8 \text{ ГэВ}/c^2$  с помощью дисперсионного интеграла:

$$\begin{aligned}
 a_\mu^{\pi^+ \pi^- \eta} &= \left( \frac{\alpha_{em} m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{thr}^{(1.8 \text{ GeV})^2} \frac{ds}{s^2} K(s) \times \frac{\sigma(\pi^+ \pi^- \eta) \cdot |1 - \Pi(s)|^2}{\sigma_0(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = \quad (2.22) \\
 &= (1.185 \pm 0.019_{\text{stat}} \pm 0.058_{\text{syst}} \pm 0.002_{\text{VP}}) \times 10^{-10} = (1.185 \pm 0.061) \times 10^{-10}, \\
 K(s) &= \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (s/m_\mu^2)(1-x)},
 \end{aligned}$$

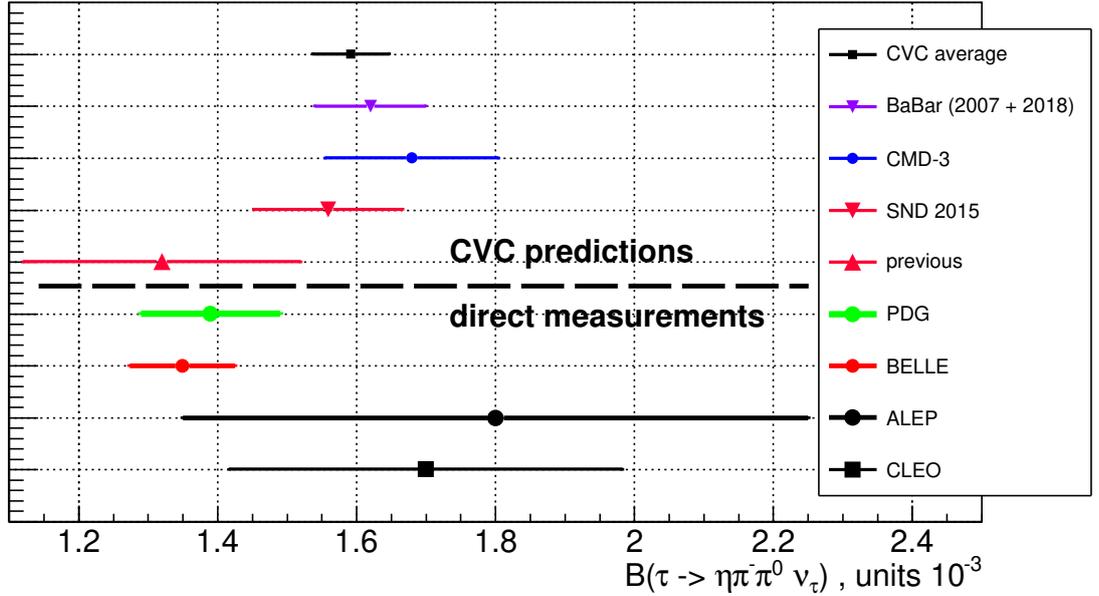


Рис. 55 — Сравнение CVC предсказаний для  $\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \eta \nu_\tau$  с прямыми измерениями

где фактор  $|1 - \Pi(s)|^2$  вычитает эффект лептонной и адронной поляризации вакуума (VP), а борновское сечение рождения пары мюонов  $\sigma_0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3s}$ . Первая неопределенность статистическая, вторая соответствует систематической неопределенности в  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta)$  и третья ошибка соответствует неопределенности в VP и составляет 0.2% [53]). Интегрирование (2.22) проводится с использованием МВД Модели №5 для энергетической зависимости сечения, что обсуждалось выше. С целью уменьшить модельную неопределенность вклад от разницы между точками сечений и моделью вычисляется отдельно трапецидальным методом.

Найденное значение (2.22) согласуется с величиной  $a_\mu^{Davies}(\pi^+\pi^-\eta) = (1.15 \pm 0.10) \times 10^{-10}$ , полученной в 2011 году в работе [15], и имеет большую точность. На данный момент существует несколько сравнительно новых измерений, упомянутых во введении, поэтому вклад изучаемого канала в поляризационный оператор может быть определен с еще более высокой точностью.

## 2.11 Распад $J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$

Спектр сигнальных событий в области массы  $J/\psi$  представлен на рисунке 56 (слева) и аппроксимирован суммой сигнального и фонового распределений. Профиль сигнального распределения зафиксирован из моделирования, а фон предполагается линейным. В результате аппроксимации получено  $N_{J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} = 49 \pm 9$  событий распада  $J/\psi$ . Данное число сигнальных событий используется для вычисления произведения электронной ширины и вероятности распада  $J/\psi$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_{J/\psi \rightarrow e^+e^-} B_{J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} &= \frac{N_{J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} \cdot m_{J/\psi}^2}{6\pi^2 \cdot dL/dE_{\text{с.м.}} \cdot \varepsilon(m_{J/\psi})} = \\ &= (2.34 \pm 0.43_{\text{stat}} \pm 0.16_{\text{syst}}) \text{ eV}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

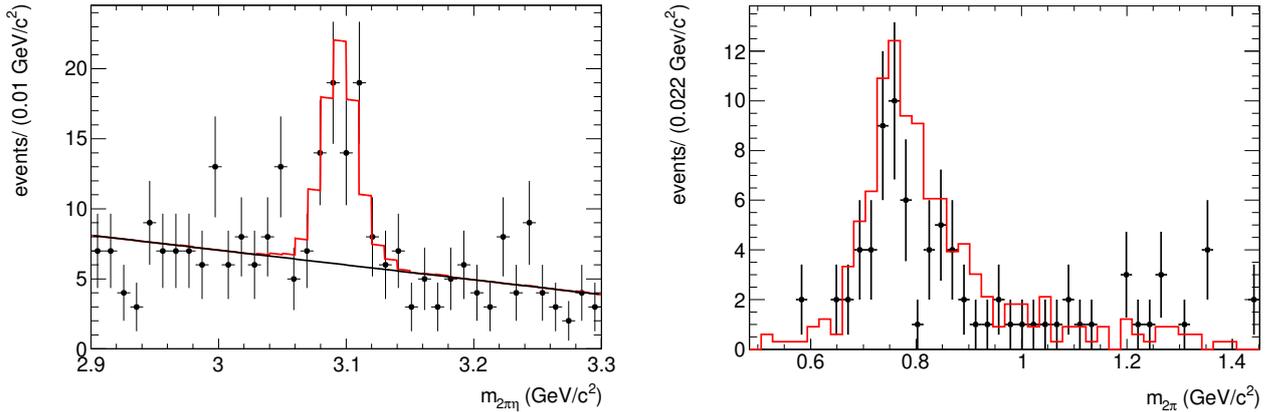


Рис. 56 — Спектр инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  (слева) и  $\pi^+\pi^-$  (справа) в области масс  $J/\psi$ -мезона

Используя PDG табличное значение для ширины распада  $J/\psi$  на электронно-позитронную пару ( $5.55 \pm 0.14$  эВ [17]), можно определить значение вероятности распада

$$B(J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta) = (0.042 \pm 0.008)\%, \quad (2.24)$$

которое превосходит по точности предыдущее измерение *BABAR*:  $B_{J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} = (0.040 \pm 0.017)\%$  [17].

Рисунок 56 (справа) показывает распределение по инвариантной массе двух пионов в диапазоне  $3.05 < m_{\pi^+\pi^-\eta} < 3.15$  ГэВ/ $c^2$ . Для подавления фоновых процессов для событий на этом рисунке применено более жесткое условие

на инвариантную массу двух фотонов  $|m_{2\gamma} - m_\eta| < 0.03 \text{ ГэВ}/c^2$ . Точки с ошибками демонстрируют эксперимент, гистограмма - моделирование. В последнем, как обсуждалось, используется модель рождения сигнальных событий через промежуточное состояние  $\rho(770)\eta$ . Отличие данных и моделирования в спектре масс  $m_{\pi^+\pi^-}$  вблизи  $0.8 \text{ ГэВ}/c^2$  может быть объяснено интерференцией с вкладом изоскалярного  $\omega$ -мезона, что наблюдалось в предыдущих экспериментах DM2 [54] и MARK3 [55].

G-четность состояния  $\pi^+\pi^-\eta$  равна  $+1$ , в то время как  $G(J/\psi) = -1$ . Следовательно, переход путем сильного взаимодействия  $J/\psi$  в сигнальное конечное состояние значительно подавлен, и доминируют электромагнитные переходы, не сохраняющие G-четность:  $J/\psi \rightarrow \gamma^* \rightarrow \rho\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  или  $J/\psi \rightarrow \omega\eta \rightarrow \gamma^*\eta \rightarrow \rho\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ . Если предположить, что за пределами пика  $J/\psi$  резонанса основным промежуточным процессом является  $e^+e^- \rightarrow \rho\eta$ , то справедливо следующее соотношение:

$$\frac{B(J/\psi \rightarrow \rho(770)\eta)/B(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma_c(e^+e^- \rightarrow \rho(770)\eta)/\sigma_c(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad (2.25)$$

где  $\sigma_c(e^+e^- \rightarrow \rho(770)\eta)$  – сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\eta$  при  $\sqrt{s} = m_{J/\psi}$  в континууме, т.е. нерезонансная подложка, как определено в 2.19, а  $\sigma_c(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3m_{J/\psi}^2}$ . Используя димюонную вероятность распада  $J/\psi$ -мезона из PDG, получается следующий результат

$$\begin{aligned} B(J/\psi \rightarrow \rho(770)\eta) &= \frac{3m_{J/\psi}^2}{4\pi\alpha_{em}^2} B(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) \\ &\times \sigma_c(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta) = (3.1 \pm 0.6) \times 10^{-4}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Данная величина не противоречит более точному табличному значению PDG [17]  $B_{J/\psi \rightarrow \rho\eta} = (1.9 \pm 0.2) \times 10^{-4}$ .

### Глава 3. Измерение переходного формфактора $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'(958)$

#### 3.1 Вступление

Переходной формфактор (ПФФ)  $\eta'$ -мезона изучается с помощью реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ , изображенной на рисунке 57. Как показано ранее в выражении (1), ПФФ определен как функция от передачи импульсов фотонов при амплитуде взаимодействия псевдоскалярного поля с фотонами ( $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$ ):

$$T = -i4\pi\alpha\epsilon_{\mu\nu\beta\gamma}\epsilon_1^\mu\epsilon_2^\nu q_1^\beta q_2^\gamma F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2).$$

Везде ниже предполагается, что ПФФ является вещественной функцией. В данной работе выполнено измерение ПФФ  $\eta'$ -мезона ( $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$ ) в широком диапазоне квадратов импульсов обоих фотонов при  $2 < Q_{1,2}^2 < 60 \text{ ГэВ}^2$ . Это первое измерение формфактора псевдоскалярного мезона в дважды виртуальной пространственноподобной области.

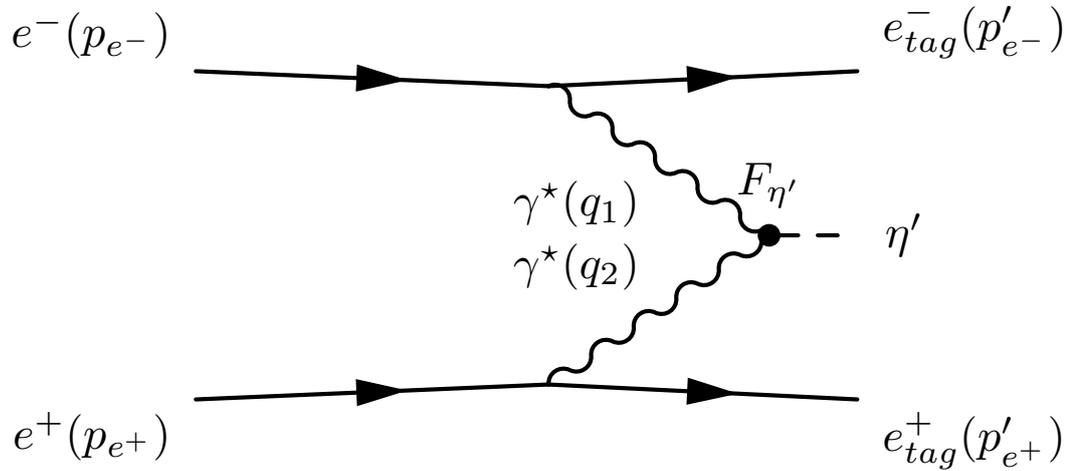


Рис. 57 — Фейнмановская диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$

Для извлечения ПФФ проводится измерение дифференциального сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  с регистрацией (тагированием) обоих электронов<sup>1</sup>. Зарегистрированные электроны излучают виртуальные фотоны с передачами импульсов:  $q_{e^+}^2 = -Q_{e^+}^2 = (p_{e^+} - p'_{e^+})^2$  и  $q_{e^-}^2 = -Q_{e^-}^2 = (p_{e^-} - p'_{e^-})^2$ , где  $p_{e^\pm}$

<sup>1</sup> В нижеследующем описании термин "электрон" используется одновременно как для электрона, так и для позитрона.

и  $p'_{e\pm}$  – четырех-импульсы начальных и конечных электронов соответственно. Виртуальные фотоны от электронов и позитронов идентичны, т.е.  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2) = F_{\eta'}(Q_2^2, Q_1^2)$ , и для дальнейшего описания используются обозначения:

$$Q_1^2 = \max(Q_{e^+}^2, Q_{e^-}^2), Q_2^2 = \min(Q_{e^+}^2, Q_{e^-}^2). \quad (3.1)$$

Существует множество теоретических предсказаний поведения ПФФ псевдоскалярных мезонов с одним или двумя виртуальными фотонами  $F_P(Q_1^2, 0)$  и  $F_P(Q_1^2, Q_2^2)$  в зависимости от передачи импульсов фотонами (см., например, работы [56, 57, 58, 59]). Рассмотрение процесса двухфотонного рождения мезона в рамках КХД состоит из двух частей, "жесткой" и "мягкой" [57]. "Жесткая" стадия происходит на малых расстояниях и заключается в переходе пары фотонов в кварк-антикварковую пару, которая затем в "мягкой" стадии адронизуется в мезон. В рамках другой широко используемой модели – МВД взаимодействие мезона с фотонными полями происходит посредством промежуточных векторных мезонов с квантовыми числами фотонов [60, 61, 62]. Древесные Фейнмановские диаграммы для этих моделей представлены на рисунке 58. В случае, когда лишь один фотон находится вне массовой поверхности, согласно КХД и МВД асимптотический характер ПФФ ведет себя как  $F_P(Q^2, 0) \sim 1/Q^2$  при  $Q^2 \rightarrow \infty$ . Однако, если оба фотона виртуальные ( $Q_{1,2} \gg 0$ ), асимптотические предсказания КХД и МВД моделей отличаются, а именно  $F(Q_1^2, Q_2^2) \sim 1/(Q_1^2 + Q_2^2)$  для КХД и  $F(Q_1^2, Q_2^2) \sim 1/(Q_1^2 Q_2^2)$  для МВД.

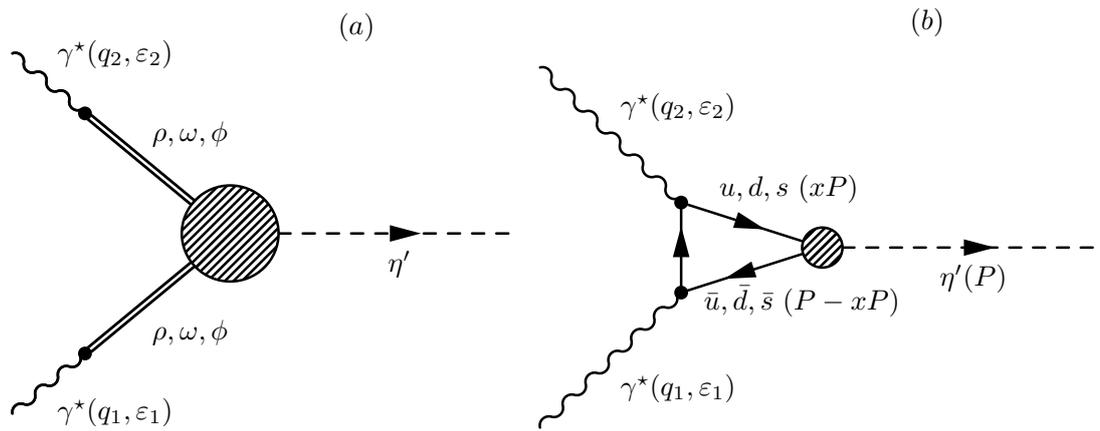


Рис. 58 — Диаграмма Фейнмана для процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \eta'$  в рамках МВД (слева) и КХД (справа)

### 3.2 Теоретические представления ПФФ $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$

Вследствие смешивания  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов волновая функция  $\eta'$  может быть представлена как суперпозиция двух-кварковых состояний [63] в кварк-ароматном базисе:

$$|\eta'\rangle = \sin \phi |n\rangle + \cos \phi |s\rangle, \quad (3.2)$$

где

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\bar{u}u\rangle + |\bar{d}d\rangle), \quad |s\rangle = |\bar{s}s\rangle. \quad (3.3)$$

В качестве параметра смешивания  $\phi$  используется значение  $\phi = (37.7 \pm 0.7)^\circ$  [64], определенное из соотношения двухфотонных ширин мезонов и с помощью аппроксимации зависимостей  $F_\eta(Q^2, 0)$  и  $F_{\eta'}(Q^2, 0)$ . Из соотношения (3.2) следует, что ПФФ  $\eta'$ -мезона связан с формфакторами состояний  $|n\rangle$  и  $|s\rangle$  таким образом:

$$F_{\eta'} = \sin \phi F_n + \cos \phi F_s. \quad (3.4)$$

При больших значениях виртуальности одного или обоих фотонов КХД предсказывает, что  $F_n$  и  $F_s$  могут быть представлены как свертка амплитуды "жесткого" рассеяния  $T_H$  и непертурбативной амплитуды распределения  $\Phi_{n,s}$ :

$$F_{n,s}(Q_1^2, Q_2^2) = \int_0^1 T_H(x, Q_1^2, Q_2^2, \mu) \Phi_{n,s}(x, \mu) dx, \quad (3.5)$$

где  $x$  – часть продольного момента импульса мезона, переносимого кварком, участвующим в жестком рассеянии на виртуальном фотоне. В качестве масштаба перенормировки  $\mu$  в  $T_H$  используется значение  $\mu^2 = Q^2 = Q_1^2 + Q_2^2$  [65]. Для асимптотических форм  $\Phi_{n,s}$  используется выражение из статьи [26]:

$$\Phi_{n,s} = 2C_{n,s} f_{n,s} 6x(1-x) (1 + O(\Lambda_{QCD}^2/\mu^2)), \quad (3.6)$$

в котором зарядовые факторы  $C_n = 5/(9\sqrt{2})$  и  $C_s = 1/9$ , константы слабого распада для состояний  $|n\rangle$  и  $|s\rangle$   $f_n = (1.08 \pm 0.04)f_\pi$  и  $f_s = (1.25 \pm 0.08)f_\pi$  [64],  $f_\pi = 130.4 \pm 0.2$  МэВ – константа распада пиона, и  $\Lambda_{QCD}$  – параметр масштаба КХД.

Амплитуда "жесткой" части  $T_H(x, Q_1^2, Q_2^2)$  может быть представлена в виде

$$T_H(x, Q_1^2, Q_2^2) = \frac{1}{2} \frac{1}{xQ_1^2 + (1-x)Q_2^2} \cdot \left( 1 + C_F \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} t(x, Q_1^2, Q_2^2) \right) + (x \rightarrow 1-x) + O(\alpha_s^2) + O(\Lambda_{QCD}^4/Q^4), \quad (3.7)$$

где  $(x \rightarrow 1 - x)$  означает замену  $x$  в первом слагаемом на  $1 - x$  во втором,  $\alpha_s(\mu^2)$  – постоянная сильного взаимодействия и цветовой фактор  $C_F = (n_c^2 - 1)/(2n_c) = 4/3$ . Главное приближение (LO) в формуле (3.7) соответствует случаю, когда  $t(x, Q_1^2, Q_2^2) = 0$ . Выражение для члена, следующего за главным, (NLO)  $t(x, Q_1^2, Q_2^2)$  есть, например, в работе [65]. Объединяя выражения (3.4) – (3.7) можно получить мастер формулу для КХД предсказания ПФФ  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$  при больших  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$  в виде:

$$F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2) = \left( \frac{5\sqrt{2}}{9} f_n \sin \phi + \frac{2}{9} f_s \cos \phi \right) \int_0^1 dx \frac{1}{2} \frac{6x(1-x)}{xQ_1^2 + (1-x)Q_2^2} \cdot \left( 1 + C_F \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} t(x, Q_1^2, Q_2^2) \right) + (x \rightarrow 1 - x). \quad (3.8)$$

Относительная разница формфакторов  $\delta_{NLO} = \frac{F_{\eta'}^{NLO} - F_{\eta'}^{LO}}{F_{\eta'}^{NLO}}$  представлена на рисунке 59 в диапазоне виртуальностей  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60 \text{ ГэВ}^2$ , в котором и производится экспериментальное исследование, описанное ниже. Видно, что при малых виртуальностях, где КХД перестает быть пертурбативной теорией, NLO поправка растет и составляет 6–10%, а значит следующие за NLO члены теории возмущений КХД являются также значимыми.

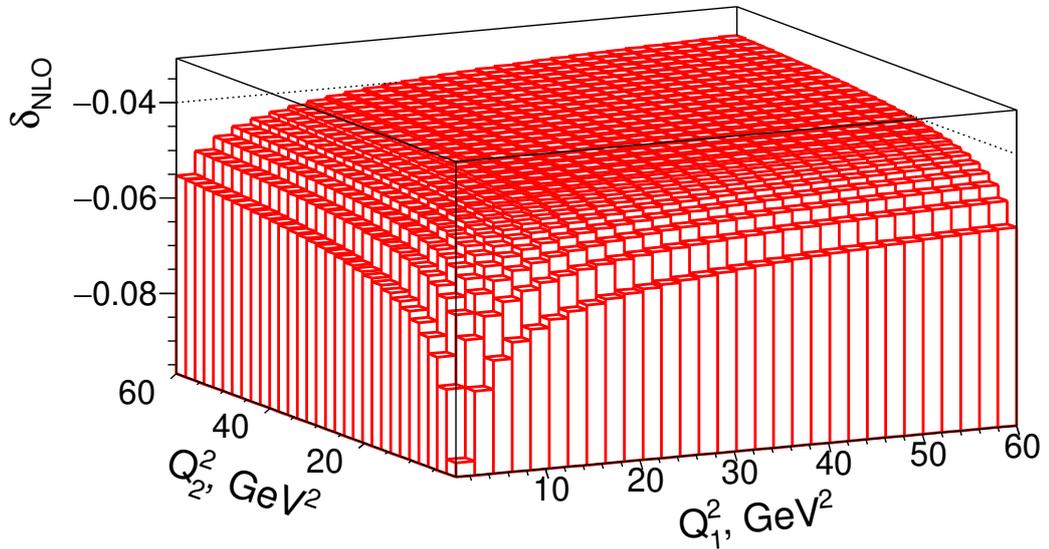


Рис. 59 — Относительная разница между ПФФ  $\eta'$ -мезона в NLO и LO приближениях в диапазоне виртуальностей  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60 \text{ ГэВ}^2$

Множество теоретических усилий было направлено на определение формы амплитуд распределения псевдоскалярных мезонов [26, 65, 66, 67, 68]. В отличие от случая, когда один фотон находится на массовой поверхности, ПФФ

при двух виртуальных фотонах гораздо меньше зависит от формы амплитуды распределения, потому что амплитуда (3.7) регулярна при  $x = 0$  и  $x = 1$ . Рисунок 60 демонстрирует распределение величины  $\delta_{DA} = \frac{F_{\eta'}^{\Phi_{n,s}} - F_{\eta'}^{\Phi_{n,s}=\text{const}}}{F_{\eta'}^{\Phi_{n,s}}}$ , где  $F_{\eta'}^{\Phi_{n,s}}$  вычисляется с помощью формы амплитуды распределения, пропорциональной  $x(1-x)$ , как указано в выражении (3.6), в то время как формфактор  $F_{\eta'}^{\Phi_{n,s}=\text{const}}$  определен при фиксированной амплитуде распределения. Спектр на рисунке 60 показан в диапазоне виртуальностей  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60 \text{ ГэВ}^2$ . Линиями тут обозначены области, которые будут ниже в данной работе рассматриваться отдельно. В области диагонали  $Q_1^2 \approx Q_2^2$  величина  $\delta_{DA}$  близка к нулю, что обусловлено сокращением двух слагаемых  $xQ_1^2$  и  $xQ_2^2$  в знаменателе функции  $T_H(x, Q_1^2, Q_2^2)$  (3.7). Максимальное значение  $\delta_{DA}$  достигается при наибольшей асимметрии  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$  и составляет порядка 38%. Таким образом, в настоящей работе есть области виртуальностей, в которых формфактор практически не зависит от выбора формы амплитуды распределения, а также имеются области, в которых выбор этой формы существенно меняет предсказания КХД.

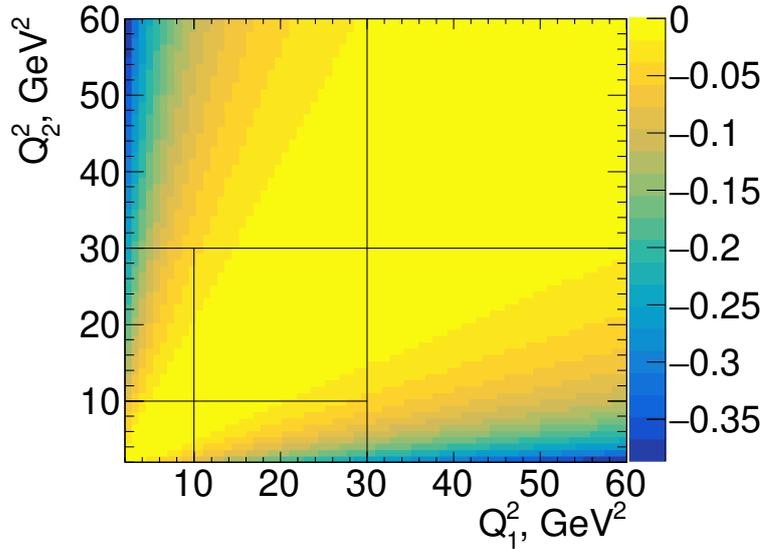


Рис. 60 — Относительная разница  $\delta_{DA}$  между ПФФ  $\eta'$ -мезона с учетом разных форм амплитуд распределения  $\Phi_{n,s}$

Сравнение выражения (3.8) с экспериментальными данными по формфактору  $\eta'$ -мезона с одним фотоном на массовой поверхности показано на рисунке 61, где предсказания в NLO и LO приближениях демонстрируются сплошной и пунктирной линиями соответственно. Желтая область на рисунке определяется неопределенностями в параметрах  $f_n$ ,  $f_s$ ,  $\phi$ , представленных выше в (3.2) и (3.6). Видно, что с учетом модельной и экспериментальных ошибок форму-

ла (3.8) согласуется с экспериментальными данными при  $Q^2 > 8 \text{ ГэВ}^2$ . При меньших значениях виртуальностей требуются следующие за NLO члены теории возмущения. Некоторое превышение сплошной кривой на рисунке 61 относительно экспериментальных данных может быть объяснено разными причинами [25], например, вкладом глюонной компоненты в волновой функции  $\eta'$ -мезона или некорректными формами амплитуд распределения  $\Phi_{n,s}$ .

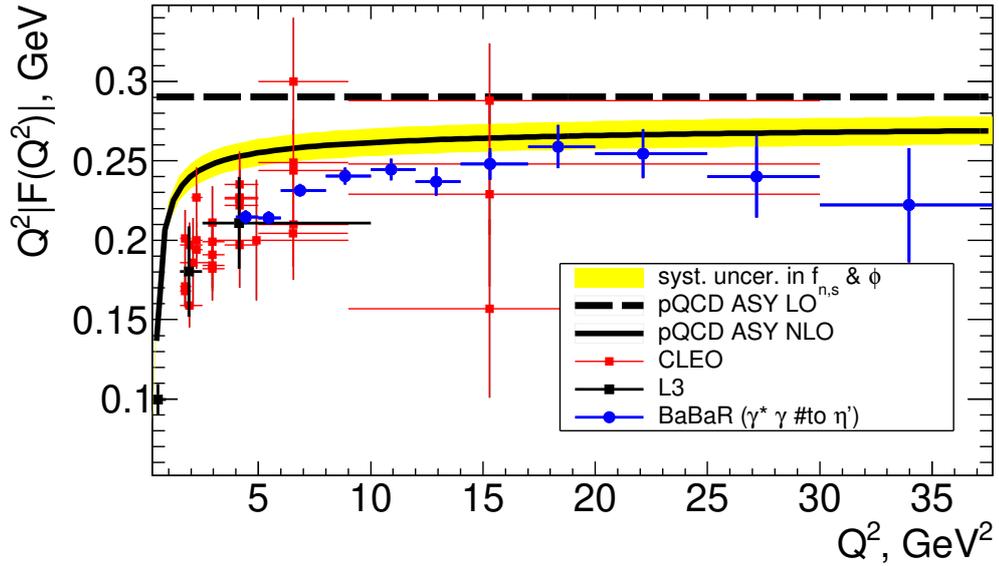


Рис. 61 — Переходный формфактор  $\eta'$ -мезона  $F_{\eta'}(Q^2, 0)$  в зависимости от виртуальности в сравнении с предсказаниями с КХД

В соответствии с моделью векторной доминантности (МВД) [69] взаимодействие поля псевдоскалярного мезона с полем фотонов происходит посредством векторных мезонов-резонансов, как проиллюстрировано слева на рисунке 58. Такое представление по своей конструкции должно выполняться в непосредственной близости от резонансов во времениподобной области. Однако интересно проследить область применимости этой модели для ПФФ, который может быть представлен в следующем виде для случая с одним виртуальным фотоном:

$$F_{\eta'}(Q^2, 0) = \frac{F_{\eta'}(0, 0)}{\sum_V \frac{f_{\eta'V\gamma}}{f_{V\gamma}}} \cdot \sum_V \frac{\frac{f_{\eta'V\gamma}}{f_{V\gamma}} \cdot M_V^2}{M_V^2 + Q^2 - iM_V\Gamma_V(Q^2)}, \quad (3.9)$$

где суммирование производится по всем векторным мезонам,  $f_{\eta'V\gamma}$  — константа взаимодействия поля  $\eta'$ -мезона с фотоном и векторным мезоном,  $f_{V\gamma}$  — константа перехода векторного мезона в фотон,  $M_V$  и  $\Gamma_V(Q^2)$  — масса и ширина векторного мезона. Константа  $f_{V\gamma}$  может быть извлечена из ширины распада

векторного мезона на электрон-позитронную пару:

$$\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 m_V}{3 f_{V\gamma}^2}. \quad (3.10)$$

Если рассмотреть только вклады первых трех векторных резонансов  $\rho(770)$ ,  $\omega(782)$  и  $\phi(1020)$ , то из следующих значений электронных ширин [17]:  $\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-) = 7.04 \pm 0.06$  кэВ,  $\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-) = 0.60 \pm 0.02$  кэВ и  $\Gamma(\phi \rightarrow e^+e^-) = 1.27 \pm 0.04$  кэВ, следует соотношение для констант:  $\frac{1}{|f_{\rho\gamma}|} : \frac{1}{|f_{\omega\gamma}|} : \frac{1}{|f_{\phi\gamma}|} = 1 : (0.29 \pm 0.05) : (0.42 \pm 0.01)$ , что согласуется с представлением о кварковом составе векторных мезонов и предсказанием на основе SU(3) симметрии [70]:  $\frac{1}{f_{\rho\gamma}} : \frac{1}{f_{\omega\gamma}} : \frac{1}{f_{\phi\gamma}} = 1 : 1/3 : -\sqrt{2}/3$ . Отсюда видно, что вклад  $\phi$ -мезона входит со знаком минус.

Константы связи  $f_{\eta'V\gamma}$  могут быть оценены из ширин распада [17]  $\Gamma(\eta' \rightarrow \rho\gamma) = 58.3 \pm 2.9$  кэВ,  $\Gamma(\eta' \rightarrow \omega\gamma) = 5.5 \pm 0.5$  кэВ и  $\Gamma(\phi \rightarrow \eta'\gamma) = 0.26 \pm 0.01$  кэВ таким образом:

$$\Gamma(\phi \rightarrow \eta'\gamma) = \frac{g_{\phi\eta'\gamma}^2 (m_\phi^2 - m_{\eta'}^2)^3}{96\pi m_\phi^5}, \quad (3.11)$$

$$\Gamma(\eta' \rightarrow V\gamma) = \frac{g_{\eta'V\gamma}^2 (m_{\eta'}^2 - m_V^2)^3}{32\pi m_{\eta'}^5}. \quad (3.12)$$

Отсюда следует соотношение  $g_{\eta'\rho\gamma} : g_{\eta'\omega\gamma} : g_{\eta'\phi\gamma} = 1 : (0.34 \pm 0.02) : (0.17 \pm 0.01)$ . Значения масс и ширин  $\rho(770)$ ,  $\omega(782)$  и  $\phi(1020)$  взяты из PDG [17]. Зависимость ширины  $\rho(770)$ -мезона параметризована в виде [70]:

$$\Gamma_\rho(Q^2) = \Gamma_\rho \frac{m_\rho}{\sqrt{-Q^2}} \left( \frac{-Q^2 - 4m_\pi^2}{m_\rho^2 - 4m_\pi^2} \right)^{3/2}, \quad Q^2 \leq -4m_\pi^2, \quad (3.13)$$

$$\Gamma_\rho(Q^2) = 0, \quad Q^2 > -4m_\pi^2.$$

Значение  $F_{\eta'}(0,0)$  можно определить из ширины двухфотонного распада  $\eta'$ -мезона  $\Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma} = 4.30 \pm 0.16$  кэВ [17], используя соотношение [26]:

$$F(0,0) = \sqrt{\frac{4\Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma}}{\pi\alpha^2 m_{\eta'}^3}} = 0.342 \pm 0.006 \text{ GeV}^{-1}. \quad (3.14)$$

Сравнение МВД модели (3.9) с экспериментальными данными показано пунктирной линией на рисунке 62. Представленные измерения во времениподобной области ( $Q^2 < 0$ ) произведены в реакции однофотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \eta'\gamma$  [18] с детектором BABAR при  $Q^2 = -112$  ГэВ<sup>2</sup> и в реакции каскадного распада  $J/\psi \rightarrow \eta'\gamma \rightarrow \gamma e^+e^-\gamma$  [19] с детектором BESIII при

$Q^2 = -(0.8-0) \text{ ГэВ}^2$ . Пространственноподобная область ( $Q^2 > 0$ ) изучалась в реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta'e^+e^-$  и представлена на рисунке 62 измерениями с детекторами L3 [24], CLEO [23] и *BABAR* [25]. Видно, что пунктирная линия корректно описывает поведение ПФФ во всем диапазоне виртуальностей несмотря на то, что параметры МВД-модели были зафиксированы в узком диапазоне  $Q^2$ .

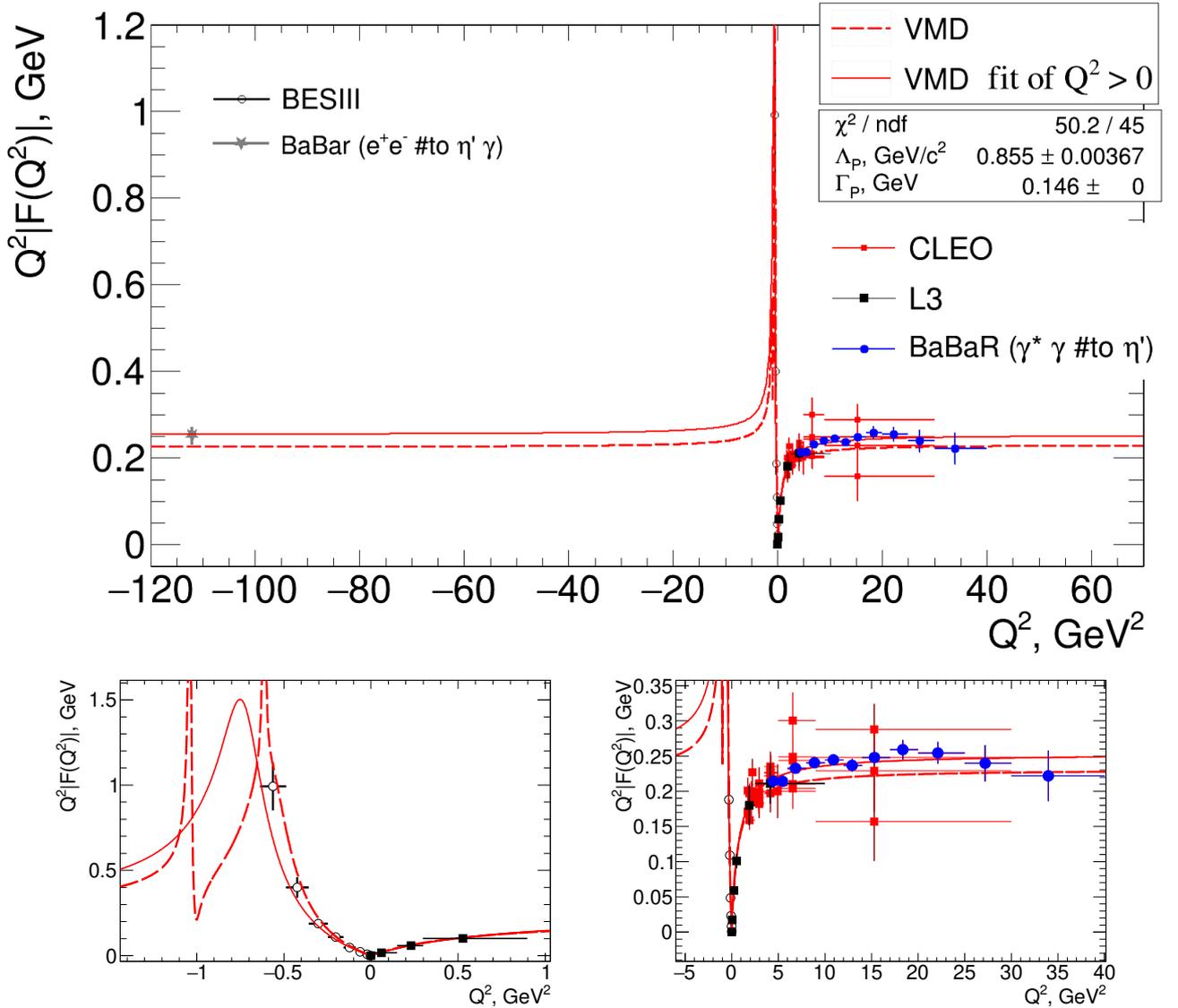


Рис. 62 — Сравнение экспериментальных данных  $F_{\eta'}(Q^2,0)$  с предсказанием МВД (см. текст)

Сплошной кривой на рисунке 62 показана аппроксимация экспериментальных точек в области  $Q^2 > 0$  формой, суммарно описывающей вклад всех резонансов:

$$F_{\eta'}(Q^2,0) = Q^2 \cdot \frac{F_{\eta'}(0,0)}{(1 + Q_1^2/\Lambda_P^2)} \quad (3.15)$$

Аппроксимация приводит к следующим значениям  $\chi^2$  и массового параметра:  $\chi^2/ndf = 50/45$  и  $\Lambda_P = 0.855 \pm 0.004$  ГэВ/с<sup>2</sup>. Данное значение  $\Lambda_P$  согласуется с результатами, полученными в работе [64]. Выражение (3.15) может быть продолжено во времениподобную область ( $Q^2 < 0$ ), где рождаются реальные резонансы, следующим образом:

$$F_{\eta'}(Q^2, 0) = |Q^2| \cdot F_{\eta'}(0, 0) \sqrt{\frac{\Lambda_P^2(\Lambda_P^2 + \Gamma_P^2)}{(\Lambda_P^2 + Q^2)^2 + \Lambda_P^2\Gamma_P^2}}. \quad (3.16)$$

Здесь в качестве ширины резонанса взята ширина  $\rho(770)$ -мезона  $\Gamma_\rho = 146$  МэВ. Функция (3.16) показана на рисунке 62 сплошной линией. Видно, что аппроксимация в области  $Q^2 > 0$  описывает, хотя и грубо, поведение экспериментальных данных в области  $Q^2 < 0$ . Конечно, в области малых отрицательных  $Q^2$ , где ярко выражен многорезонансный характер, формула (3.16) не описывает корректно данные с эксперимента BESIII.

В области, где оба фотона находятся вне массовой поверхности ( $Q_{1,2}^2 > 0$ ), следует ожидать, что формфактор можно представить в факторизованном виде:

$$F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2) = \frac{F_{\eta'}(0, 0)}{(1 + Q_1^2/\Lambda_P^2)(1 + Q_2^2/\Lambda_P^2)}. \quad (3.17)$$

Данный вид формфактора псевдоскалярных мезонов активно используется при расчетах процессов взаимодействия мезонов с электромагнитным полем. Очень сложно определить область применимости выражения (3.17), хотя, когда один из фотонов реальный, такое представление ПФФ, как было показано выше, справедливо в очень широком диапазоне виртуальностей.

### 3.3 Моделирование двухфотонных процессов

МС моделирование сигнального процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  производится с помощью генератора GGResRc [74]. Ввиду того, что распределение по  $Q_{e^-}^2, Q_{e^+}^2$  сильно пиковано в области малых значений, генерация событий выполняется с требованием  $Q_{e^-}^2(Q_{e^+}^2) > 2$  ГэВ<sup>2</sup>, чтобы эффективно моделировать события, реконструируемые детектором. Последнее требование примерно соответствует пределу геометрической эффективности регистрации таггированных электро-

нов. ПФФ в моделировании заложен постоянным и равным  $F(0,0) = 0.342$  ГэВ<sup>-1</sup>.

Генератор GGResRc учитывает радиационные поправки к борновскому сечению в главном (LO) и в следующем за главным (NLO) приближениях в соответствии с работой [75]. В частности, производится генерация дополнительных фотонов, испущенных как начальными (ISR), так и рассеянными (FSR) электронами. Максимально допустимая энергия в с.ц.м. для ISR фотонов составляет  $0.05 \cdot \sqrt{s}$ , где  $\sqrt{s}$  – суммарная энергия начальной  $e^+e^-$  пары в с.ц.м.

Суммарно было сгенерировано 194801 сигнальное событие  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta' \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\eta \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ . Полное сечение, подсчитанное в моделировании, составляет  $(688 \pm 5) \times 10^{-5}$  нб в области  $Q_{e^+}^2, Q_{e^-}^2 > 2$  ГэВ<sup>2</sup>. События моделирования обрабатываются тем же пакетом программ реконструкции, что и данные. Эти события используются для выбора оптимальных критериев отбора и определения эффективности регистрации.

### 3.4 Отбор сигнальных событий

Цепочка распада  $\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta \rightarrow \pi^+\pi^-2\gamma$  используется для реконструкции  $\eta'$ -мезона, который в совокупности с зарегистрированными рассеянными электронами образует кандидат в сигнальное событие. При отборе событий-кандидатов выбираются те, которые содержат, как минимум, четыре реконструированных трека и два фотона. Требуется, чтобы треки проходили от места встречи в пределах 2.5 см вдоль линии пучков и в 1.5 см в поперечной плоскости. Также необходимо, чтобы поперечный импульс каждого трека был больше 50 МэВ/с. Алгоритм разделения электронов и пионов и других частиц основан на информации с черенковского детектора, электромагнитного калориметра и трековой системы. Необходимо, чтобы в каждом событии были найдены, как минимум, два электрона и два пиона. Эффективность алгоритма идентификации электронов превышает 98%, при этом около 10% пионов ошибочно идентифицируются как электроны. Эффективность алгоритма идентификации пионов также около 98% при 7% ошибочно идентифицированных электронах.

Для восстановления части энергии электронов, потерянной ввиду тормозного излучения, энергия всех реконструированных кластеров в электромагнит-

ном калориметре в районе 35 и 50 мрад в полярном и азимутальном направлениях вылета электрона, соответственно, суммируется с реконструированной энергией электрона. Минимально допустимая энергия электронов составляет 0.2 ГэВ в с.ц.м. Минимально разрешенная энергия кандидатов в фотоны составляет 30 МэВ.

Для предварительного отбора событий используется разработанная для эксперимента *BABAR* процедура выделения требуемых кандидатов. В рамках этой процедуры в каждом событии перебираются все пары фотонов. Пара фотонов образует кандидат в  $\eta$ -мезон, если инвариантная масса пары находится в диапазоне 0.45–0.65 ГэВ/ $c^2$ . Измеренные углы вылета и энергии фотонов используются в процедуре кинематической реконструкции с требованием  $m_{2\gamma} = m_\eta$ , что позволяет уточнить значения импульса и углов  $\eta$ -мезона.

Кандидат в  $\eta'$ -мезон составляется из двух противоположно заряженных кандидатов в пионы и кандидата в  $\eta$ -мезон. Инвариантная масса кандидата в  $\eta'$ -мезон,  $m_{\pi^+\pi^-\eta}$ , до кинематической реконструкции должна находиться в диапазоне 0.90–1.02 ГэВ/ $c^2$ . Параметры кандидатов в пионы и уточненные параметры  $\eta$ -мезона используются в последующей процедуре кинематической реконструкции с условием  $m_{\pi^+\pi^-\eta} = m_{\eta'}$ .

Для отбора кандидатов в исследуемый процесс и подавления фона требуется, чтобы модуль полного реконструированного импульса системы  $e^+e^-\eta'$   $P_{e^+e^-\eta'}$  был меньше 0.35 ГэВ/ $c$ , а полная энергия  $e^+e^-\eta'$  находилась в диапазоне 10.30–10.65 ГэВ, как показано стрелками на рисунке 63. Примерно в 10% всех отобранных событий найдено более одного кандидата в  $\eta'$ -мезон или более двух кандидатов в рассеянные  $e^+$  и  $e^-$ . Для дальнейшего анализа выбран тот кандидат, который отвечает наименьшему значению полного импульса системы  $e^+e^-\eta'$  в с.ц.м. Этот выбор, согласно моделированию, более чем в 99.6% случаев из всех отобранных событий отвечает правильной комбинации кандидатов.

Следующий отбор направлен на подавление событий процессов КЭД, когда из-за ошибок в идентификации вместо пионов в событии присутствует электрон-позитронная пара из процесса двойного электророждения. Накладываемое условие связано с реконструированной энергией кандидатов в рассеянные электроны. Спектр энергий  $E_{e^+}$  в зависимости от  $E_{e^-}$  показан на рисунке 64 для экспериментальных событий (слева) и моделирования сигнала (справа). Линией показана граница примененных условий отбора. События, лежащие правее и выше границы, исключаются из дальнейшего рассмотрения.

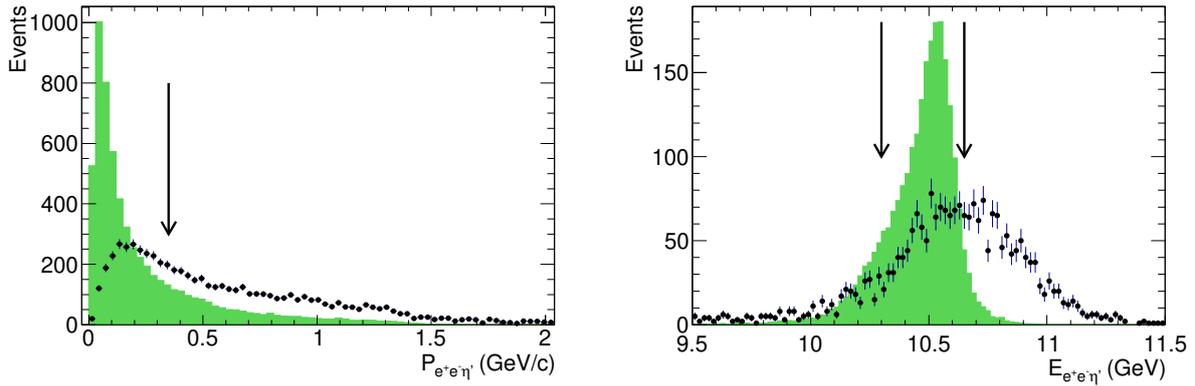


Рис. 63 — Распределение по полному импульсу (слева) и полной энергии (справа) системы  $e^+e^-\eta'$  в с.ц.м. Точки с ошибками демонстрируют экспериментальные спектры, закрашенные гистограммы – сигнальное моделирование. Количество событий в гистограммах моделирования нормировано на число событий в эксперименте. События с  $P_{e^+e^-\eta'} > 0.35$  ГэВ/с,  $E_{e^+e^-\eta'} < 10.3$  ГэВ и  $E_{e^+e^-\eta'} > 10.65$  ГэВ, как показано стрелками, исключаются из дальнейшего анализа

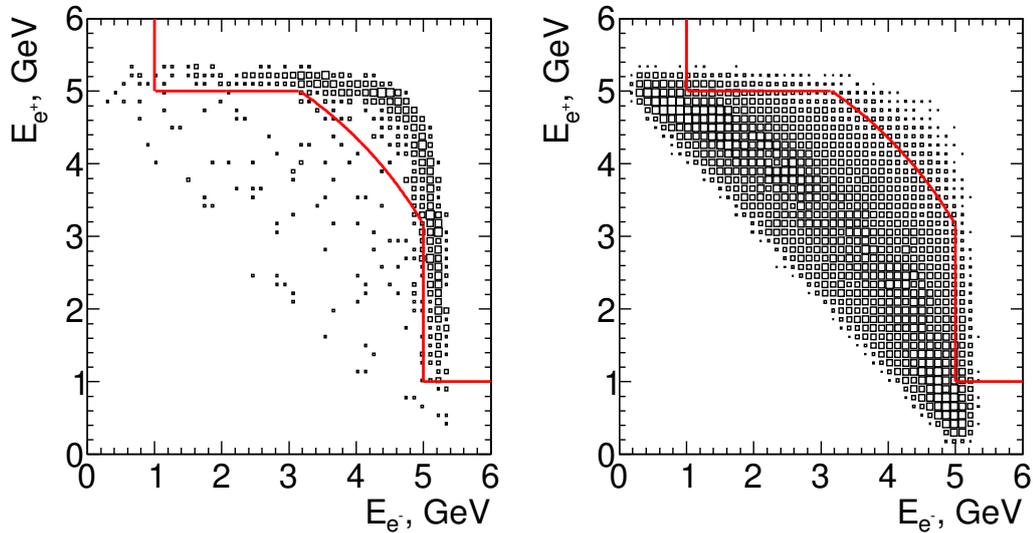


Рис. 64 — Распределение энергии кандидата в рассеянный электрон в зависимости от энергии кандидата в рассеянный позитрон для экспериментальных данных (слева) и моделирования сигнала (справа). События, лежащие выше и правее линии, исключаются из дальнейшего анализа

Спектр масс  $\eta$ -кандидата в зависимости от массы  $\eta'$ -кандидата для отобранных экспериментальных и моделированных событий показан на рисунке 65. Группа событий в области  $m_{\eta'}$  по горизонтали и  $m_{\eta}$  по вертикали иллюстрирует искомые сигнальные события двухфотонного рождения  $\eta'$ -мезона. Для дальнейшего подавления фоновых событий требуется, чтобы инвариантная масса кандидата в  $\eta$ -мезон была в интервале 0.50–0.58 ГэВ/ $c^2$ , как показано горизонтальными линиями на рисунке 65.

Итоговый спектр инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  показан на рисунке 66. Закрашенная и открытая гистограммы демонстрируют экспериментальные и моделированные события соответственно. Накрест и под углом заштрихованные диапазоны обозначают сигнальную и контрольную области, которые содержат 55 и 18 событий соответственно. Контрольная область выбрана таким образом, чтобы она была больше сигнальной в два раза. Вертикальная линия показывает значение массы  $m_{\eta'}$ .

Если предположить, что профиль фона является линейным, то число сигнальных событий можно оценить как разность между числом событий в сиг-

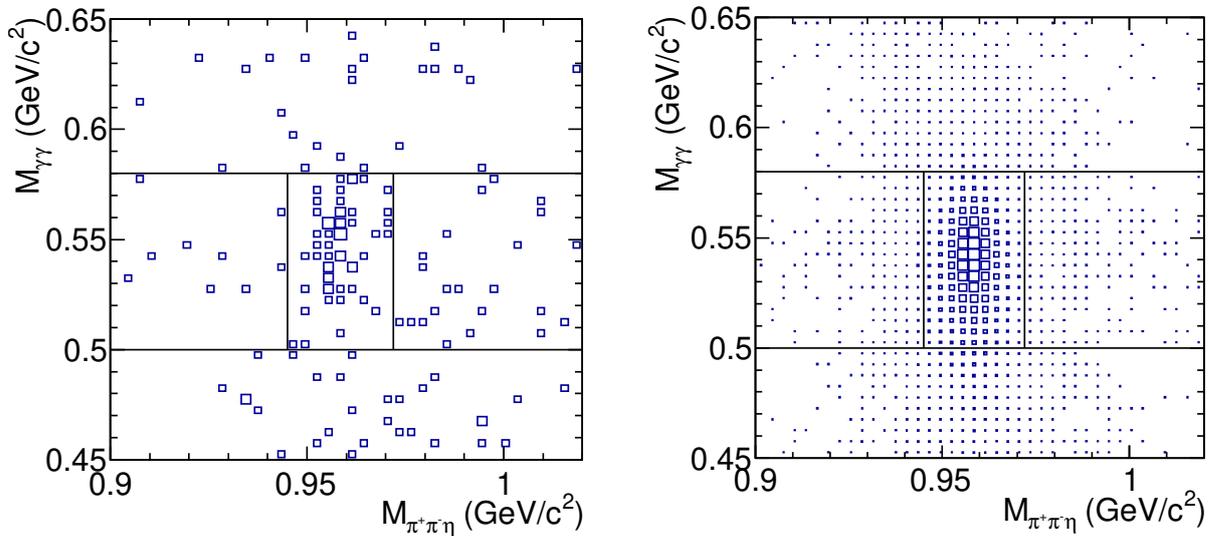


Рис. 65 — Спектр инвариантной массы  $\eta$ -кандидатов ( $M_{\gamma\gamma}$ ) в зависимости от массы  $\eta'$ -кандидата ( $M_{\pi^+\pi^-\eta}$ ) для экспериментальных данных (слева) и моделирования сигнальных событий (справа). Горизонтальные линии демонстрируют примененное условие отбора. Вертикальные линии отображают границы более "чистого" отбора сигнальных событий ( $0.945 < M_{\pi^+\pi^-\eta} < 0.972$  ГэВ/ $c^2$ )

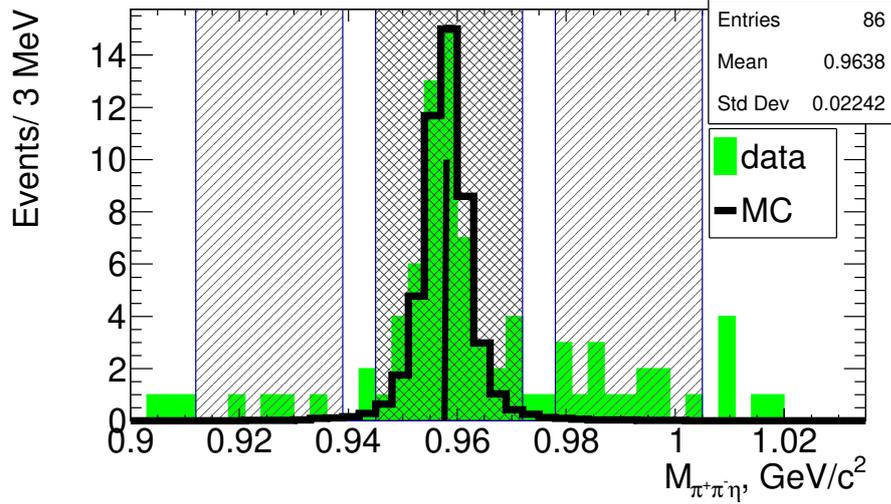


Рис. 66 — Спектр масс  $\pi^+\pi^-\eta$  для кандидатов в сигнальные события. Открытая и закрашенные гистограммы отражают данные и сигнальное моделирование соответственно. Накрест и под углом заштрихованные диапазоны обозначают сигнальную и контрольную области соответственно. Вертикальная линия показывает значение массы  $m_{\eta'}$

нальной и половиной от числа событий в контрольной областях:

$$N_{signal} = (55 - 18/2) = 46 \pm 8 \quad (3.18)$$

Аппроксимация спектра  $\pi^+\pi^-\eta$  представлена на рисунке 67. Функцией для аппроксимации служит сумма сигнального и фонового профилей, где первый извлекается из моделирования, а второй предполагается линейным. В результате получилось  $45.8 \pm 7.4$  сигнальных события, что согласуется с приведенной выше оценкой.

Все отобранные события были разделены на пять областей в плоскости  $Q_{e^-}^2$  и  $Q_{e^+}^2$ , как изображено на рисунке 68 для событий с  $0.945 < M_{\pi^+\pi^-\eta} < 0.972$  ГэВ/ $c^2$ . Вследствие симметрии изучаемого процесса относительно замены  $e^-$  на  $e^+$  области №3 и №4 составлены из двух разделенных областей, симметричных относительно диагонали  $Q_{e^-}^2 = Q_{e^+}^2$ . Количество сигнальных событий  $N_{events}$  в каждой области определено с помощью аппроксимации инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$ , как показано на рисунке 69. Профиль сигнальной функции извлечен из моделирования, а профиль фона предполагается линейным.

Количество сигнальных событий, определенное для каждой из пяти областей  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$ , приведено в таблице 11. Полное число таких событий составляет  $46.2_{-7.0}^{+8.3}$ . Для областей №2 и №5 определены также верхние пределы для числа

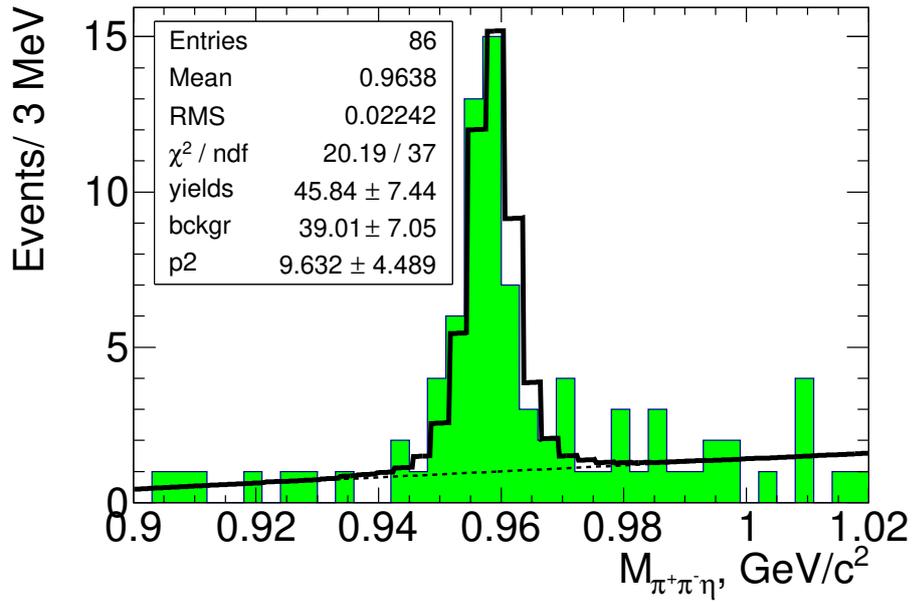


Рис. 67 — Спектр масс системы  $\pi^+\pi^-\eta$  в области  $2 < (Q_1^2, Q_2^2) < 60$  ГэВ<sup>2</sup>. Открытая гистограмма соответствует результату аппроксимации сигнальным профилем из моделирования с линейным фоном, показанным пунктирной линией

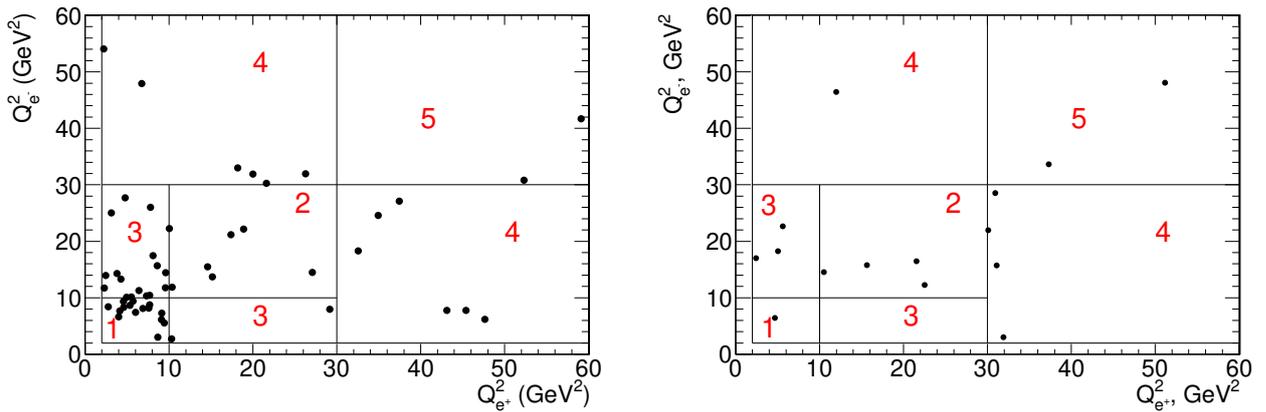


Рис. 68 — Спектр  $Q_{e^-}^2$  в зависимости от  $Q_{e^+}^2$  для экспериментальных событий из сигнального (слева) и контрольного (справа) диапазонов. Линии и цифры обозначают области, используемые для изучения зависимости ПФФ от виртуальностей

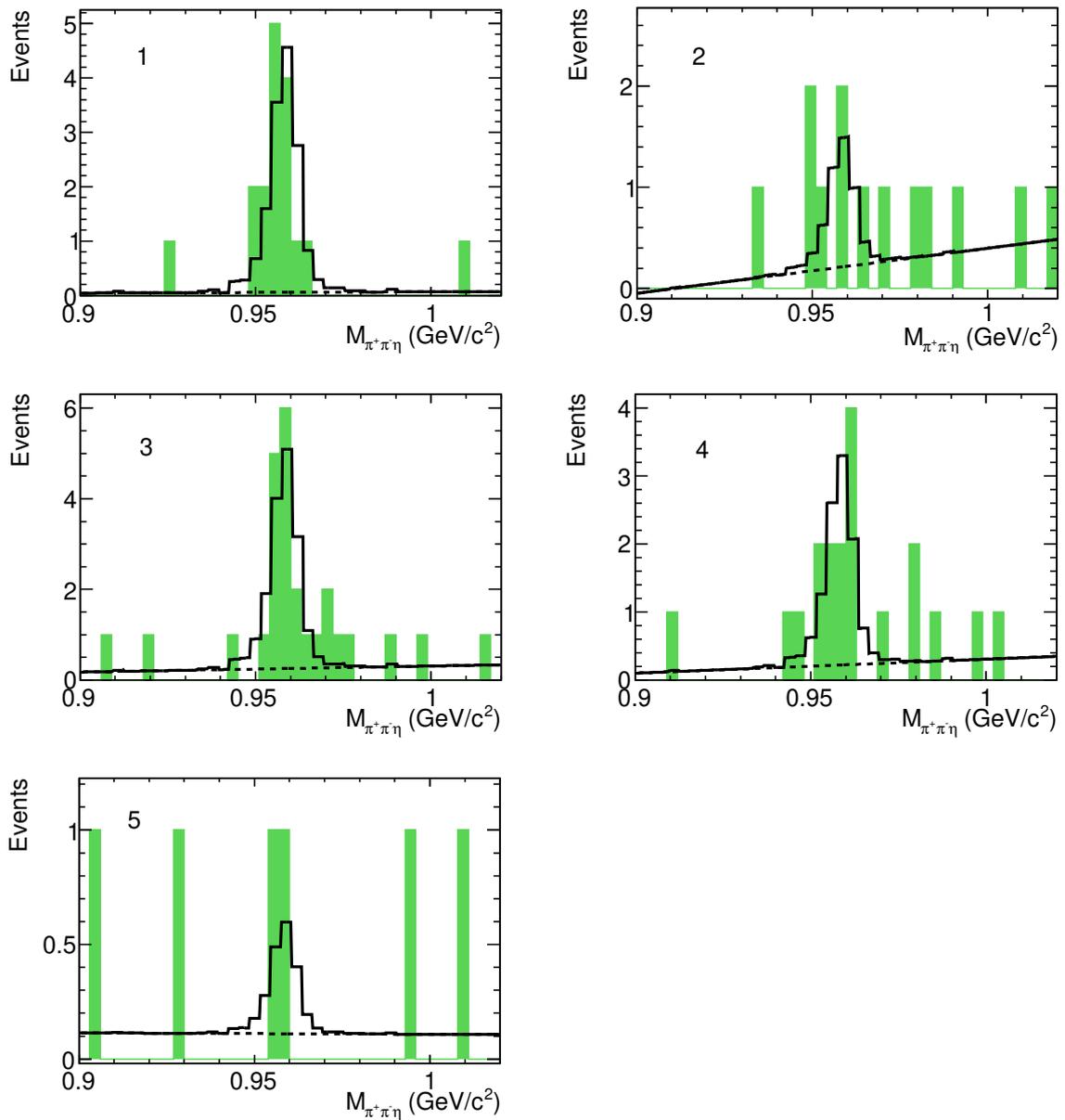


Рис. 69 — Спектр масс системы  $\pi^+\pi^-\eta$  для пяти областей  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$ , обозначенных на рисунке 68 (закрашенная гистограмма). Открытая гистограмма отражает результат аппроксимации, пунктирная линия — вклад фона

сигнальных событий на 90% уровне достоверности, используя метод Feldman-Cousins [76].

Для оценки систематической неопределенности, связанной с описанием профиля фона, аппроксимация спектров массы  $\pi^+\pi^-\eta$  повторяется с использованием квадратичной функции в качестве профиля фона. Изменение в полном числе сигнальных событий равно 1.7%. Систематическая неопределенность в сигнальном профиле, составляющая 3.3%, оценивается путем включения в него сдвига в положении массы  $\eta'$ ,  $\Delta M_{\pi^+\pi^-\eta} = -0.48$  МэВ/ $c^2$ , и дополнительного Гауссового разрешения,  $\sigma(M_{\pi^+\pi^-\eta}) = 1$  МэВ/ $c^2$ , значения которых были определены в предыдущей работе с детектором *BABAR* по измерению ПФФ  $\eta'$ -мезона в single-tagged моде [25]. Суммарная систематическая неопределенность в числе сигнальных событий составляет 3.7% и оценивается как квадратичная сумма ошибок, связанных с профилями фона и сигнала.

Дополнительным аргументом в пользу того, что отобранные фотоны происходят из распада частицы со спином ноль, может быть характер распределения  $|\cos \theta_h|$ , где  $\theta_h$  – угол между импульсом фотона в системе покоя  $\eta$ -мезона и направлением движения  $\eta$ -мезона в с.ц.м., представленного на рисунке 70. Открытая и закрашенная гистограммы соответствуют отобранным экспериментальным и моделированным событиям соответственно. Слева показана сигнальная область, справа – контрольная. Спектры моделирования нормированы на число событий в экспериментальных гистограммах. На генераторном уровне это распределение должно быть равномерным ввиду того, что распад скаляр-

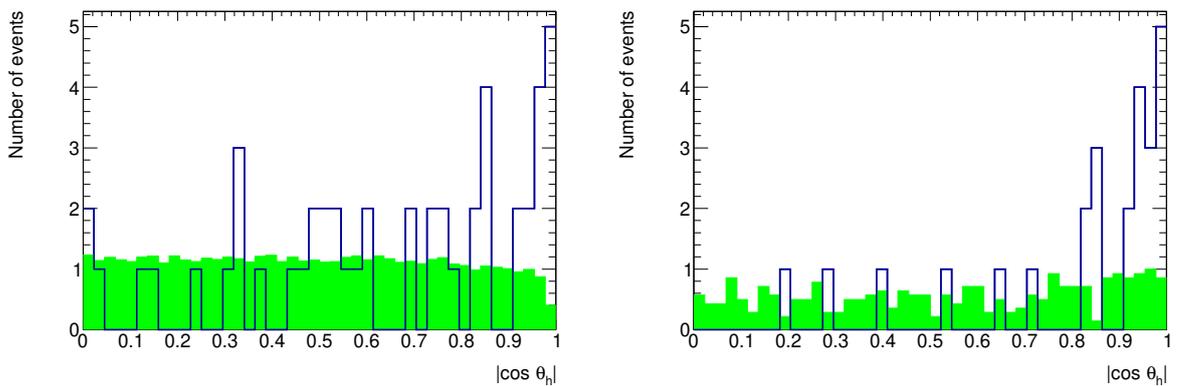


Рис. 70 — Спектр  $|\cos \theta_h|$  для отобранных кандидатов в сигнальные события для сигнальной (слева) и контрольной (справа) областей. Открытая и закрашенная гистограммы соответствуют экспериментальным и моделированным событиям соответственно

ной частицы на два фотона изотропен. Однако моделированный спектр после отклика детектора имеет провал в области  $|\cos \theta_h| \sim 1$ , который связан с порогом на минимальную энергию регистрируемого фотона. Когда в системе покоя  $\eta$ -мезона один фотон движется по направлению мезона, то второй фотон движется против и обладает гораздо меньшей энергией. В экспериментальном же спектре виден пик в районе  $|\cos \theta_h| \sim 1$ , что связано с примесью фоновых событий, когда кандидат в  $\eta$ -мезон состоит из одного фотона с энергичным кластером и одного мягкого фотона, который обусловлен фоновой загрузкой детектора. Фоновый пик, как и ожидается, значительно сильнее проявляется в событиях из контрольной области.

### 3.5 "Пикованный" фон

Рассмотрим систематическую неопределенность, связанную со вкладом "пикованного" фона в отобранные сигнальные события, т.е. фоновых процессов с пикованным распределением инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  в районе массы  $\eta'$ -мезона. Как правило, "пикованный" фон связан с реакциями, в конечном состоянии которых есть  $\eta'$ -мезон.

Вклады двухфотонных фоновых процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\phi \rightarrow e^+e^-\eta'\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-J/\psi \rightarrow e^+e^-\eta'\gamma$  изучались в предыдущем исследовании с детектором *BABAR* [25], где выяснилось, что они пренебрежимо малы.

Другой двухфотонный процесс  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^0e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\pi^0e^+e^-$  является самым близким к исследуемому сигнальному с кинематической точки зрения, что обуславливает необходимость его рассмотрения. Для оценки этого вклада проведено МС моделирование данного процесса через механизм  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-a_0(1450) \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^0$ , и проведен поиск таких событий в данных и в моделировании после реконструкции.

Для отбора событий в кандидаты процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^0e^+e^-$  используются каналы распада  $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ ,  $\eta \rightarrow 2\gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ . Отбор и выделение электронов, пионов и кандидатов в  $\eta$ -мезон аналогичны изложенным выше для канала  $e^+e^- \rightarrow \eta'e^+e^-$ . Дополнительным требованием является обязательное наличие в событии хотя бы еще одной пары фотонов с инвариантной массой в интервале 0.115–0.150 ГэВ/с<sup>2</sup>, которые составляют кандидат в  $\pi^0$ -мезон. Требу-

ется, чтобы полный импульс системы  $e^+e^-\pi^+\pi^-\eta\pi^0$  был меньше чем  $0.3 \text{ ГэВ}/c$  в с.ц.м., а реконструированная энергия этой системы находилась в интервале значений  $10.1\text{--}10.7 \text{ ГэВ}$  в с.ц.м.

Полученный спектр инвариантной массы фотонов, кандидатов в  $\eta$ -мезон, в зависимости от массы  $M_{\pi^+\pi^-\eta}$  представлен на рисунке 71. Черным цветом показаны экспериментальные данные, красным – моделирование процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^0$ . Стрелки демонстрируют примененное условие отбора  $0.51 < M_{\gamma\gamma} < 0.58 \text{ ГэВ}/c^2$ , в которые попало шесть экспериментальных событий. Рисунок 72 демонстрирует распределение по инвариантной массе двух

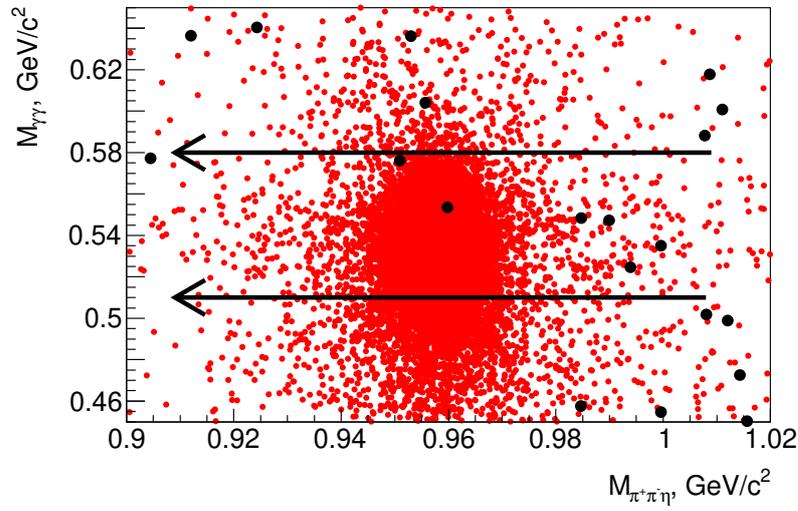


Рис. 71 — Спектр  $M_{\gamma\gamma}$  в зависимости от  $M_{\pi^+\pi^-\eta}$  для экспериментальных событий (черные точки) и МС моделирования (красные точки) в гипотезе процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^0$

фотонов  $M_{\gamma\gamma}$ , кандидатов в  $\pi^0$ -мезон, в районе  $m_{\pi^0}$  для отобранных событий в данных и в моделировании, где гистограмма моделирования нормирована на число событий в эксперименте.

Для оценки числа фоновых событий  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\eta\pi^0$  рассмотрим спектр  $M_{\pi^+\pi^-\eta}$ , показанный на рисунке 73. Открытая гистограмма демонстрирует спектр экспериментальных данных, красной линией показан результат аппроксимации данных суммой сигнального профиля из моделирования и плоского профиля фона. В результате аппроксимации число событий процесса  $e^+e^-\pi^+\pi^-\eta\pi^0$  было определено как  $N_{\eta'\pi^0}^{signal} = 0.77 \pm 1.26$ , число событий в подложке под пиком  $N_{\eta'\pi^0}^{backgr} = 1.3 \pm 0.5$ . Видно, что  $N_{\eta'\pi^0}^{signal}$  совместимо с нулем, что соответствует  $N_{\eta'\pi^0}^{signal} < 1.45$  с 90% уровнем достоверности. Согласно моде-

лированию получена эффективность реконструкции  $\epsilon_{\eta'\pi^0}^{(1)} = 0.0853 \pm 0.0006$  в гипотезе  $e^+e^-\pi^+\pi^-\eta\pi^0$ .

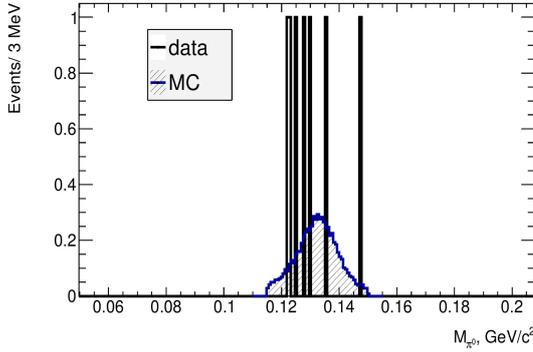


Рис. 72 — Спектр инвариантной массы двух фотонов – кандидатов в  $\pi^0$  в гипотезе процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^0$ .

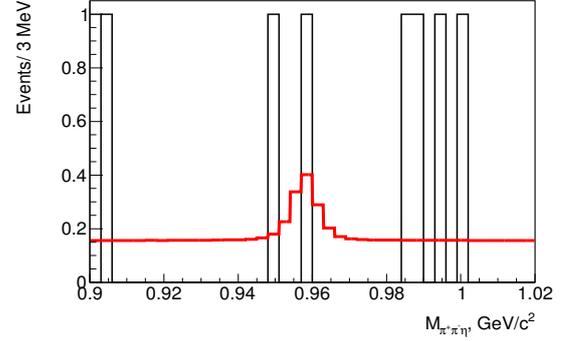


Рис. 73 — Спектр инвариантной массы  $\pi^+\pi^-\eta$  в гипотезе процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'\pi^0$

Кроме того, на события MC моделирования процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\pi^0 e^+e^-$  налагаются условия отбора событий в сигнальной гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \eta' e^+e^-$ , как описано в Главе 3.4. Спектр масс фотонов, кандидатов в  $\eta$ -мезон, в зависимости от  $M_{\pi^+\pi^-\eta}$  для событий MC моделирования в сигнальной гипотезе приведен на рисунке 74, откуда видно, что обсуждаемый фон, как и ожидается, неотличим от сигнальных спектров (см. рисунок 65 справа). Эффективность реконструкции событий  $\eta'\pi^0 e^+e^-$  в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \eta' e^+e^-$  составляет  $\epsilon_{\eta'\pi^0}^{(2)} = 0.0099 \pm 0.0002$ . Эффективность на уровне 1% обусловлена, главным образом, требованиями на полный импульс и энергию частиц в конечном состоянии, предполагающими отсутствие нейтрального пиона. Таким образом, вклад фона от  $e^+e^- \rightarrow \pi^0 \eta' e^+e^-$  можно оценить следующим образом:  $N_{bkg} = \frac{N_{\eta'\pi^0}^{signal} \epsilon_{\eta'\pi^0}^{(2)}}{\epsilon_{\eta'\pi^0}^{(1)}} < 0.16$  на 90% уровне достоверности. Оцененное количество фоновых событий пренебрежимо по отношению к обнаруженному числу событий изучаемой реакции.

Также в виде пикованного фона могут присутствовать события от процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в конечные состояния, содержащие  $\eta'$ -мезон. Их вклад может быть оценен с помощью двумерного распределения  $\cos(\alpha_{e^-})$  и  $\cos(\alpha_{e^+})$ , показанного на рисунке 75, где  $\alpha_{e^\pm}$  – угол между начальным и рассеянным электроном (позитроном) в с.ц.м. Это распределение должно быть равномерным, если кандидат в электрон возник из виртуального фотона  $e^+e^-$  аннигиляции,

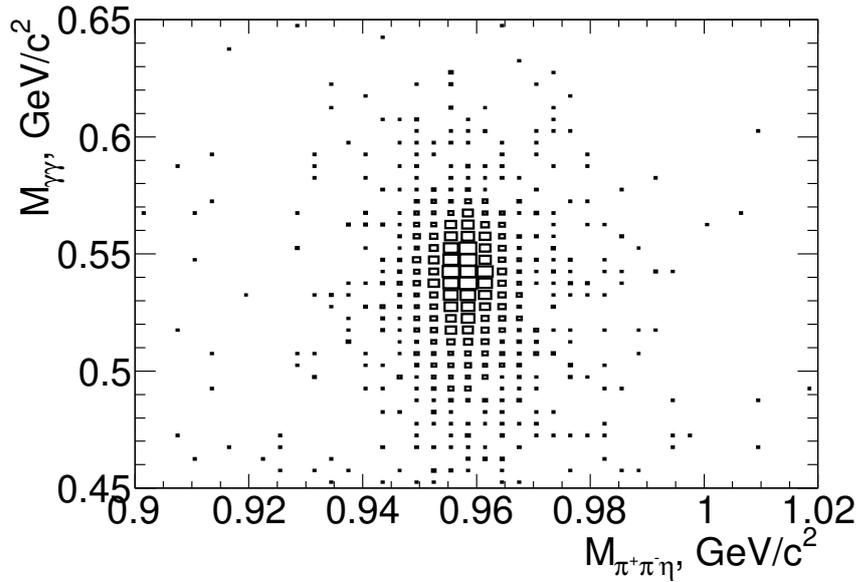


Рис. 74 — Спектр  $M_{\gamma\gamma}$  в зависимости от  $M_{\pi^+\pi^-\eta}$  для событий MC моделирования в гипотезе процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$

в то время как рассеянные электроны двухфотонных процессов в основном летят примерно в том же направлении, что и начальные. Распределение  $\cos(\alpha_{e^-})$  vs  $\cos(\alpha_{e^+})$  поделено на четыре области, причем основная часть сигнальных событий содержится в верхней правой четверти. На рисунке 76 показаны доли событий в первых трех областях относительно общего их числа для эксперимента и моделирования. Видно хорошее согласие данных с моделированием. Таким образом, вклад фоновых процессов от  $e^+e^-$  аннигиляции незначителен.

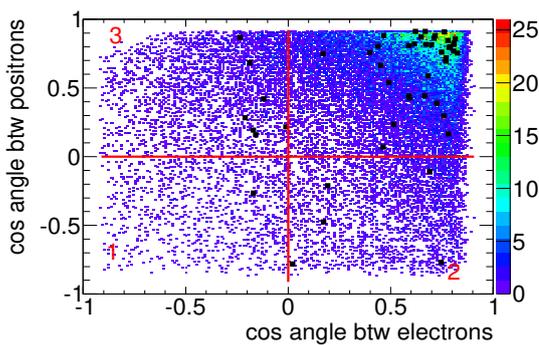


Рис. 75 — Спектр  $\cos(\alpha_{e^-})$  в зависимости от  $\cos(\alpha_{e^+})$  для экспериментальных данных (черные точки) и моделирования сигнала (цветная гистограмма)

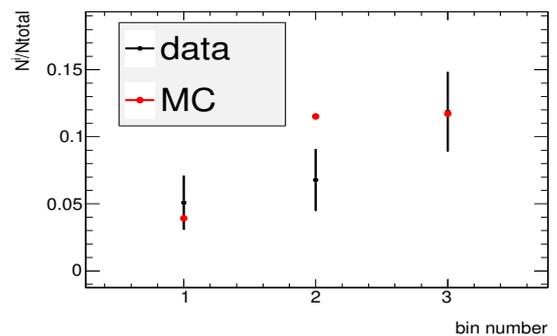


Рис. 76 — Доли событий в областях, отмеченных на рисунке 75 относительно полного числа отобранных событий.

### 3.6 Эффективность регистрации сигнальных событий

Эффективность регистрации  $\varepsilon$  в зависимости от виртуальностей фотонов  $Q_{e^-}^2$  и  $Q_{e^+}^2$  определяется из МС моделирования как отношение числа отобранных событий к числу сгенерированных и показано на рисунке 77. Акцептанс детектора не позволяет реконструировать электроны, рассеянные под очень малыми углами, поэтому минимально доступное значение  $Q^2$  составляет 2 ГэВ<sup>2</sup>. Электрон-позитронные пучки разной энергии на коллайдере РЕР-II приводят к асимметрии в зависимостях эффективности от  $Q_{e^+}^2$  и  $Q_{e^-}^2$ .

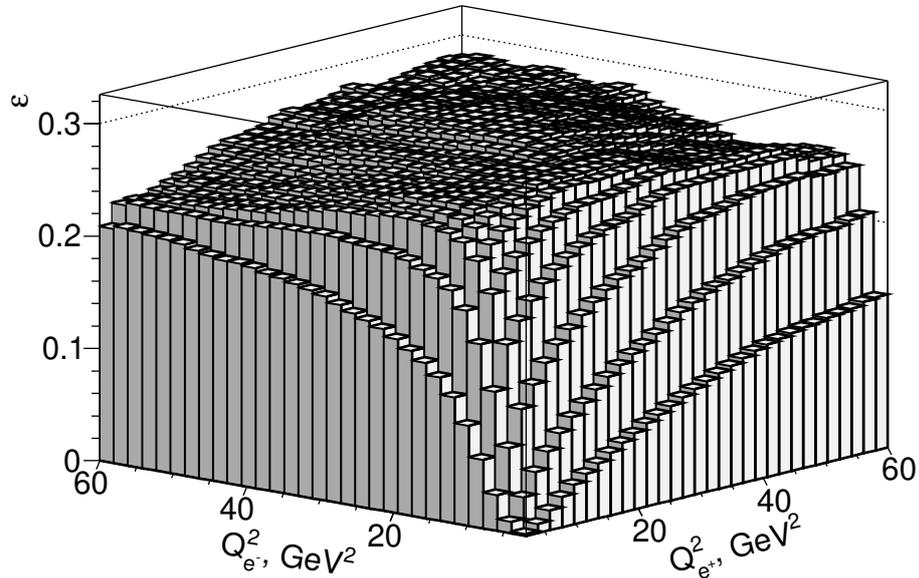


Рис. 77 — Эффективность регистрации в зависимости от квадратов импульсов фотонов  $Q_{e^-}^2$  и  $Q_{e^+}^2$

Ввиду того что в моделировании сигнальных событий заложено постоянное значение ПФФ, усредненное значение эффективности регистрации в каждой области по  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$  определяется как отношение сверток:

$$\varepsilon_{true} = \frac{\int \int \varepsilon(Q_1^2, Q_2^2) F_{\eta'}^2(Q_1^2, Q_2^2) dQ_1^2 dQ_2^2}{\int \int F_{\eta'}^2(Q_1^2, Q_2^2) dQ_1^2 dQ_2^2}, \quad (3.19)$$

где в качестве ПФФ используется выражение (3.8). Полученные усредненные значения для эффективности регистрации в пяти областях по  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$  представлены в таблице 9.

Таблица 9 — Количество сгенерированных событий в каждой области ( $Q_{e^-}^2, Q_{e^+}^2$ ) и эффективность регистрации

№ области	$N_{gen}^{mc}$	$\varepsilon_{true}$
1	64656	0.019
2	17785	0.282
3	68757	0.145
4	29963	0.226
5	1892	0.293

Для оценки неопределенностей, связанных с другими условиями отбора, эти требования изменяются, и затем процедура вычитания фона и определения эффективности повторяются. При этом рассматриваются следующие критерии:

- $P_{e^+e^-\eta'} < 1$  ГэВ/с вместо 0.35 ГэВ/с;
- $10.20 < E_{e^+e^-\eta'} < 10.75$  ГэВ вместо  $10.30 < E_{e^+e^-\eta'} < 10.65$  ГэВ;
- $0.48 < M_{\gamma\gamma} < 0.60$  ГэВ/с<sup>2</sup> вместо  $0.50 < M_{\gamma\gamma} < 0.58$  ГэВ/с<sup>2</sup>;
- удаление ограничения на реконструированную энергию рассеянных электронов  $E_{e^+}$  и  $E_{e^-}$ .

Список измененных условий отбора приводится в таблице 10. Квадратичная сумма отклонений  $N_{signal}/\varepsilon_{true}$  от своего номинального значения, составляющая 11%, используется в качестве оценки систематической неопределенности в эффективности регистрации.

Таблица 10 — Варьирование условий отбора для оценки систематической неопределенности

отбор	$N_{signal}/\varepsilon_{true}$	отклонение от номинальных условий (%)
номинальные условия отбора	$985 \pm 197$	
$P_{e^+e^-\eta'} < 1$ ГэВ/с вместо 0.35 ГэВ/с	$1052 \pm 273$	6.8
$10.20 < E_{e^+e^-\eta'} < 10.75$ ГэВ вместо $10.3 < E_{e^+e^-\eta'} < 10.65$ ГэВ	$942 \pm 235$	-4.3
без требований на $E_{e^+}$ и $E_{e^-}$	$1061 \pm 280$	7.7
$0.48 < m_{2\gamma} < 0.60$ ГэВ/с <sup>2</sup> вместо $0.50 < m_{2\gamma} < 0.58$ ГэВ/с <sup>2</sup>	$958 \pm 181$	-2.7
квадратичная сумма		11

### 3.7 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ и переходный формфактор $\eta'$ -мезона

Дифференциальное борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  определяется выражением:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ_1^2 dQ_2^2} = \frac{1}{\varepsilon_{\text{true}} R L B} \frac{d^2 N}{dQ_1^2 dQ_2^2}, \quad (3.20)$$

где  $d^2 N/(dQ_1^2 dQ_2^2)$  – количество сигнальных событий в области  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$ ,  $L$  – интегральная светимость,  $\varepsilon_{\text{true}}$  – эффективность регистрации сигнальных событий (3.19) и  $R$  – радиационная поправка. Фактор  $B$  – это произведение вероятностей распада  $B(\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta)B(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = 0.169 \pm 0.003$  [17]. Радиационная поправка  $R$  определена с использованием моделированных спектров на генераторном уровне. Один спектр  $Q_{1,2}^2$  генерировался, используя борновскую амплитуду  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ , другой такой же спектр генерировался на основе амплитуд, включающих радиационные фотоны. Фактор  $R$  определяется как отношение сечений процессов с излучением фотонов и без в каждой области  $Q_1^2$  и  $Q_2^2$ , как представлено в таблице 11.

Сечение исследуемого процесса в диапазоне  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60$  ГэВ<sup>2</sup>, вычисленное по формуле (3.20), равно

$$\sigma = 11.4_{-2.4}^{+2.8} \text{ fb}. \quad (3.21)$$

Таблица 11 — Усредненные взвешенные значения  $\overline{Q_1^2}$  и  $\overline{Q_2^2}$ , границы областей  $(Q_1^2, Q_2^2)$ , эффективность регистрации  $\varepsilon_{\text{true}}$ , радиационная поправка  $R$ , количество сигнальных событий  $N_{\text{events}}$ , сечение  $d^2\sigma(\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2})/(dQ_1^2 dQ_2^2)$  со статистической ошибкой, ПФФ  $F(\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2})$  процесса  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  со статистической, систематической и модельной неопределенностями. Все представленные верхние пределы соответствуют 90% уровню достоверности

$\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2}$ (ГэВ <sup>2</sup> )	область $(Q_1^2, Q_2^2)$ (ГэВ <sup>2</sup> )	$\varepsilon_{\text{true}}$	$R$	$N_{\text{events}}$	$d^2\sigma/(dQ_1^2 dQ_2^2)$ $\times 10^4$ (фб/ГэВ <sup>4</sup> )	$F(\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2})$ $\times 10^3$ (ГэВ <sup>-1</sup> )
6.48, 6.48	$2 < Q_1^2, Q_2^2 < 10$	0.019	1.03	$14.7_{-3.6}^{+4.3}$	$1471.8_{-362.9}^{+430.1}$	$14.32_{-1.89}^{+1.95} \pm 0.83 \pm 0.14$
16.85, 16.85	$10 < Q_1^2, Q_2^2 < 30$	0.282	1.10	$4.2_{-2.7}^{+3.1}$	$4.2_{-2.7}^{+3.1}$	$5.35_{-2.15}^{+1.71} \pm 0.31 \pm 0.42$
				$< 9.8$	$< 10.0$	$< 14.53$
14.83, 4.27	$10 < Q_1^2 < 30; 2 < Q_2^2 < 10$	0.145	1.07	$15.8_{-4.0}^{+4.8}$	$39.7_{-10.2}^{+12.0}$	$8.24_{-1.13}^{+1.16} \pm 0.48 \pm 0.65$
38.11, 14.95	$30 < Q_1^2 < 60; 2 < Q_2^2 < 30$	0.226	1.11	$10.0_{-3.2}^{+3.9}$	$3.0_{-1.0}^{+1.2}$	$6.07_{-1.07}^{+1.09} \pm 0.35 \pm 1.21$
45.63, 45.63	$30 < Q_1^2, Q_2^2 < 60$	0.293	1.22	$1.6_{-1.1}^{+1.8}$	$0.6_{-0.6}^{+0.7}$	$8.71_{-8.71}^{+3.96} \pm 0.50 \pm 1.04$
				$< 5.0$	$< 1.9$	$< 32.03$

Здесь представлена только статистическая ошибка. Для определения ПФФ производится сравнение сечений, подсчитанного в моделировании и определенного в эксперименте с помощью выражения (3.20). Сечение в моделировании найдено с использованием ПФФ  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)^2$ , представленного формулой (3.8). Таким образом, экспериментальный ПФФ определяется как

$$F^2(\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2}) = \frac{(d^2\sigma/(dQ_1^2 dQ_2^2))_{data}}{(d^2\sigma/(dQ_1^2 dQ_2^2))_{MC}} F_{\eta'}^2(\overline{Q_1^2}, \overline{Q_2^2}). \quad (3.22)$$

Средние значения виртуальностей в каждой области  $(Q_1^2, Q_2^2)$  подсчитаны с использованием экспериментального спектра, нормированного на эффективность регистрации:

$$\overline{Q_{1,2}^2} = \frac{\sum_i Q_{1,2}^2(i)/\varepsilon(Q_1^2, Q_2^2)}{\sum_i 1/\varepsilon(Q_1^2, Q_2^2)}, \quad (3.23)$$

где "i" означает номер события. Для областей 1, 2 и 5 величины  $\overline{Q_1^2}$  и  $\overline{Q_2^2}$  усреднены между собой. Результаты расчета сечений и ПФФ приведены в таблице 11.

### 3.8 Оценка систематических неопределенностей

Источники систематических неопределенностей в эффективности регистрации представлены в таблице 12. Неопределенности, связанные с реконструкцией треков,  $\eta \rightarrow 2\gamma$ , триггерами и фильтром, а также с идентификацией пионов и электронов, были изучены в предыдущем (single-tagged) анализе с детектором BABAR [25].

Систематическая неопределенность также включает в себя неопределенность в вычитании фона (см. Главу 3.4), неопределенность в эффективности регистрации и условий отбора (Глава 3.6), а также неопределенность в радиационной поправке [75] и в интегральной светимости [29]. Полная неопределенность в сечении равна квадратичной сумме всех источников и составляет 12%.

Как видно из рисунка 77, эффективность регистрации по-разному зависит от квадратов четырех-импульсов фотонов  $Q_{e^-}^2$  и  $Q_{e^+}^2$ , произведенных электронами и позитронами соответственно. Это связано с асимметричностью коллайдера, т.е. с разными энергиями электронного и позитронного пучков. Для проверки того, насколько корректно моделируется данная асимметрия, был произведен дополнительный тест. А именно, ПФФ был вычислен отдельно при

Таблица 12 — Источники систематических неопределенностей в сечении  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$

Источник	Неопредел., %
Идентификация $\pi^\pm$	1.0
Идентификация $e^\pm$	1.0
Реконструкция треков	0.9
Реконструкция $\eta \rightarrow 2\gamma$	2.0
Другие условия отбора	11.0
Триггеры, фильтры	1.3
Вычитание фона	3.7
Радиационная поправка	1.0
Светимость	0.5
Сумма	12%

$Q_{e^-}^2 \leq Q_{e^+}^2$  и наоборот. Результат представлен на рисунке 78, откуда видно, что разные кинематические области совместимы друг с другом.

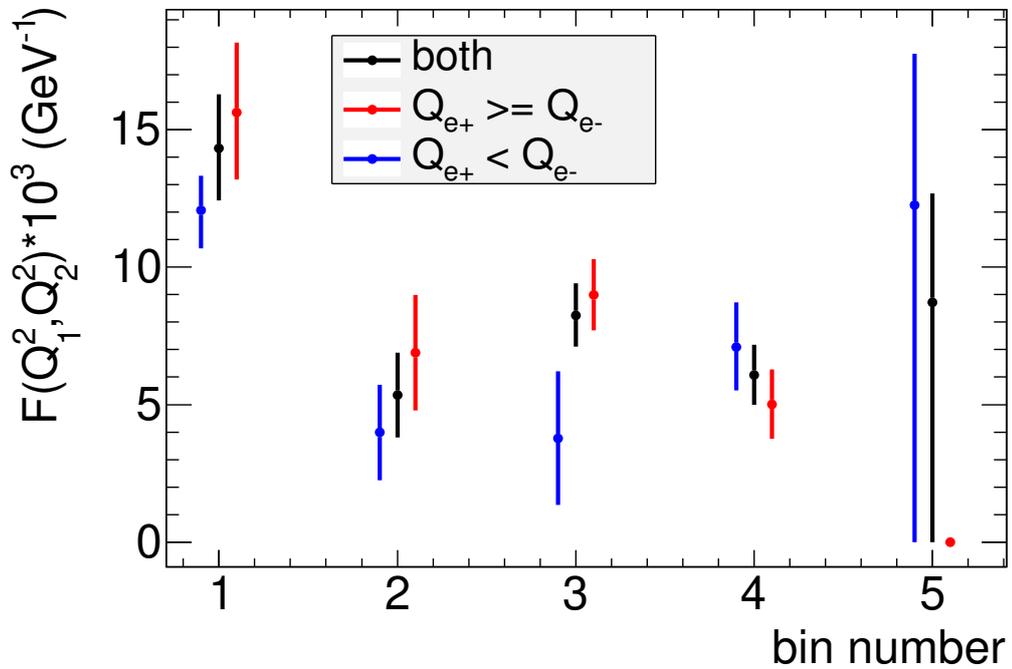


Рис. 78 — Сравнение ПФФ  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$ , определенного при различных условиях  $Q_{e^+}^2 < Q_{e^-}^2$ ,  $Q_{e^+}^2 \geq Q_{e^-}^2$  и без ограничений

### 3.9 Оценка модельной неопределенности

Модельная неопределенность настоящего измерения связана с зависимостью величин  $(d^2\sigma/(dQ_1^2 dQ_2^2))_{MC}$  и  $\varepsilon_{true}$  от модели ПФФ. Для консервативной оценки возможной модельной неопределенности вычисления выражений (3.19), (3.20), и (3.22) были повторены с  $F_{\eta}(Q_1^2, Q_2^2) = const$ . Полученная модельная неопределенность сечения представлена в таблице 13 и достигает величину около 60% ввиду очень резкой зависимости эффективности регистрации от виртуальностей фотонов при малых значениях. Неопределенность ПФФ представлена в таблице 14. Видно, что значения ПФФ гораздо менее чувствительны к модели, потому что они находятся как отношение сечений в эксперименте и моделировании, и неопределенности в значениях  $(d^2\sigma/(dQ_1^2 dQ_2^2))_{MC}$  и  $\varepsilon_{true}$  сокращаются в значительной степени. Ясно, что изложенный способ оценки модельной неопределенности весьма консервативен. Однако в условиях, когда поведение ПФФ неизвестно ни с точки зрения эксперимента, ни с точки зрения теории, предположение о постоянном формфакторе для оценки неопределенности представляется логичным.

Таблица 13 — Сечение  $\frac{d^2\sigma}{dQ_1^2 dQ_2^2}$  (фб/ГэВ<sup>4</sup>) с разными моделями ПФФ

модель ПФФ	1	2	3	4	5
<b>3.8</b>	1471.80 <sup>+430.13</sup> <sub>-362.91</sub>	4.17 <sup>+2.75</sup> <sub>-2.75</sub>	39.72 <sup>+11.98</sup> <sub>-10.18</sub>	2.98 <sup>+1.17</sup> <sub>-0.96</sub>	0.62 <sup>+0.69</sup> <sub>-0.62</sub>
const	637.10 <sup>+186.19</sup> <sub>-157.09</sub>	4.15 <sup>+2.74</sup> <sub>-2.74</sub>	33.30 <sup>+10.05</sup> <sub>-8.54</sub>	2.76 <sup>+1.08</sup> <sub>-0.89</sub>	0.62 <sup>+0.69</sup> <sub>-0.62</sub>
отклонение, %	57	0.6	15	7	1

Таблица 14 — Значения ПФФ (10<sup>-3</sup> ГэВ<sup>-1</sup>) с разными моделями ПФФ

модель ПФФ	1	2	3	4	5
<b>3.8</b>	14.32 <sup>+1.95</sup> <sub>-1.89</sub>	5.35 <sup>+1.54</sup> <sub>-1.54</sub>	8.24 <sup>+1.16</sup> <sub>-1.13</sub>	6.07 <sup>+1.09</sup> <sub>-1.07</sub>	8.71 <sup>+3.96</sup> <sub>-8.71</sub>
const	14.61 <sup>+1.99</sup> <sub>-1.92</sub>	5.62 <sup>+1.62</sup> <sub>-1.62</sub>	7.24 <sup>+1.02</sup> <sub>-0.99</sub>	7.24 <sup>+1.30</sup> <sub>-1.28</sub>	10.02 <sup>+4.55</sup> <sub>-10.02</sub>
отклонение, %	1	8	8	20	12

### 3.10 Обсуждение результатов

Полученные значения ПФФ в диапазоне  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60$  ГэВ<sup>2</sup> представлены в таблице 11 и на рисунках 79 в виде треугольников со статистическими ошибками. Квадратичная сумма систематической и модельной неопределенностей представлена в виде закрашенных прямоугольных областей. Во всех бинах кроме четвертого доминируют статистические ошибки.

Открытые и закрашенные прямоугольники на рисунке 79 (сверху) соответствуют LO и NLO предсказаниям КХД (3.8) соответственно. Видно, что NLO значения не сильно отличаются от величин LO. Максимальное различие наблюдается в первом бине, где LO превышает NLO на 6%. Экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются с предсказаниями КХД. Относительное отклонение экспериментальных данных от предсказаний КХД показана на рисунке 79 (снизу). Отклонения экспериментальных значений от теории дают величину  $\chi^2/ndf = 10.4/5$  ( $Prob(\chi^2/ndf) = 0.06$ ) с учетом только статистических ошибок.

Круглые точки на рисунке 79 (сверху) демонстрируют предсказания МВД. Экспериментальные значения переходного формфактора лежат значительно выше по сравнению с предсказаниями МВД и не согласуются с ними. Рисунок 80 показывает сравнение поведения предсказаний КХД и МВД в зависимости от виртуальностей, где предсказания МВД масштабированы так, чтобы значения в первом бине в обоих моделях совпадали. Из рисунка видно, что формфактор в рамках МВД падает значительно быстрее, чем предсказания КХД и экспериментальные данные на рисунке 79 (сверху).

Как было отмечено ранее в главе 3.2, предсказания значений формфактора в рамках КХД зависят от выбора формы амплитуды распределения продольного импульса кварков в мезоне, когда виртуальность одного фотона сильно отличается от виртуальности другого. В качестве номинальной формы используется асимптотический вид, пропорциональный  $x(1-x)$ . Если в качестве амплитуды распределения взять константу, то предсказания КХД для ПФФ увеличатся на 6% в бине  $Q_1^2 = 14.8$  ГэВ<sup>2</sup>,  $Q_2^2 = 4.3$  ГэВ<sup>2</sup> и на 3% в бине  $Q_1^2 = 38.1$  ГэВ<sup>2</sup>,  $Q_2^2 = 15.0$  ГэВ<sup>2</sup>, что значительно меньше уровня точности полученных значений формфактора. То есть из настоящего исследования нельзя сделать никаких выводов относительно формы амплитуды распределения.

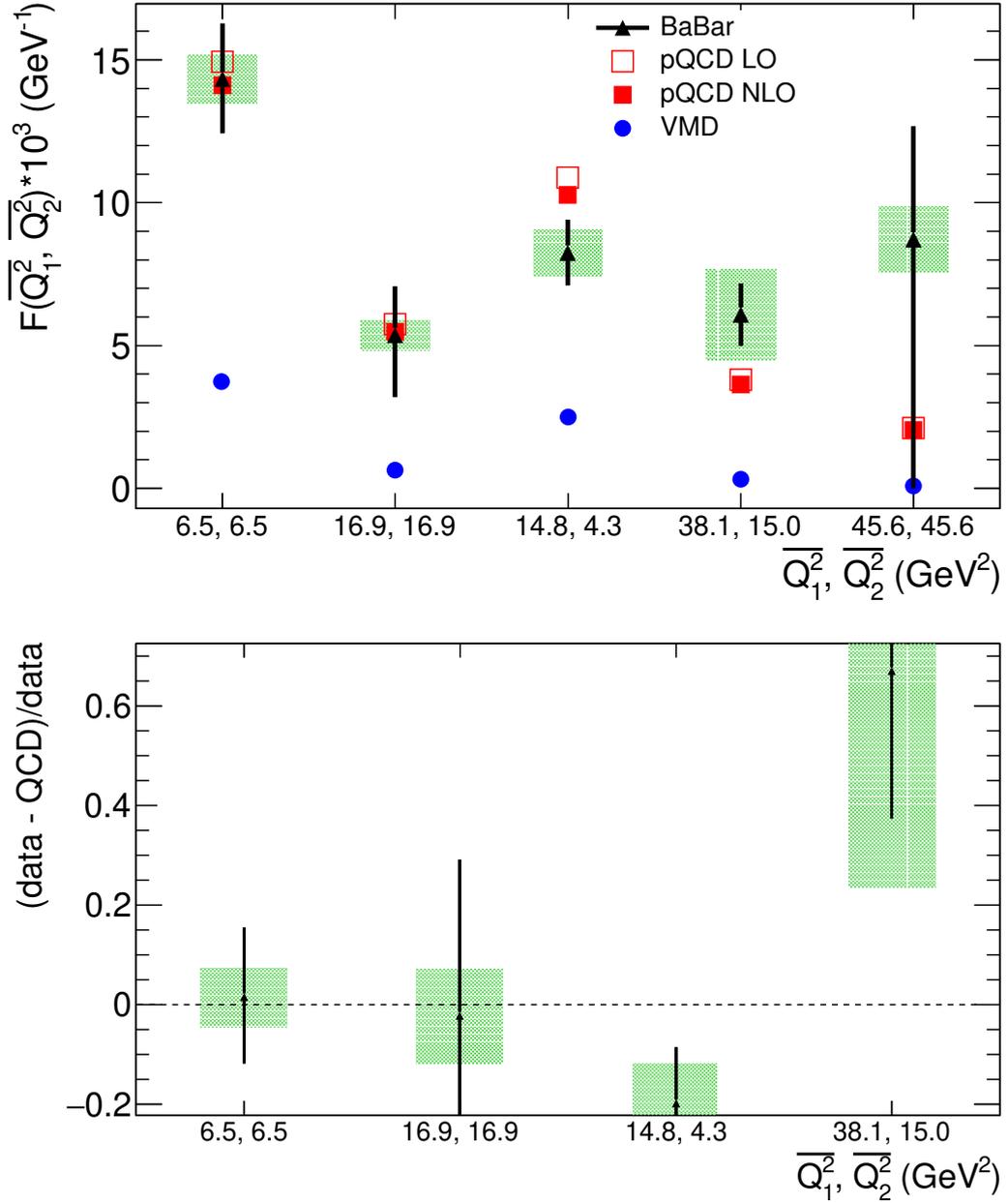


Рис. 79 — Сравнение полученного формфактора  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  (треугольные точки со статистическими ошибками) с предсказаниями моделей КХД и МВД.

Закрашенные зеленым цветом прямоугольные области соответствуют квадратичной сумме модельной и систематической неопределенностей (сверху); относительная разница экспериментальных данных и предсказаний NLO КХД (снизу)

Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  в диапазоне виртуальностей  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60$  ГэВ<sup>2</sup> составляет

$$\sigma = (11.4_{+2.4}^{+2.8} \text{stat} \pm 1.4_{\text{syst}} \pm 6.5_{\text{model}}) \text{ fb}. \quad (3.24)$$

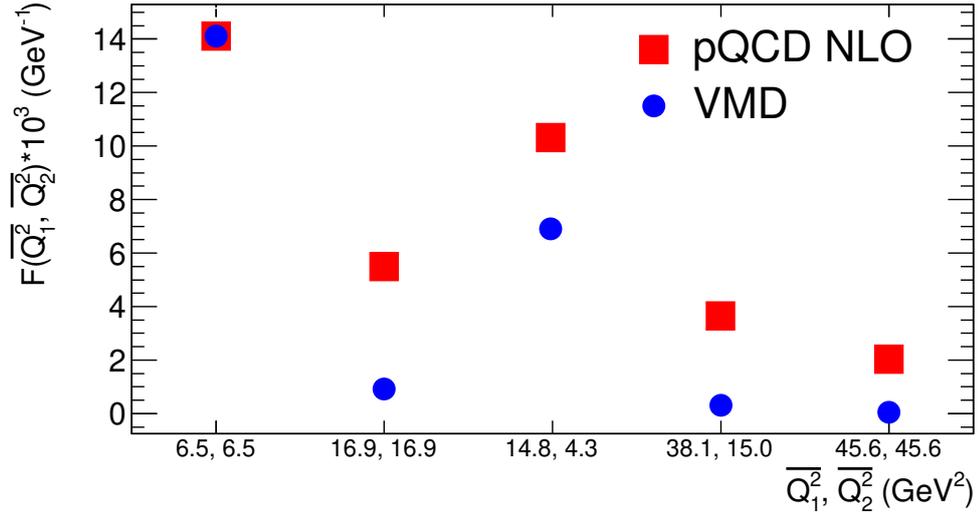


Рис. 80 — Сравнение поведения предсказаний КХД и МВД. Значение МВД в первом бине умножено на отношение значений КХД к МВД в этом бине

Интересно выяснить, какую часть в полном сечении процесса двухфотонного рождения  $\eta'$ -мезона составляет обсужденная выше кинематическая область. С помощью генератора Ekhara [77] были определены следующие значения для сечения реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$  при  $\sqrt{s} = 10.58$  ГэВ:

$$\sigma(Q_{1,2}^2 < 2 \text{ GeV}^2) = 0.779 \pm 0.007 \text{ nb}, \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \sigma(Q_1^2 > 2 \text{ GeV}^2 \cap Q_2^2 < 2 \text{ GeV}^2) + \sigma(Q_2^2 > 2 \text{ GeV}^2 \cap Q_1^2 < 2 \text{ GeV}^2) = \\ = 1.06 \pm 0.01 \text{ pb}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Приведенные значения (3.25), (3.26) определены с помощью формы формфактора на основе эффективной киральной теории с учетом  $\rho$ -,  $\omega$ -,  $\phi$ -резонансов [81]. Если использовать МВД [69], значения (3.25), (3.26) уменьшаются на 0.6% и 14% соответственно. Сечение (3.25) условно соответствует двухфотонному рождению  $\eta'$  в экспериментальной области без тагированных фермионов, в то время как сечение (3.26) можно соотнести с областью с одним тагированным фермионом. Видно, что первое и второе сечения на четыре и на два порядка соответственно больше величины сечения в этой работе (3.24), которое соответствует области с двумя глубоко виртуальными фотонами.

## Заключение

В настоящей работе получены следующие результаты:

Изучен процесс аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \rho\eta\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma$ , где фотон излучается начальной электрон-позитронной парой. В анализе этого процесса:

- Измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  в диапазоне энергий  $E_{\text{с.м.}} = 1.15\text{--}3.5$  ГэВ. Сечение согласуется с измерениями в других экспериментах. Полученные ошибки сравнимы с ошибками других экспериментов.
- Поведение сечения в зависимости от  $E_{\text{с.м.}} = 1.2\text{--}2.2$  ГэВ аппроксимировано в рамках МВД четырьмя изовекторным  $\rho$ -подобными резонансами. Получены параметры этих резонансов.
- С помощью SVC гипотезы о сохранении изовекторного тока было получено предсказание для значения вероятности распада  $B(\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\eta\nu_\tau) = 0.162 \pm 0.009$  %.
- На основе  $49 \pm 9$  событий распада  $J/\psi$  измерена величина  $\Gamma_{J/\psi \rightarrow e^-e^+} B_{J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta} = 2.34 \pm 0.46$  эВ. Определена вероятность распада  $B(J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-\eta) = 0.042 \pm 0.008$  %.

Выделено около 50 событий двухфотонного процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ , где конечные фермионы рассеяны на большой угол и задетектированы. В ходе исследования:

- Впервые измерен переходной формфактор псевдоскалярного мезона в дважды виртуальной области, а именно  $F_{\eta'}(Q_1^2, Q_2^2)$  в диапазоне  $2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60$  ГэВ<sup>2</sup>.
- Показано, что предсказания на основе факторизационной теоремы в теории возмущений КХД согласуются с полученными экспериментальными значениями, в то время как модель векторной доминантности недооценивает величину формфактора.
- Выполнено измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ :

$$\sigma(2 < Q_1^2, Q_2^2 < 60 \text{ GeV}^2) = (11.4_{+2.4}^{+2.8} \text{ stat} \pm 1.4_{\text{syst}} \pm 6.5_{\text{model}}) \text{ fb}. \quad (3.27)$$

В заключение выражаю искреннюю благодарность Солодову Евгению Петровичу за руководство, всестороннюю поддержку и создание благоприятных условий для написания диссертации, а также за активную передачу своего опыта в обработке и анализе данных по физике частиц. Я очень признателен

Дружинину Владимиру Прокопьевичу за плодотворное сотрудничество, полезные советы, поддержку и помощь в получении результатов, которые изложены в данной работе. Работа выполнена в рамках коллаборации *VABAR*, и я искренне благодарен всем её сотрудникам, а также команде ускорителя РЕР-II, без которых был бы невозможен высокий уровень качества накопленных данных. Большой полезный опыт я приобрел при взаимодействии с Поповым Александром Сергеевичем и Игнатовым Федором Владимировичем. Я также благодарю своих родных и друзей за моральную поддержку в подготовке диссертации. Отдельное спасибо моему преподавателю математики на первом курсе университета Ивановой Наталье Ивановне за помощь в редакции текста. Наконец, я чрезвычайно признателен лицу ЛОРД, обучаясь в котором, во мне пробудился интерес к науке. В особенности хочется поблагодарить директора лица Рыб Константина Андреевича за увлекательные занятия по физике и за то, что помог мне поверить в себя.

## Список литературы

- [1] J.P. Lees *et al.* (*BABAR* Collaboration) Study of the process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$  using initial state radiation // *Phys. Rev. D* **97**, 052007 (2018).
- [2] J.P. Lees *et al.* (*BABAR* Collaboration) Measurement of the  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \eta'$  transition form factor // *Phys. Rev. D* **98**, 112002 (2018).
- [3] B. Delcourt *et al.* (DM1 Collaboration) Study of the Reactions  $e^+e^- \rightarrow \rho\eta, \rho\pi, \phi\pi$  and  $\phi\eta$  and for Total Energy Ranges Between 1.4 GeV and 2.18 GeV // *Phys. Lett. B* **113**, 93 (1982).
- [4] V.P. Druzhinin *et al.* (ND Collaboration) Investigation of the reaction  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  in the energy range up to 1.4 GeV // *Phys. Lett. B* **174**, 115 (1986).
- [5] A. Antonelli *et al.* (DM2 Collaboration) Measurement of the reaction  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  in the center of mass energy interval 1350–2400 MeV // *Phys. Lett. B* **212**, 133 (1988).
- [6] R.R. Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collaboration) Study of the process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$  with CMD-2 detector // *Phys. Lett. B* **489**, 125 (2000) [hep-ex/0009013].
- [7] M.N. Achasov *et al.* (SND Collaboration) Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  cross section in the  $\sqrt{s} = 1.04\text{--}1.38$  GeV energy range with a spherical neutral detector at the VEPP-2M collider // *JETP Lett.* **92**, 80 (2010).
- [8] M.N. Achasov *et al.* (SND Collaboration) Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  cross section with the SND detector at the VEPP-2000 collider // *Phys. Rev. D* **97**, 012008 (2018).
- [9] V.M. Aulchenko *et al.* (SND Collaboration) Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  cross section in the center-of-mass energy range 1.22–2.00 GeV with the SND detector at the VEPP-2000 collider // *Phys. Rev. D* **91**, 052013 (2015).
- [10] S.S. Griбанов *et al.* (CMD-3 Collaboration) Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  cross section with the CMD-3 detector at the VEPP-2000 collider // *J. High Energ. Phys.* **2020**, 112 (2020) [arXiv:1907.08002].

- [11] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration) The  $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\pi^0$ ,  $2(\pi^+\pi^-)\eta$ ,  $K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$  and  $K^+K^-\pi^+\pi^-\eta$  cross sections measured with initial-state radiation // *Phys. Rev. D* **76**, 092005 (2007).
- [12] J.P. Lees *et al.* (*BABAR* Collaboration) Study of the reactions  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$  and  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$  at center-of-mass energies from threshold to 4.35 GeV using initial-state radiation // *Phys. Rev. D* **98**, 112015 (2018).
- [13] M. Ablikim *et al.* (BES Collaboration) Measurement of the final states  $\omega\pi^0$ ,  $\rho\eta$  and  $\rho\eta'$  from  $\psi(2S)$  electromagnetic decays and  $e^+e^-$  annihilations // *Phys. Lett. D* **70**, 112007 (2004).
- [14] K. Belous *et al.* (Belle Collaboration) Measurement of cross sections of exclusive  $e^+e^- \rightarrow VP$  processes at  $s = 10.58$  GeV // *Phys. Lett. B* **681**, 400 (2009).
- [15] M. Davier *et al.* Reevaluation of the hadronic contributions to the muon  $g-2$  and to  $\alpha(M_Z^2)$  // *Eur. Phys. J. C* **71**, 1515 (2011).
- [16] F. Jegerlehner The Muon  $g-2$  in Progress // *Acta Phys. Pol. B* **49**, 1157 (2018).
- [17] C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group) Review of Particle Physics // *Chin. Phys. C* **40**, 100001 (2016).
- [18] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration) Measurement of the  $\eta$  and  $\eta'$  transition form factors at  $q^2 = 112$  GeV<sup>2</sup> // *Phys. Rev. D* **74**, 012002 (2006).
- [19] M. Ablikim *et al.* (BESIII Collaboration) Observation of the Dalitz Decay  $\eta' \rightarrow \gamma e^+e^-$  // *Phys. Rev. D* **92** 1, 012001 (2015) [arXiv:1504.06016].
- [20] C. Berger *et al.* (PLUTO Collaboration) Measurement of Exclusive  $\eta'$  Production in  $\gamma\gamma$  Reactions // *Phys. Lett. B* **142**, 125 (1984).
- [21] H. Aihara *et al.* (TPC/Two Gamma Collaboration) Formation of spin-one mesons by photon-photon fusion // *Phys. Rev. D* **38**, 1 (1988); *Phys. Rev. Lett.* **64**, 172 (1990).
- [22] H.-J. Behrend *et al.* (CELLO Collaboration) A measurement of the  $\pi^0$ ,  $\eta$  and  $\eta'$  electromagnetic form factors // *Z. Phys. C* **49**, 401 (1991).

- [23] J. Gronberg *et al.* (CLEO Collaboration) Measurements of the meson-photon transition form factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transfer // Phys. Rev. D **57**, 33 (1998).
- [24] M. Acciarri *et al.* (L3 Collaboration) Measurement of eta-prime (958) formation in two photon collisions at LEP-1 // Phys. Lett. B **418**, 399 (1998).
- [25] P. del Amo Sanchez *et al.* (BABAR Collaboration) Measurement of the  $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$  and  $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$  transition form factors // Phys. Rev. D **84**, 052001 (2011).
- [26] S.J. Brodsky and G.P. Lepage Large-angle two-photon exclusive channels in quantum chromodynamics // Phys. Rev. D **24**, 7 (1981); G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).
- [27] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration) Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$  Cross Section between  $\sqrt{s} = 10.54$  and  $11.20$  GeV // Phys. Rev. Lett. **102**, 012001 (2009).
- [28] <https://www.slideserve.com/quincy-ayers/lecture-11-weak-interactions>
- [29] J.P. Lees *et al.* (BABAR Collaboration) Time-Integrated Luminosity Recorded by the BABAR Detector at the PEP-II  $e^+e^-$  Collider // Nucl. Instrum. Meth. A **726**, 203-213 (2013) [arXiv:1301.2703].
- [30] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration) The BABAR Detector // Nucl. Instr. Meth. A **479**, 1 (2002).
- [31] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration) The BABAR Detector: Upgrades, Operation and Performance // Nucl. Instrum. and Meth. A **729**, 615 (2013).
- [32] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration) The DIRC particle identification system for the BaBar experiment // Nucl. Instr. Meth. A **538** (2005).
- [33] A.M. Ruland *et al.* (BABAR calorimeter group) Performance and operation of the BABAR calorimeter // J. Phys.: Conf. Ser. **160**, 012004 (2009).
- [34] M. Benayoun *et al.* Spectroscopy at B-factories Using Hard Photon Emission // Mod. Phys. Lett. A **14**, 2605-2614 (1999) [hep-ph/9910523].

- [35] V.P. Druzhinin, "Simulation of ISR processes with hard photon", <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Tools/generators/AfkQed.ps>.
- [36] M. Caffo, H. Czyż, E. Remiddi Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow$  hadrons cross-section at low energy with ISR events at BABAR // *Nuo. Cim.* **110A**, 515 (1997); *Phys. Lett. B* **327**, 369 (1994).
- [37] E. BarBerio, B. van Eijk and Z. Was Photos – a universal Monte Carlo for QED radiative corrections in decays // *Comput. Phys. Commun.* **66**,115 (1991).
- [38] <https://cmd.inp.nsk.su/~ignatov/vpl/vpolplot.html>;  
<http://durpdg.dur.ac.uk/review/rsig/>
- [39] T. Sjöstrand High-energy-physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 // *Comput. Phys. Commun.* **82**, 74 (1994).
- [40] S. Jadach and Z. Was KORALB – an upgrade to version 2.4 // *Comput. Phys. Commun.* **85**, 453 (1995).
- [41] S. Agostinelli *et al.* (Geant4 Collaboration) GEANT4: A Simulation toolkit // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **506**, 250 (2003).
- [42] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration) Study of the  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  process using initial state radiation with BABAR // *Phys. Rev. D* **70**, 072004 (2004).
- [43] J.P. Lees *et al.* (BABAR Collaboration) Initial-state radiation measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  cross section // *Phys. Rev. D* **85**, 112009 (2012).
- [44] <https://root.cern.ch/root/html304/TMatrixD.html>
- [45] N.N. Achasov, V.A. Karnakov The reaction  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  // *JETP Letters* **39**, 285 (1984).
- [46] R.R. Akhmetshin *et al.* (CMD-3 Collaboration) Observation of a fine structure in  $e^+e^- \rightarrow$  hadrons production at the nucleon-antinucleon threshold // *Phys. Lett. B* **794**, 10 (2019).

- [47] J. Haidenbauer *et al.* Origin of the structures observed in  $e^+e^-$  annihilation into multipion states around the  $\bar{p}p$  threshold // Phys. Rev. D **92**, 054032 (2015) [hep-ex/1506.08120].
- [48] A.E. Obrazovsky and S.I. Serednyakov Energy dependence of  $e^+e^- \rightarrow 6\pi$  and  $e^+e^- \rightarrow N\bar{N}$  cross sections near  $N\bar{N}$  the threshold // JETP Lett. **99**, 315 (2014).
- [49] J.P. Lees *et al.* (BABAR Collaboration) Resonances in  $e^+e^-$  annihilation near 2.2 GeV // Phys. Rev. D **101**, 012011 (2020) [arXiv:1912.04512].
- [50] Y.S. Tsai Decay Correlations of Heavy Leptons in  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$  // Phys. Rev. D **4**, 2821 (1971).
- [51] V.A. Cherepanov, S.I. Eidelman Conserved vector current and decays  $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^-\pi^0\nu_\tau$  // JETP Letters **89**, 9, 429–431 (2009).
- [52] K. Inami *et al.* (Belle Collaboration) Precise measurement of hadronic  $\tau^-$  decays with an  $\eta$  meson // Phys. Lett. B **672**, 209–218 (2009).
- [53] S. Actis *et al.* Quest for precision in hadronic cross sections at low energy: Monte Carlo tools vs. experimental data // Eur. Phys. J. C **66**, 585 (2010).
- [54] J. Jousset *et al.* (DM2 Collaboration)  $J/\psi \rightarrow$  vector + pseudoscalar decays and the quark content of  $\eta$  and  $\eta'$  // Phys. Rev. D **41**, 5 (1990).
- [55] D. Coffman *et al.* (MARK-III Collaboration) Measurements of  $J/\psi$  decays into a vector and a pseudoscalar meson // Phys. Rev. D **38**, 2695 (1988).
- [56] S. Agaev *et al.* Transition form factors  $\gamma^*\gamma \rightarrow \eta$  and  $\gamma^*\gamma \rightarrow \eta'$  in QCD // Phys. Rev. D **90**, 074019 (2014).
- [57] G. Kopp, T. F. Walsh, and P. M. Zerwas Hadron production in virtual photon-photon annihilation // Nucl. Phys. B **70**, 461 (1974).
- [58] P. Kroll The photon to pseudoscalar meson transition form factors // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **219-220**, 2 (2011).
- [59] S. Berman and D. Geffen The electromagnetic structure and alternative decay modes of the  $\pi^0$  // Nuovo Cim. **18**, 1192 (1960).

- [60] B.-I. Young Rare Decay Modes of the  $\eta$  Meson // Phys. Rev. **161**, 1620 (1967).
- [61] A. Dorokhov, M. Ivanov, and S. Kovalenko Complete structure-dependent analysis of the decay  $P \rightarrow l^+l^-$  // Phys. Lett. B **677**, 145 (2009).
- [62] L.G. Landsberg Electromagnetic decays of light mesons // Phys. Rep. **128**, 301 (1985).
- [63] T. Feldmann, P. Kroll and B. Stech Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons // Phys. Rev. D **58**, 114006 (1998).
- [64] Fu-Guang Cao Determination of the  $\eta - \eta'$  mixing angle // Phys. Rev. D **85**, 057501 (2012).
- [65] E. Braaten Quantum-chromodynamic corrections to meson-photon transition form factors // Phys. Rev. D **28**, 524 (1983).
- [66] T. Feldmann and P. Kroll Interpolation formulas for the  $\eta\gamma$  and  $\eta'\gamma$  transition form factors // Phys. Rev. D **58**, 057501 (1998).
- [67] A.J. Brodsky, F. Cao and G. Teramond Evolved QCD predictions for the meson-photon transition form factors // Phys. Rev. D **84**, 033001 (2011).
- [68] V.L. Chernyak and A.R. Zhitnitsky Asymptotic behaviour of exclusive processes in QCD // Nucl. Phys. B **201**, 492 (1982); Phys. Rep. **112** 173 (1984); Nucl. Phys. B **246**, 52 (1984).
- [69] Z.K. Silagadze Two-photon contributions to  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  and  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  // Phys. Rev. D **74**, 054003 (2006).
- [70] L.P. Kaptaria and B. Kampfer  $\eta'$  meson production in nucleon-nucleon collisions near the threshold // Eur. Phys. J. A **37**, 69–80 (2008).
- [71] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration) Measurement of the  $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$  transition form factor // Phys. Rev. D **80**, 052002 (2009).
- [72] M.K. Volkov *et al.* The  $e^+e^- \rightarrow \eta(\eta')2\pi$  process in the extended Nambu–Jona-Lasinio model // Phys. Rev. C **89**, 015202 (2014).
- [73] D.G. Dumm *et al.* Resonance Chiral Lagrangian analysis of  $\tau^- \rightarrow \eta^{(\prime)}\pi^-\pi^0\nu_\tau$  // Phys. Rev. D **86**, 076009 (2012).

- [74] V.P. Druzhinin, L. V. Kardapoltsev and V. A. Tayursky GGRESRC: A Monte Carlo generator for the two-photon process  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-R$  ( $J^{PC} = 0^{-+}$ ) in the single-tag mode // *Comput. Phys. Commun.* **185**, 236 (2014).
- [75] S. Ong and P. Kessler Process-independent radiative-correction formula for single-tag and double-tag measurements of  $\gamma\gamma$  reactions // *Phys. Rev. D* **38**, 2280 (1988).
- [76] G J. Feldman and R.D. Cousins Unified approach to the classical statistical analysis of small signals // *Phys. Rev. D* **57**, 3873 (1998).
- [77] Henryk Czyż and Sergiy Ivashyn EKHARA – new gamma gamma generator // *Nuclear Physics B – Proceedings Supplements*, **225–227** (2012).
- [78] V.N. Baier and A.G. Grozin Meson wave functions with two-gluon states // *Nucl. Phys. B* **192**, 476 (1981).
- [79] P. Kroll and K. Passek-Kumericki Two-gluon components of the  $\eta$  and  $\eta'$  mesons to leading-twist accuracy // *Phys. Rev. D* **67**, 054017 (2003).
- [80] S.S. Agaev and N.G. Stefanis Gluon content of the  $\eta$  and  $\eta'$  mesons and the  $\eta\gamma$ ,  $\eta'\gamma$  electromagnetic transition form factors // *Phys. Rev. D* **70**, 054020 (2004).
- [81] H. Czyż *et al.* Two-photon form factors of the  $\pi^0$ ,  $\eta$ , and  $\eta'$  mesons in the chiral theory with resonances // *Phys. Rev. D* **85**, 094010 (2012).